

Bertoldo in corte



LA MECCANICA QUANTISTICA VISTA DA UNO SPERIMENTALE - 1

Reperibilità

Per risposte a domande, curiosità, osservazioni.....

ezio.menichetti@unito.it

ezio.menichetti@to.infn.it

Pagina personale:

<http://personalpages.to.infn.it/~menichet/>

A 700 anni della morte di Dante

La meccanica quantistica:

Paradiso dei teorici

Purgatorio degli sperimentali

Inferno dei filosofi

o altra permutazione ciclica

Richard P. Feynman, 1964

I think I can safely say
that nobody really understands quantum mechanics

Sean Carroll, 2019

Even Physicists Don't Understand Quantum Mechanics

Worse, they don't seem to want to understand it

Ma sarà vero ?

Bisogna fidarsi dei fisici?

Oh sì, certo ! I fisici sono i migliori

Ma...

Nessuno è infallibile

Lord Kelvin, 1896

Heavier-than-air flying machines are impossible.

A. Michelson, 1903

The more important fundamental laws and facts of physical science have all been discovered, and these are so firmly established that the possibility of their ever being supplanted in consequence of new discoveries is exceedingly remote

Paradiso newtoniano

Leggi di Newton:

Note le forze, il moto dei corpi è conosciuto

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} = m \frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2}$$

$$\rightarrow \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{F_x}{m}, \dots$$

Problema matematicamente definito, note le condizioni iniziali

"facilmente" risolubile in diversi casi interessanti

Forze fondamentali

Due interazioni fondamentali nella fisica classica

Gravitazione

Campo gravitazionale
generato dalle masse, agente sulle masse

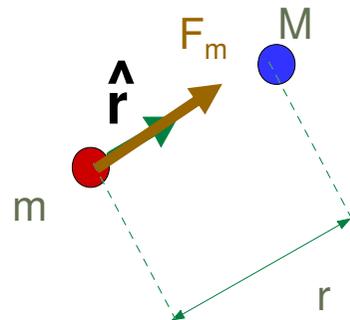
Elettromagnetismo

Campo elettromagnetico,
generato da cariche e correnti, agente su cariche e correnti

Gravitazione newtoniana

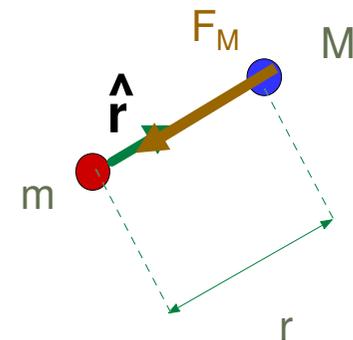
$$\mathbf{F}_m = G \frac{mM}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \hat{\mathbf{r}} : \text{vettore unitario con direzione } m \rightarrow M$$

\mathbf{F}_m : Forza gravitazionale che si esercita su m a causa di M



$$\mathbf{F}_M = G \frac{mM}{r^2} (-\hat{\mathbf{r}}) = -G \frac{mM}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

\mathbf{F}_M : Forza gravitazionale che si esercita su M a causa di m



Una forza debolissima

Costante di Newton: una delle costanti fondamentali della natura

Dimensioni:

$$F = G \frac{mM}{r^2} \rightarrow G = \frac{Fr^2}{mM}$$

$$[G] = [L^3][M^{-1}][T^{-2}]$$

Valore:

$$6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$$

Impossibile da misurare con osservazioni astronomiche:

Misurata per la prima volta da Cavendish alla fine del '700

Niente gravità quantistica

Costante di gravitazione: Molto piccola

Forza di gravitazione importante solo per masse grandi, quindi nei sistemi astronomici;

trascurabile a livello nucleare, atomico, molecolare

effetti gravitazionali irrilevanti per le proprietà degli stati condensati

Gravitazione: non coinvolta nella rivoluzione quantistica (ma v. dopo)

Elettromagnetismo maxwelliano - I

Proprietà aggiuntiva dei corpi: Carica elettrica

Forza su una carica elettrica:

Espressa in termini di campo, come nel caso gravitazionale

Ma in questo caso occorrono *due* campi:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

E: campo elettrico

B: campo magnetico

Elettromagnetismo maxwelliano - II

I campi \mathbf{E} e \mathbf{B} sono originati dalle cariche e correnti elettriche

Per loro si possono scrivere delle relazioni che li legano alle cariche e correnti: *le equazioni differenziali di Maxwell*

Le soluzioni sono i campi $\mathbf{E}(x,y,z)$, $\mathbf{B}(x,y,z)$

Caratteristica fondamentale:

\mathbf{E} e \mathbf{B} sono in generale *anche funzioni del tempo*

Trionfi maxwelliani

Le equazioni di Maxwell prevedono l'esistenza di un tipo particolare di campo elettromagnetico:

Onde elettromagnetiche

'disturbi' al c. elettromagnetico originati da cariche accelerate e correnti variabili, che si propagano nel tempo e nello spazio

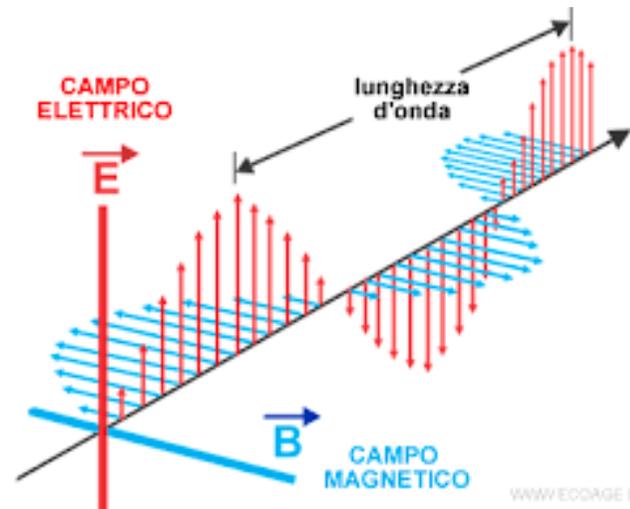
Fra le prime conseguenze:

Interpretazione convincente della natura della luce

Esplosione delle possibilità applicative/ sperimentali/ osservative

Onde elettromagnetiche

Evidenza sperimentale per le onde elettromagnetiche: Hertz, 1888



Velocità di propagazione caratteristica: $c \approx 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Onde

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= E_0 \sin(kx - \omega t) \hat{\mathbf{j}} \\ \mathbf{B} &= B_0 \sin(kx - \omega t) \hat{\mathbf{k}} \end{aligned} \right\} \mathbf{E}, \mathbf{B} \text{ in fase}$$

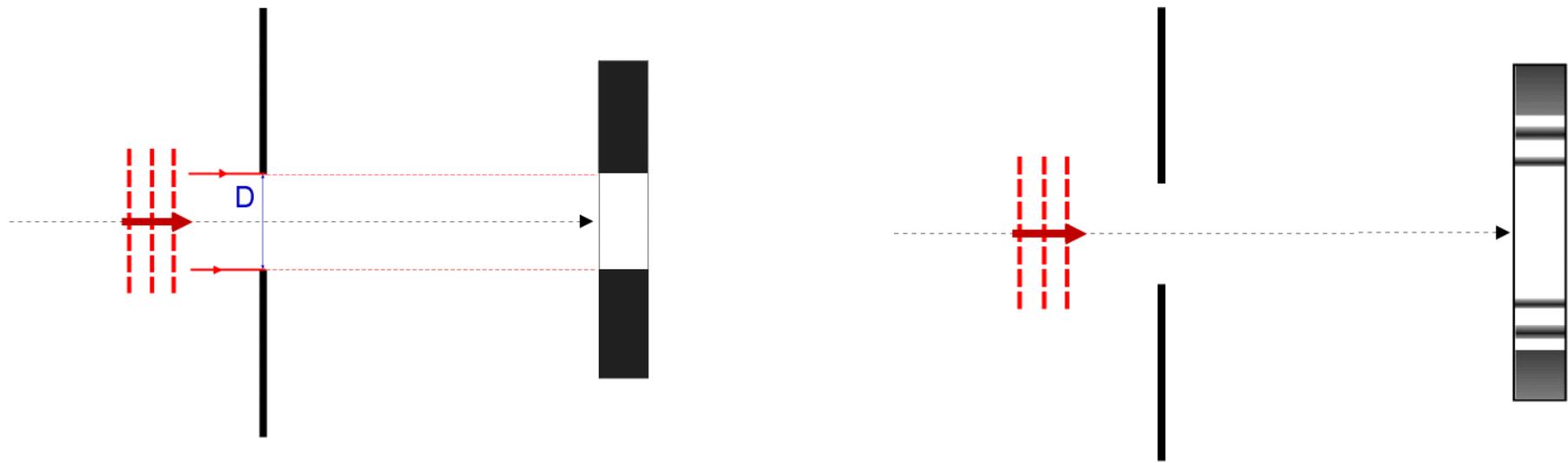
Numero d'onda, lunghezza d'onda

$$k = \frac{1}{\lambda}$$

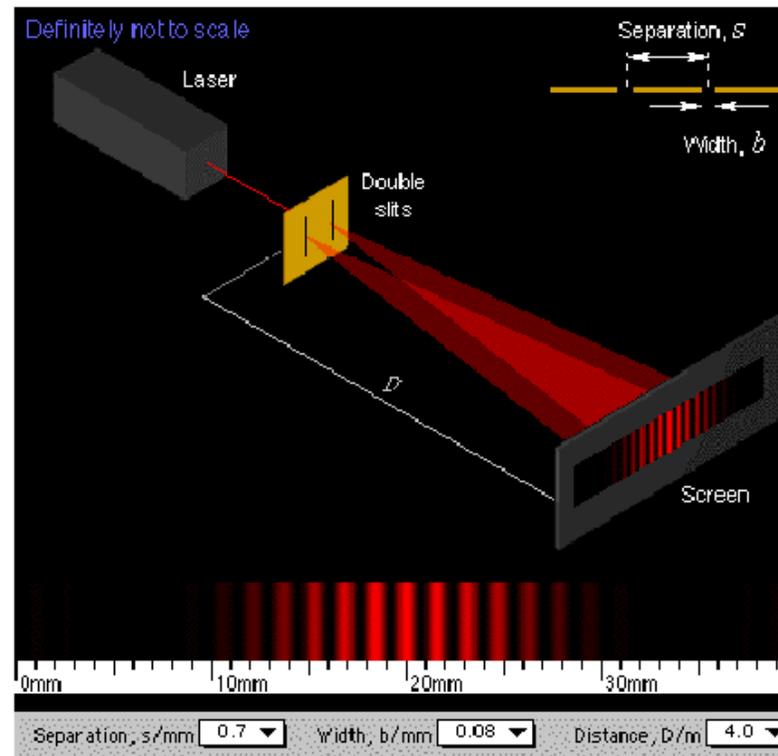
Pulsazione, periodo, frequenza

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

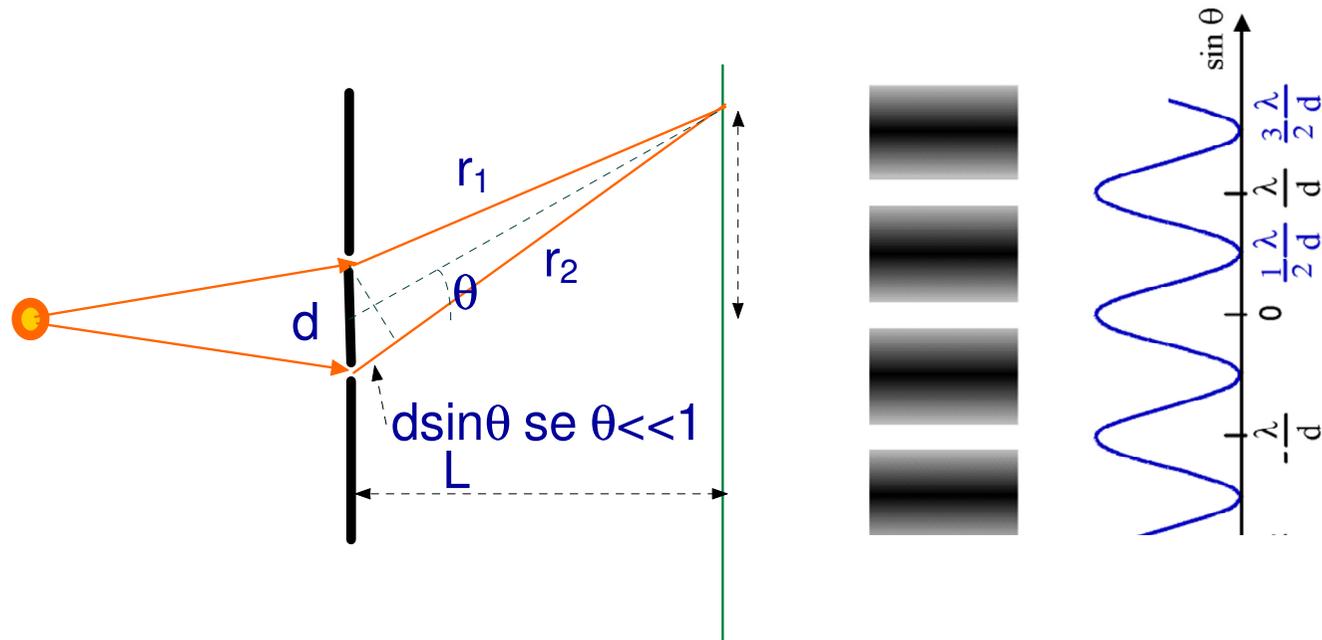
Effetti ondulatori



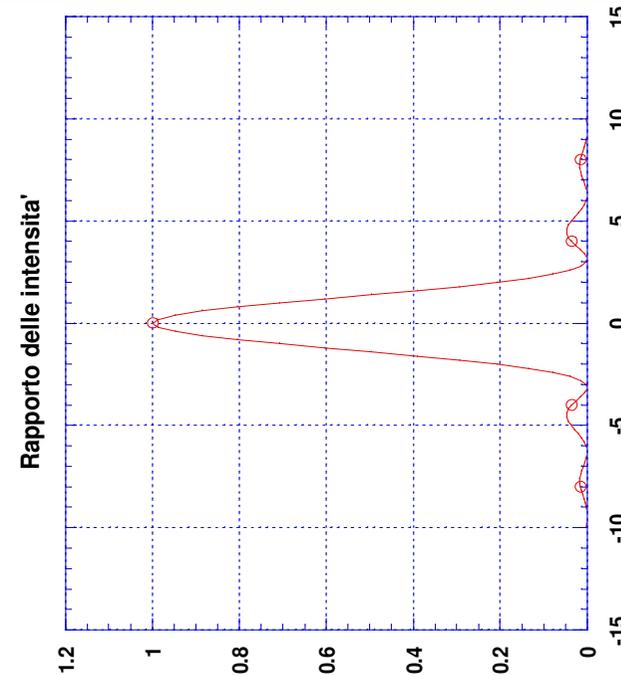
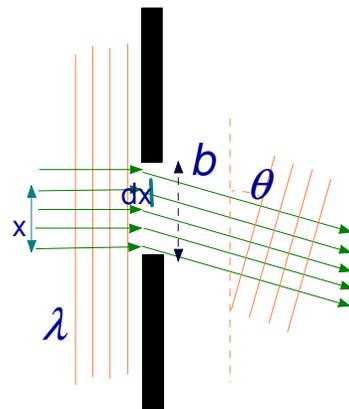
Esperienza didattica



Interferenza

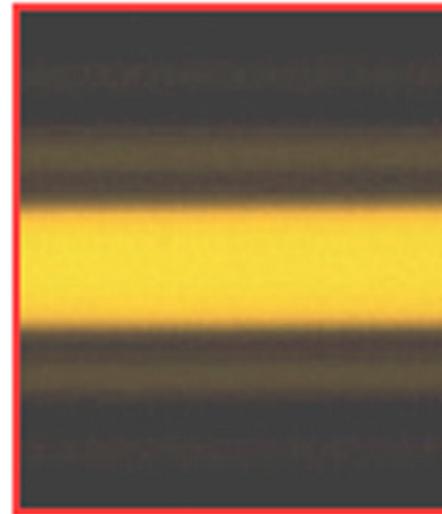
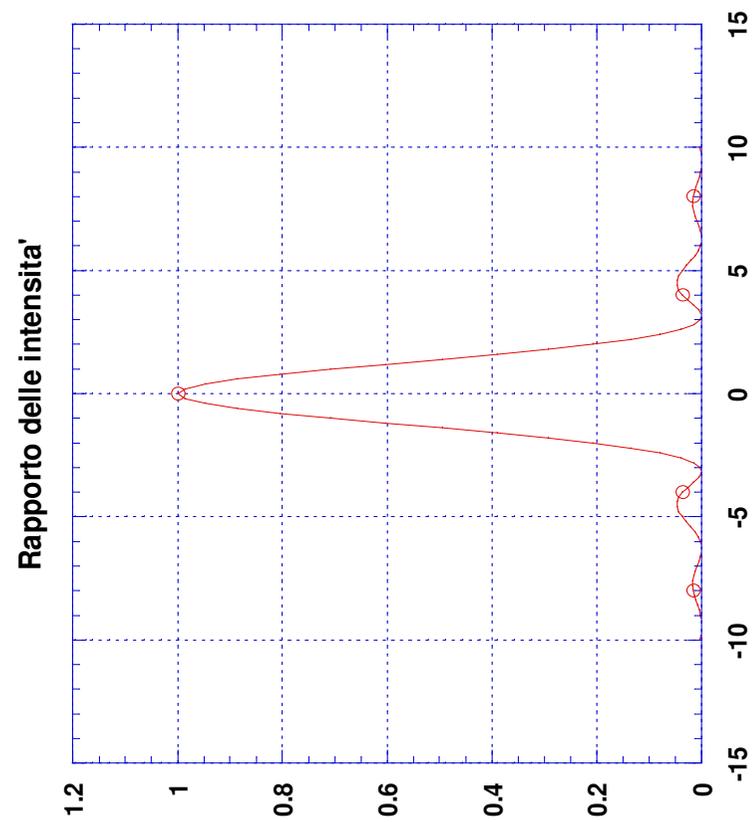


Diffrazione

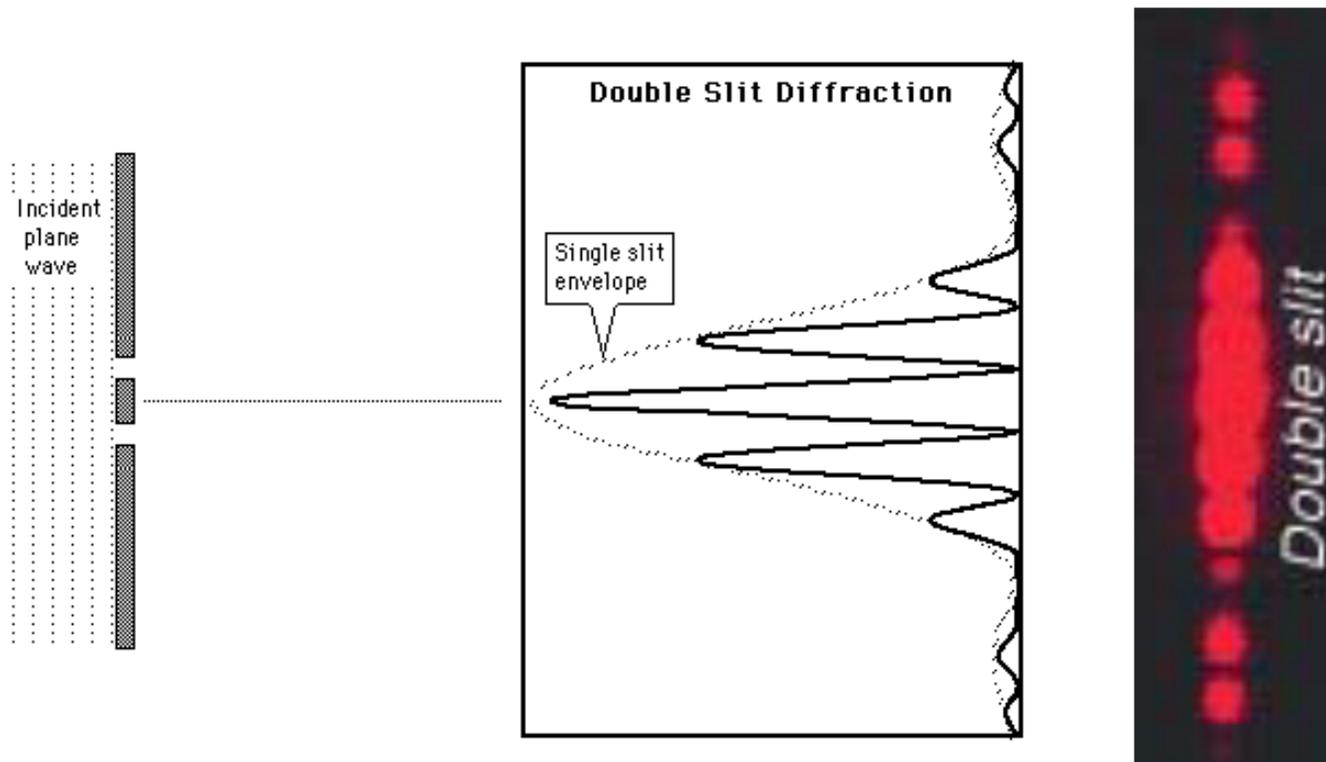


Somma coerente dei contributi da ogni elemento d'onda attraverso la fenditura: Intensità dipendente dall'angolo

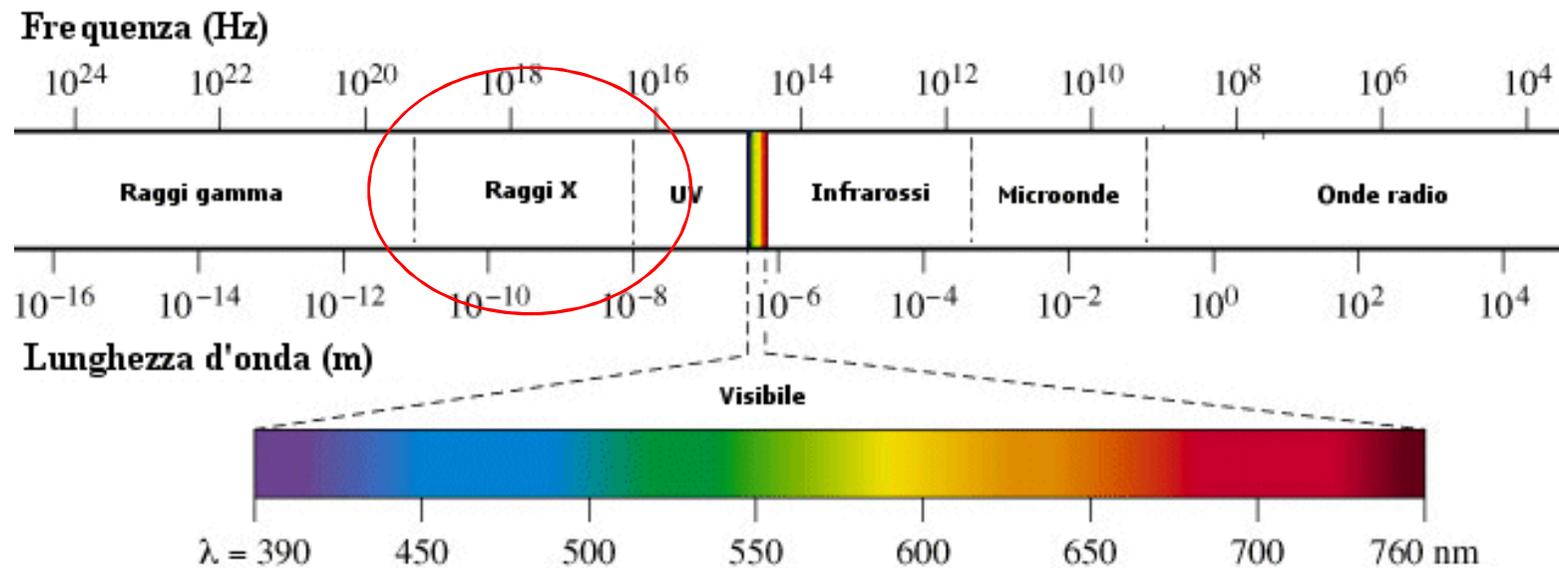
Figura di diffrazione



Interferenza & Diffrazione

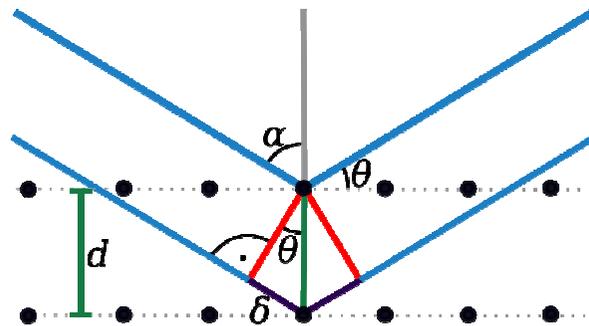
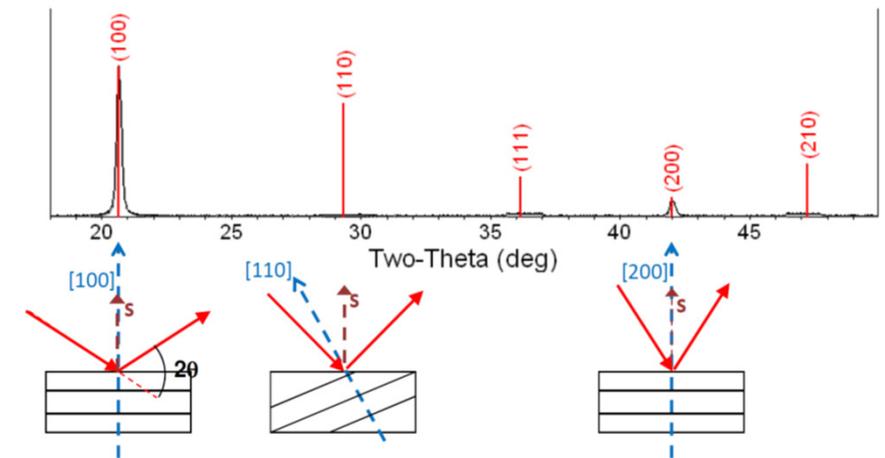
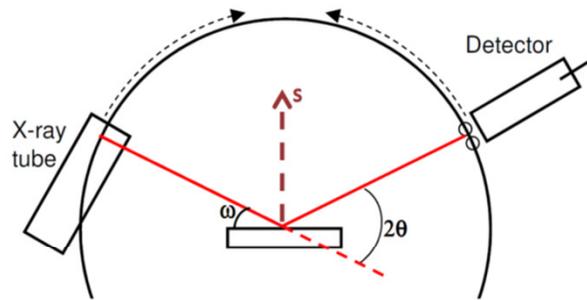


Raggi X



Parte dello 'spettro elettromagnetico':
lunghezza d'onda \approx 1000 volte piú piccola della luce visibile

Diffrazione cristallina dei raggi X



Interferenza costruttiva quando:

$$n\lambda = 2d \sin \theta$$

Radiazione e materia

Tutti i punti di crisi della fisica classica:
Relazioni fra materia e radiazione elettromagnetica

Spettro del corpo nero

Effetto fotoelettrico

Struttura atomica

.....

Termodinamica

Soggetto assai antico, con origini nelle applicazioni:
Proprietà delle macchine termiche

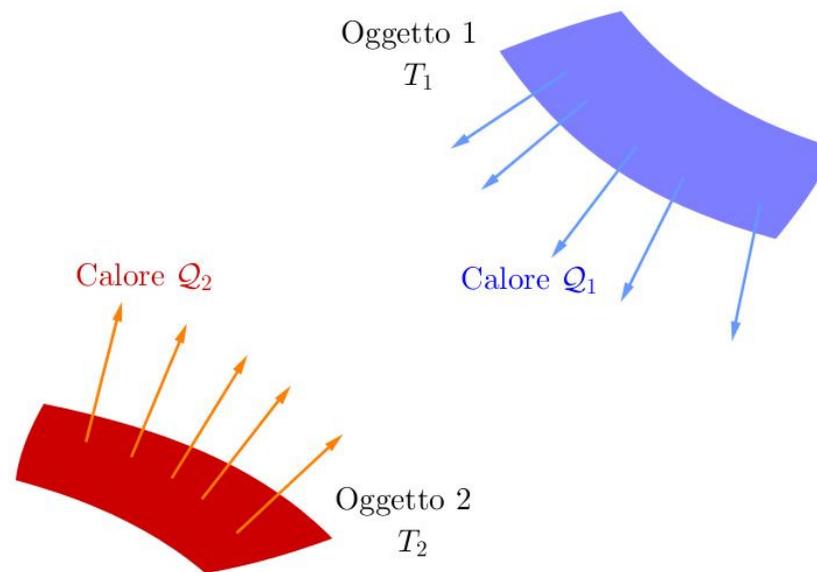
Poi diventato un pilastro della scienza fisica:
Carnot, Kelvin, Clausius, Maxwell,...

Leggi termodinamiche: universali
Trasmissione del calore:

*Conduzione, Convezione, **Irraggiamento***

Irraggiamento

Scambio termico fra corpi a T diversa:
Emissione e assorbimento di onde elettromagnetiche



Termodinamica della radiazione

Leggi termodinamiche: applicabili anche alla radiazione

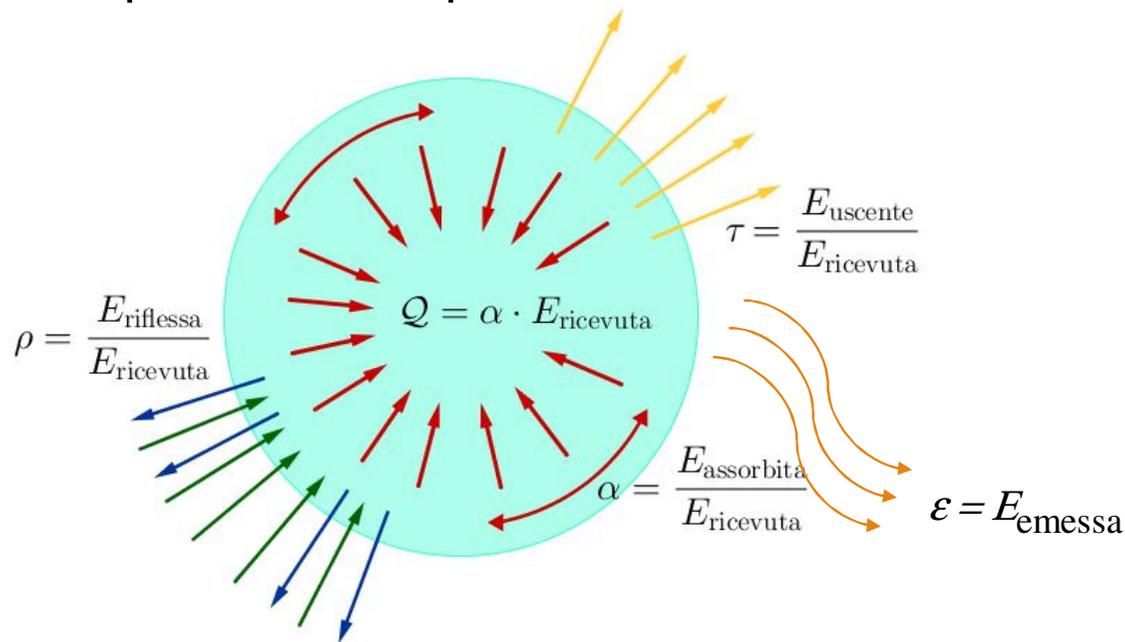
Punto chiave: la radiazione trasporta energia (e altro)

Gas in un recipiente: ha una certa energia interna, e quindi una temperatura

Radiazione elettromagnetica in un 'recipiente' opportuno: ha un certo contenuto di energia, e quindi possiamo associarle una temperatura

Equilibrio termico

Corpo in un campo di radiazione



Conservazione dell'energia:

$$\alpha + \rho + \tau = 1$$

Equilibrio termico:
Emissione di radiazione

$$\varepsilon = Q$$

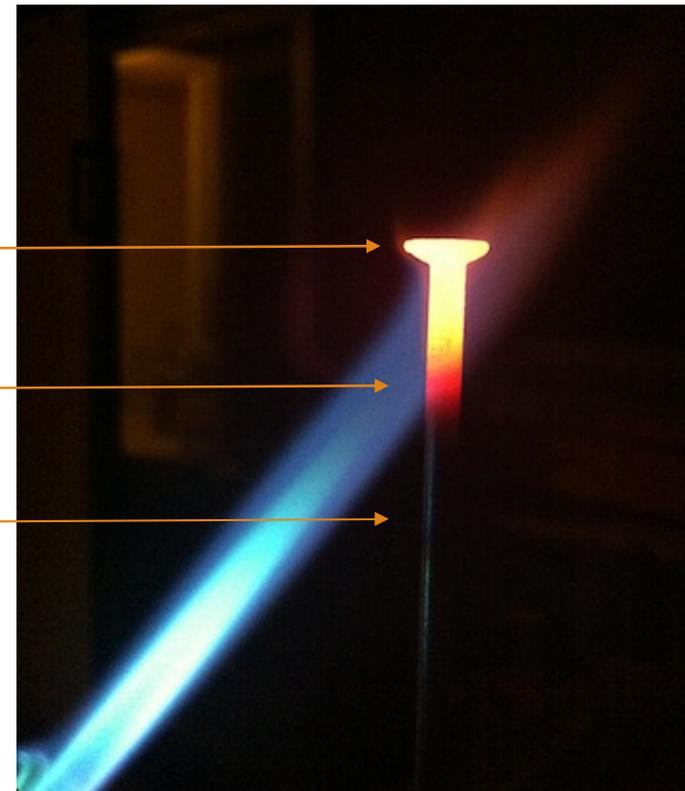
Colore e temperatura

Chiodo riscaldato da una torcia a GPL

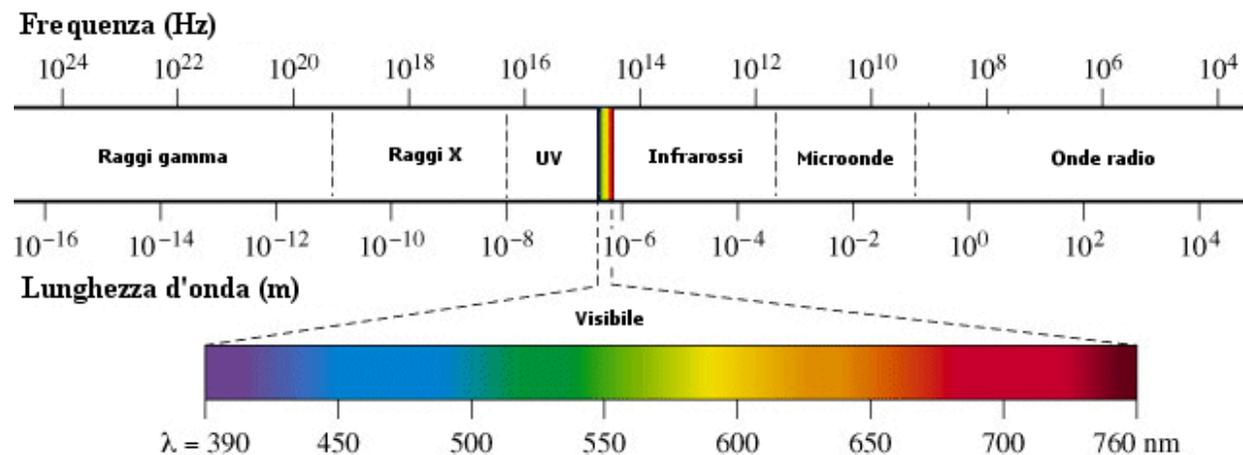
Calor bianco

Calor rosso

Infrarosso



Spettro elettromagnetico



Corpi diversi assorbono ed emettono radiazione in modo diverso

Problema fondamentale: Quali sono le frequenze coinvolte?

Proprietà emissive

Per un corpo in equilibrio termico con la radiazione

$I(\nu)$ intensità radiazione incidente di frequenza ν

$I(\nu)\alpha(\nu, T)$ intensità radiazione assorbita

$\alpha(\nu, T)$ coeff. di assorbimento

$\varepsilon(\nu, T)$ emissività

Legge di Kirchoff: $\frac{\varepsilon(\nu, T)}{\alpha(\nu, T)} = \Psi(\nu, T)$, funzione universale

Corpo nero

Situazione idealizzata:

Corpo che assorbe tutta la radiazione incidente a ogni frequenza

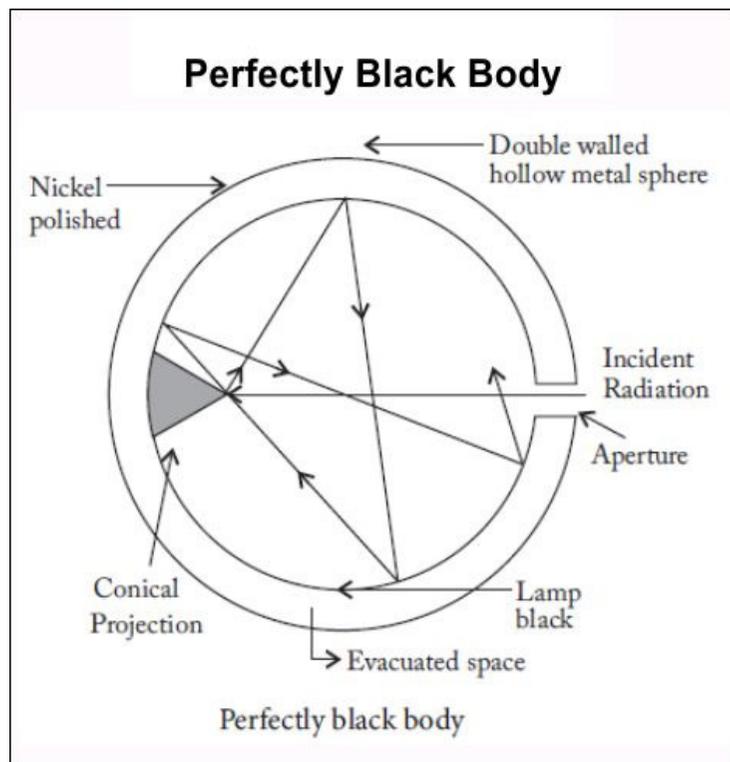
$\rightarrow \alpha=1, \rho = \tau = 0$



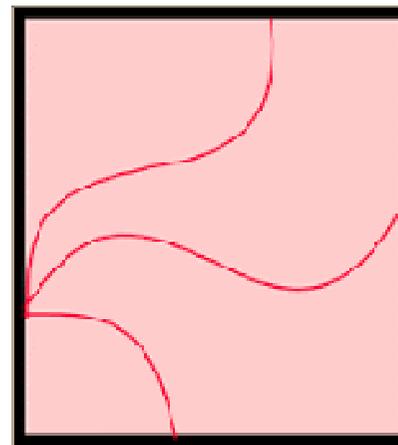
Qual è l'emissività del corpo nero?

La funzione universale Ψ

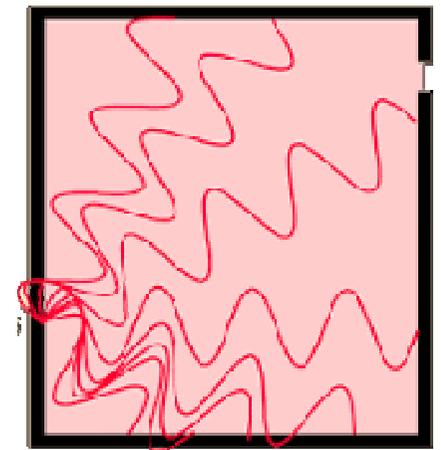
Realizzazione pratica



La cavità contiene radiazione
Come oscilla la radiazione nella cavità?



N. di modi di oscillazione per unità di volume e di frequenza: Cresce con la frequenza di oscillazione



$$N(\nu) = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}$$

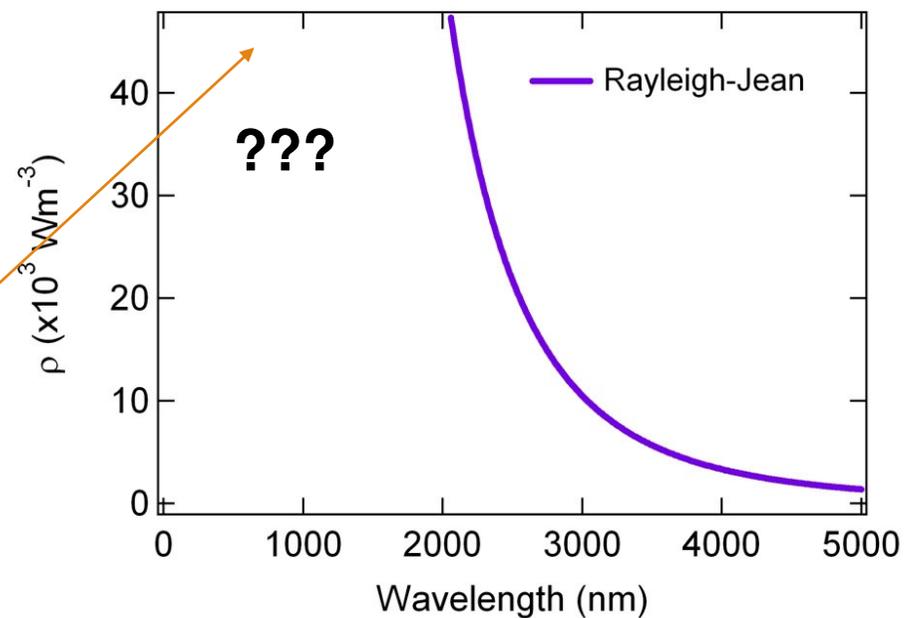
Rayleigh & Jeans

Modello classico: Emissione con intensità *variabile continuamente*: $\Delta E \rightarrow 0$

$$N(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4}$$

$$\langle E \rangle = \frac{\int_0^{\infty} E e^{-\frac{E}{kT}} dE}{\int_0^{\infty} e^{-\frac{E}{kT}} dE} = kT$$

$$\rightarrow \Psi(\lambda) = N(\lambda) \langle E \rangle = \frac{8\pi kT}{\lambda^4}$$



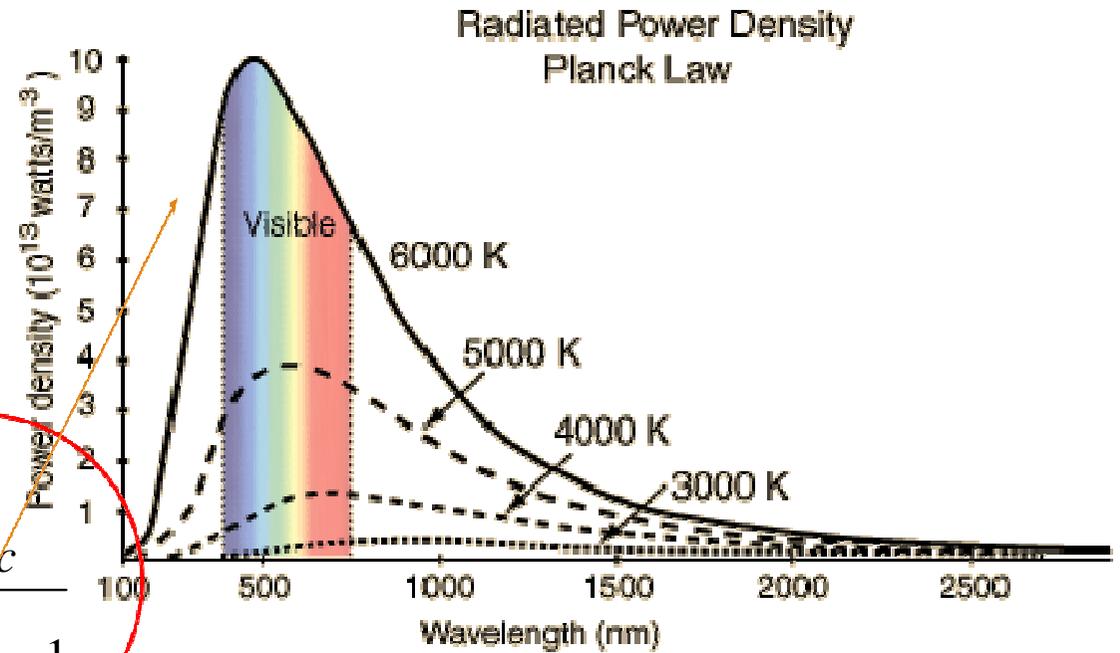
Planck

Modello quantistico: Emissione con intensità *variabile per quanti* : $\Delta E = h\nu$

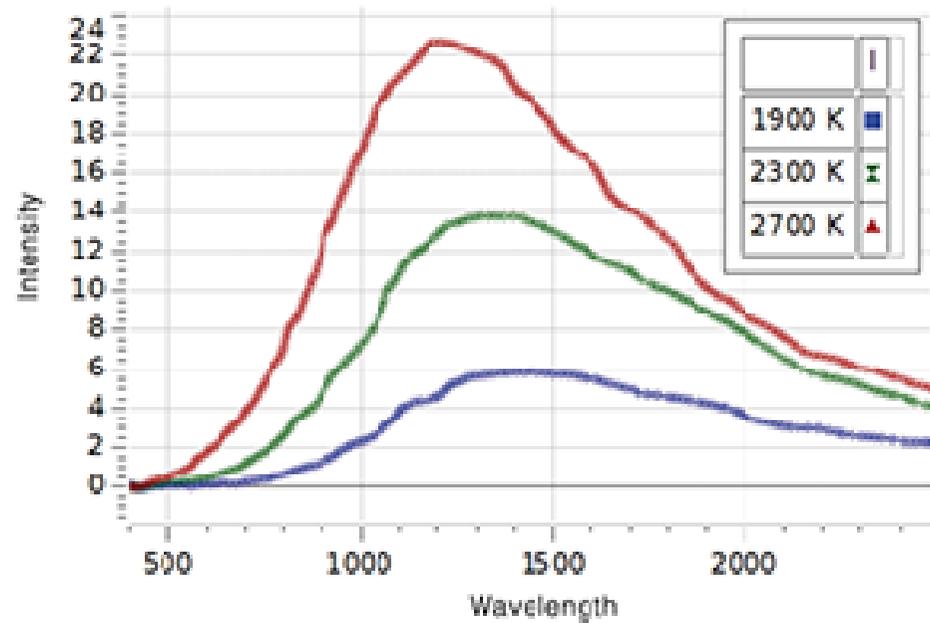
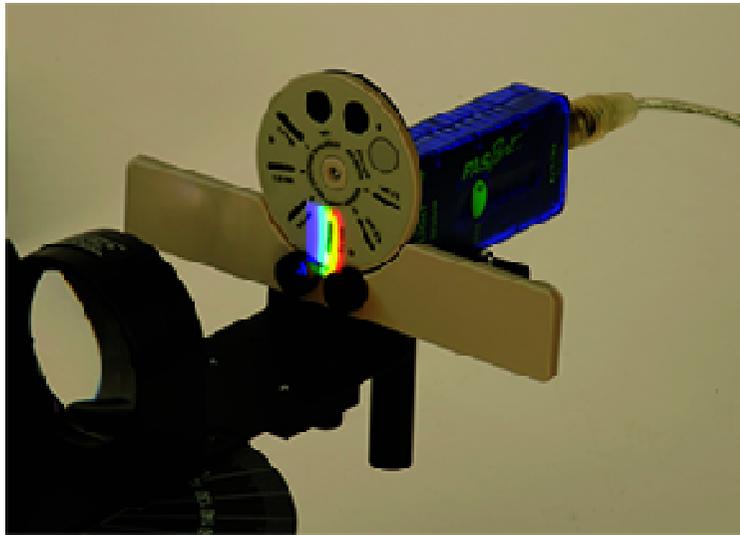
$$N(\lambda) = \frac{8\pi}{\lambda^4}$$

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} nh\nu e^{-\frac{nh\nu}{kT}}}{\sum_{n=0}^{\infty} e^{-\frac{nh\nu}{kT}}} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

$$\rightarrow \Psi(\lambda) = N(\lambda)\langle E \rangle = \frac{8\pi}{\lambda^4} \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1} = \frac{8\pi}{\lambda^5} \frac{hc}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}$$



Esperienza didattica



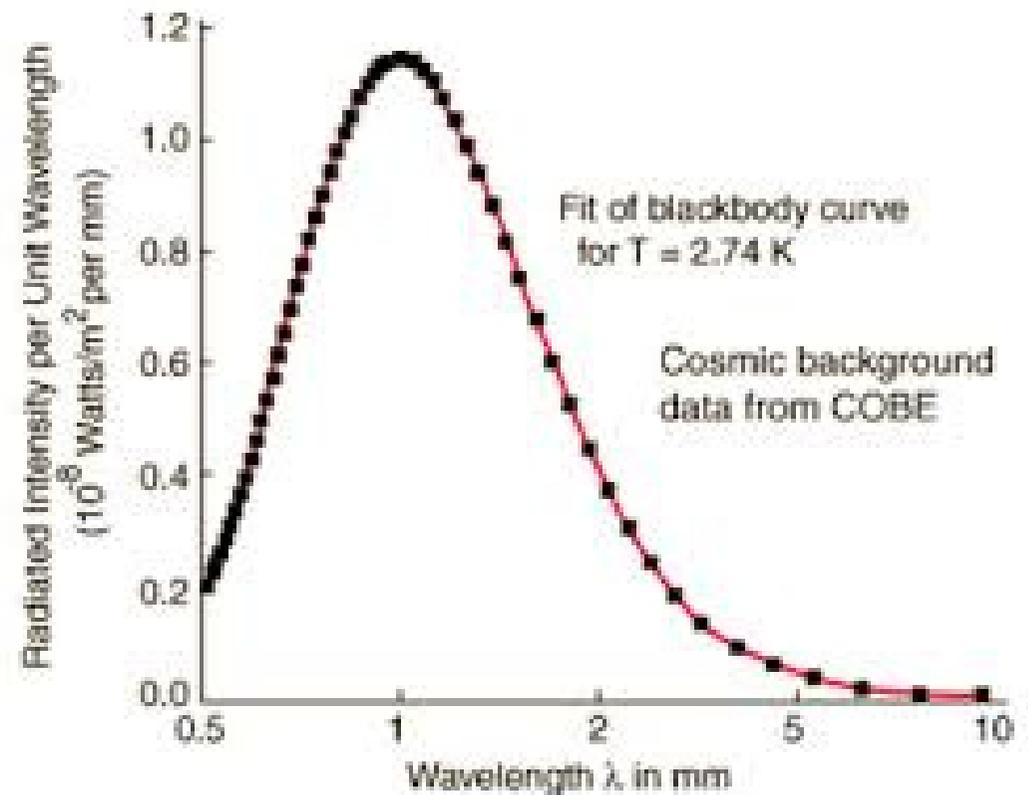
Tungsten Intensity vs Wavelength

Il corpo nero universale

Fondo 'fossile' a microonde

Ovunque nell'universo

Radiazione 'fredda',
residuo del Big Bang



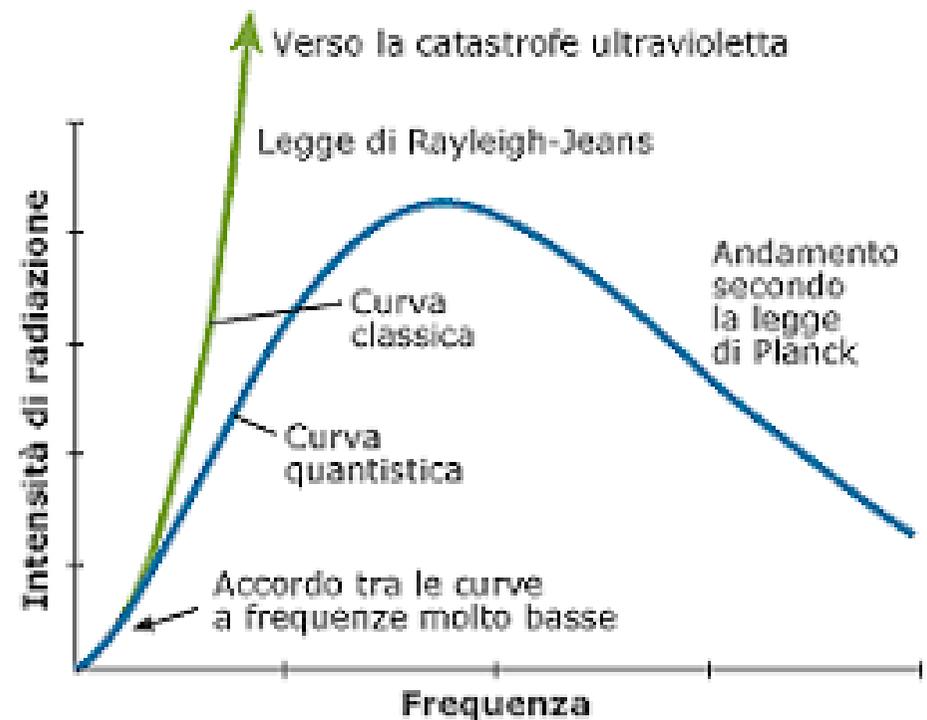
Confronto

Planck prevede un'energia totale emessa per unità di tempo **finita** (solievo !.....)

Ma l'ipotesi di Planck è contraria a quel che si sa della radiazione:

Emissione per **quanti** discreti, invece che continua

?????

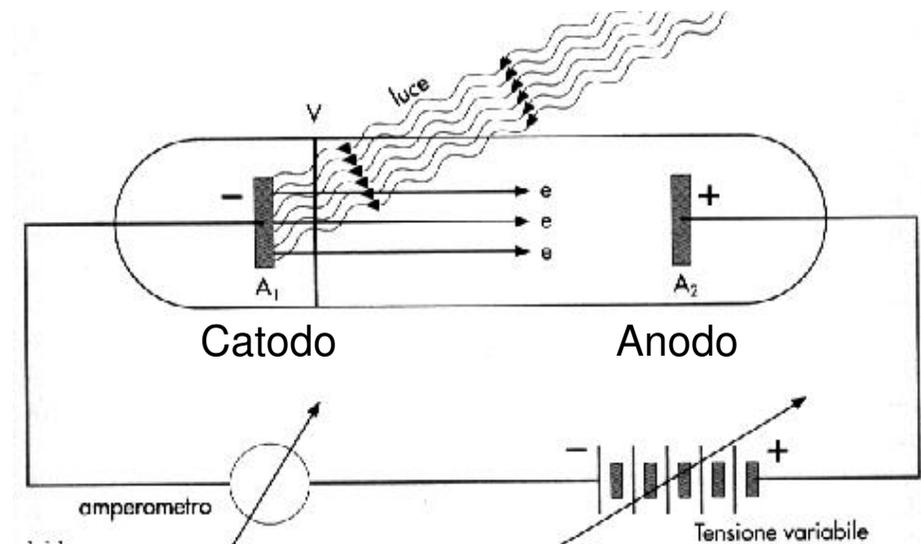


Effetto fotoelettrico

Metalli: contengono elettroni 'liberi'

Movimento 'libero' all'interno del solido

Impossibilità ad uscire:
Solo con forte trasferimento di energia dall'esterno, p es luce



Attese classiche

E energia dei fotoelettroni estratti:

$$E = W - W_0$$

W energia ricevuta dall'esterno

W_0 'funzione di lavoro', caratteristica di ogni metallo

W proporzionale a intensità di illuminazione

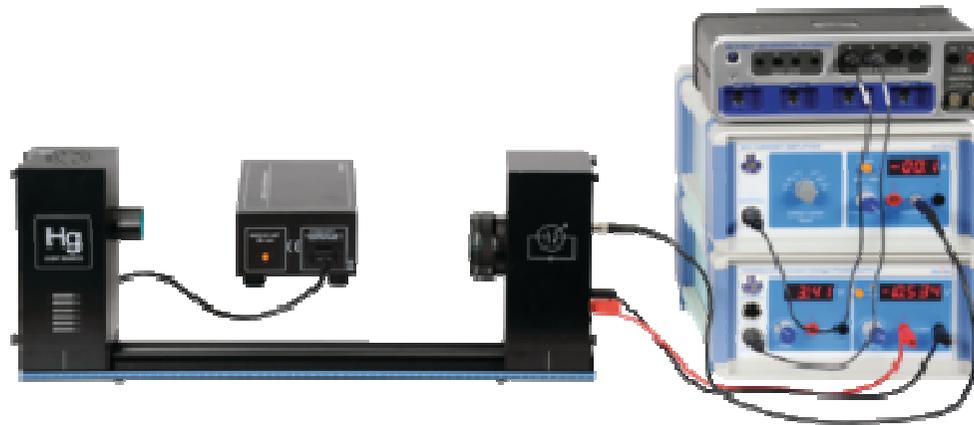
W indipendente da lunghezza d'onda/frequenza

$E = -eV_{\text{stop}}$, tensione anodica – va a cui la corrente va a 0

$\rightarrow V_{\text{stop}} \left\{ \begin{array}{l} \text{proporzionale a intensità di illuminazione} \\ \text{indipendente da lunghezza d'onda/frequenza} \end{array} \right.$

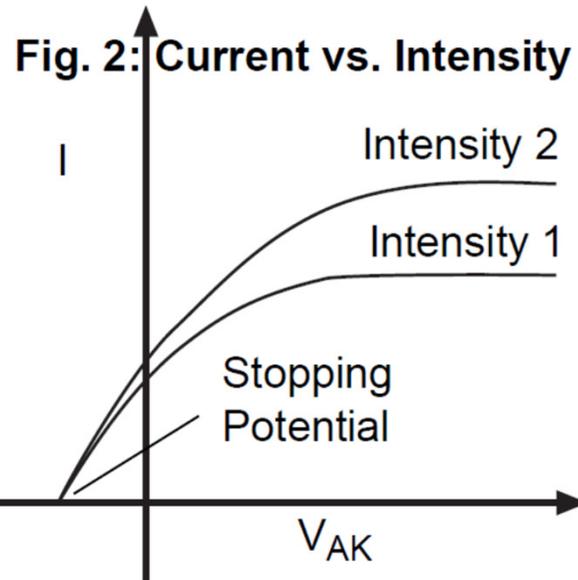
Esperienza didattica

Illuminazione di una lastra metallica con luce di diverse lunghezze d'onda
Misura dello 'stopping voltage' V_{stop} in funzione di λ :
Tensione anodica $-va$ al di sotto della quale la corrente misurata va a zero



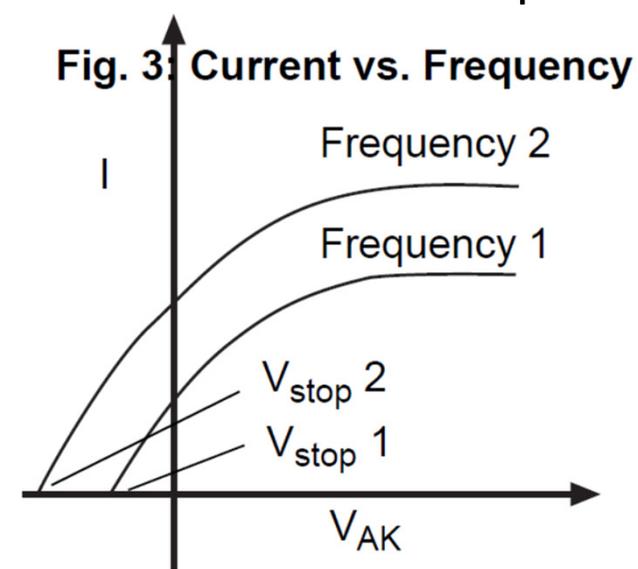
Misure

Corrente a varie intensità



Indipendente da intensità!

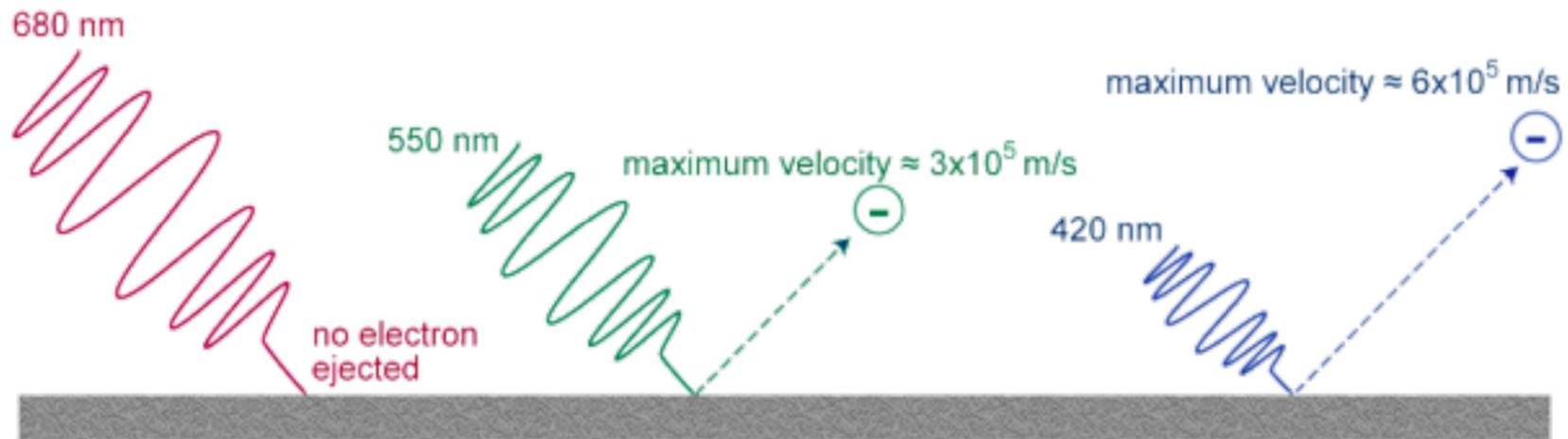
Corrente a varie frequenze



Dipendente da frequenza!

Effetto incomprensibile

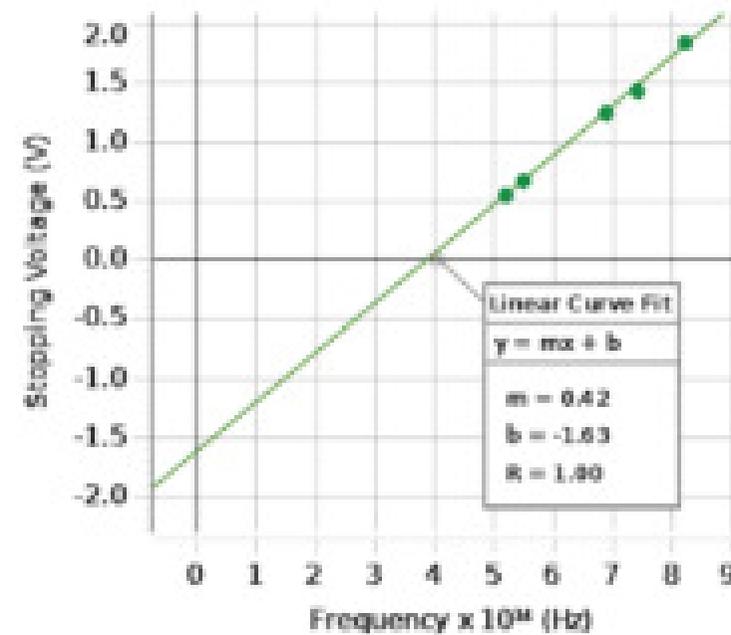
In sintesi



Risultati

Table 1: Photoelectric Effect with 4 mm Aperture

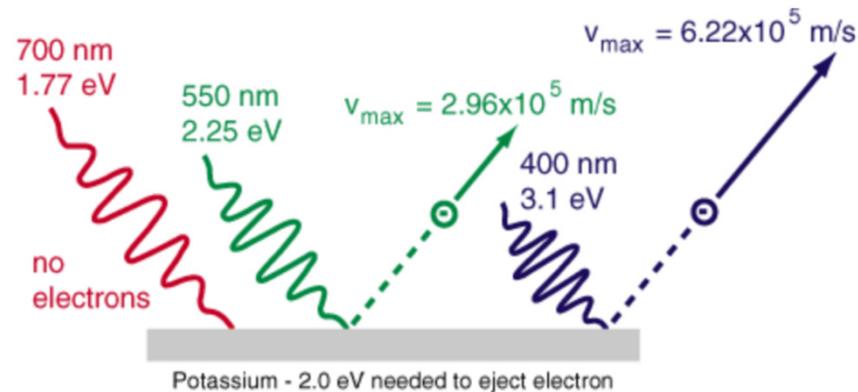
| | ▲ Run #1 | ■ Run #1 |
|---|-----------------------------------|----------------------|
| | Frequency x 10 ¹⁴ (Hz) | Stopping Voltage (V) |
| 1 | 8.214 | 1.835 |
| 2 | 7.408 | 1.428 |
| 3 | 6.879 | 1.248 |
| 4 | 5.490 | 0.671 |
| 5 | 5.196 | 0.551 |



Interpretazione di Einstein

Applicazione dell'ipotesi di Planck: $E = h\nu$

Radiazione *costituita* da quanti individuali , poi chiamati **fotoni**

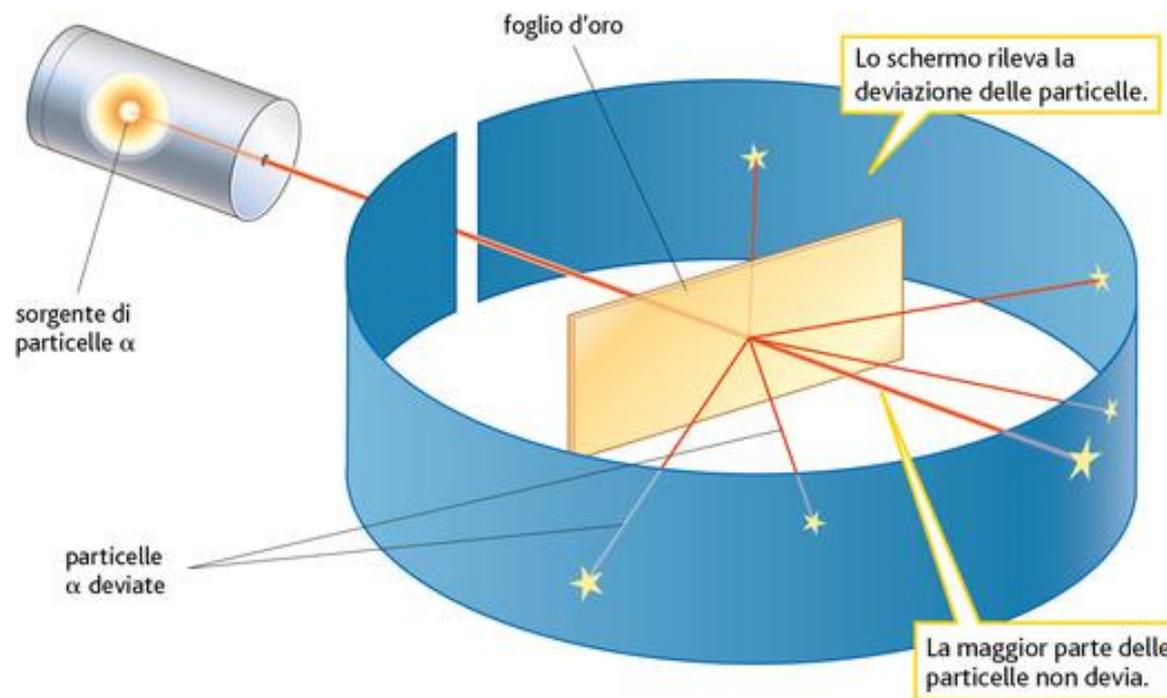


luce rossa $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8 \text{ m/s}}{700 \times 10^{-9} \text{ m}} \simeq 428 \times 10^{12} \text{ s}^{-1}$

$$E = h\nu = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J s} \times 428 \times 10^{12} \text{ s}^{-1} \simeq 1.77 \text{ eV}$$

(1 eV = 1.6 × 10⁻¹⁹ J)

La scoperta del nucleo



Rutherford 1911

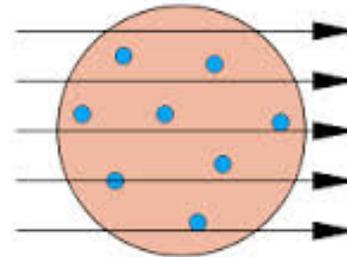
Uso innovativo
della radioattività α ,
scoperta pochi anni prima

Modelli atomici

Modello a panettone:

Panettone sferico di carica +va

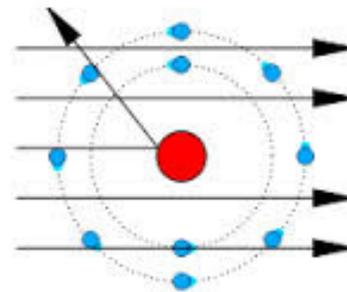
Elettroni puntiformi sparsi come canditi



Modello planetario:

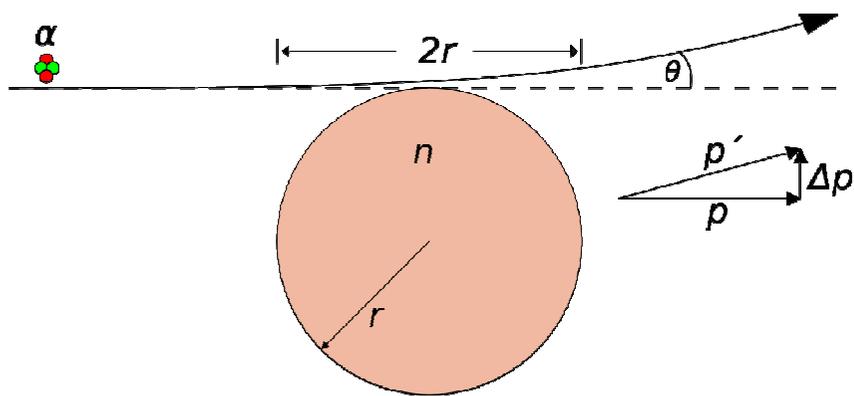
Nucleo ~ puntiforme di carica +va

Elettroni puntiformi in orbita



Panettone KO!

Usiamo la legge dinamica: Impulso della forza = Δ (quantita' di moto)

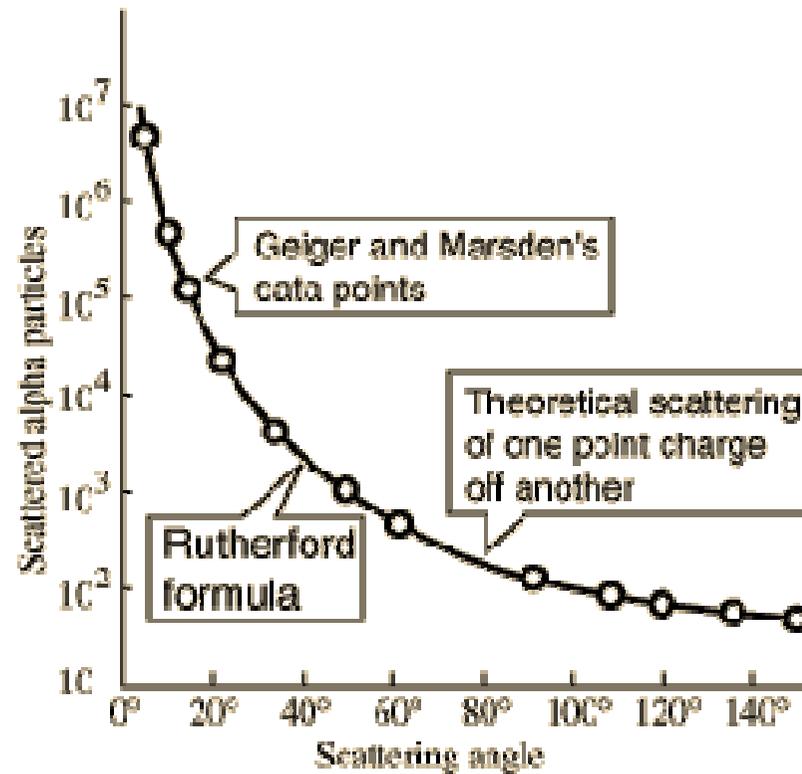


$$\Delta t \sim \frac{2r}{v}$$

$$\Delta p = F \Delta t, F \leq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2eQ}{r^2} \rightarrow \Delta p \leq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2eQ}{r^2} \frac{2r}{v}$$

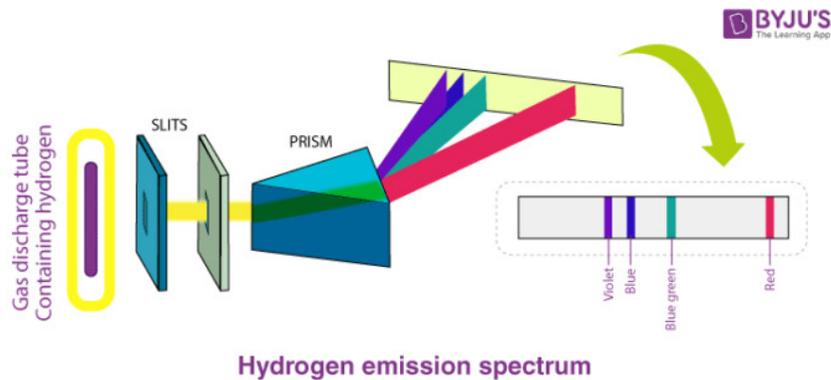
$$\rightarrow \theta \simeq \frac{\Delta p}{p} \leq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2eQ}{r^2} \frac{2r}{v} \frac{1}{Mv} \rightarrow \theta_{\max} \simeq 0.02^\circ$$

Planetario OK!

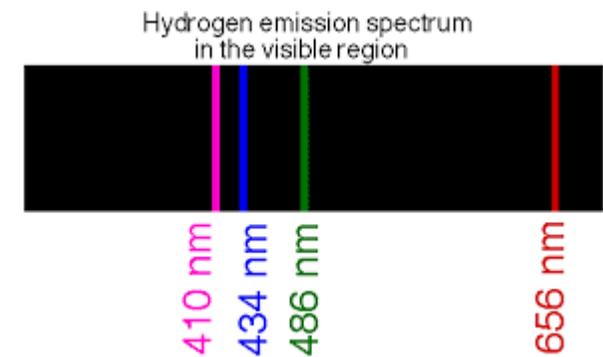
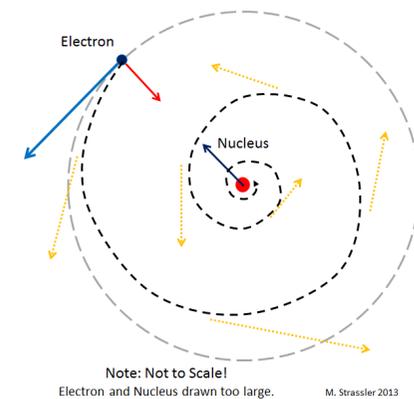


Spettri atomici

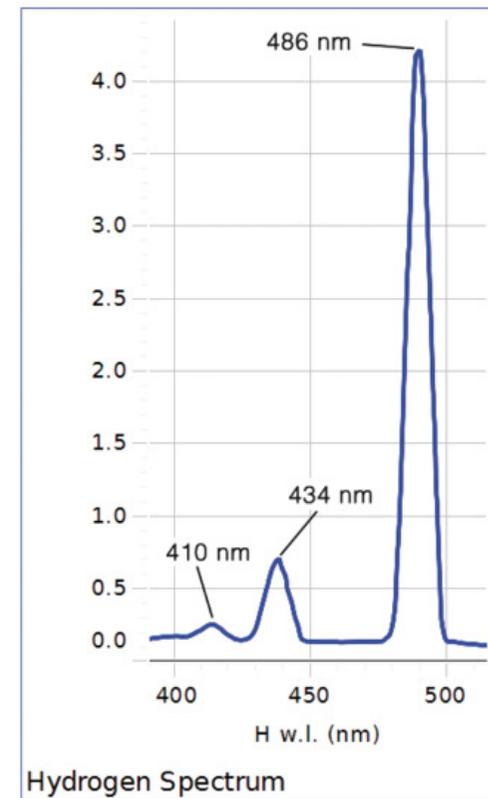
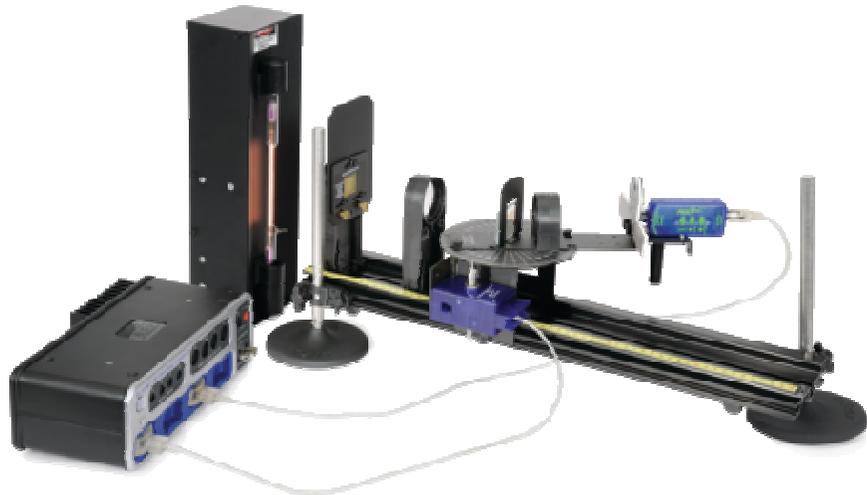
Elettrone in orbita attorno al nucleo:
Dovrebbe emettere radiazione con spettro continuo
... e perdere energia, fino a cadere sul nucleo!



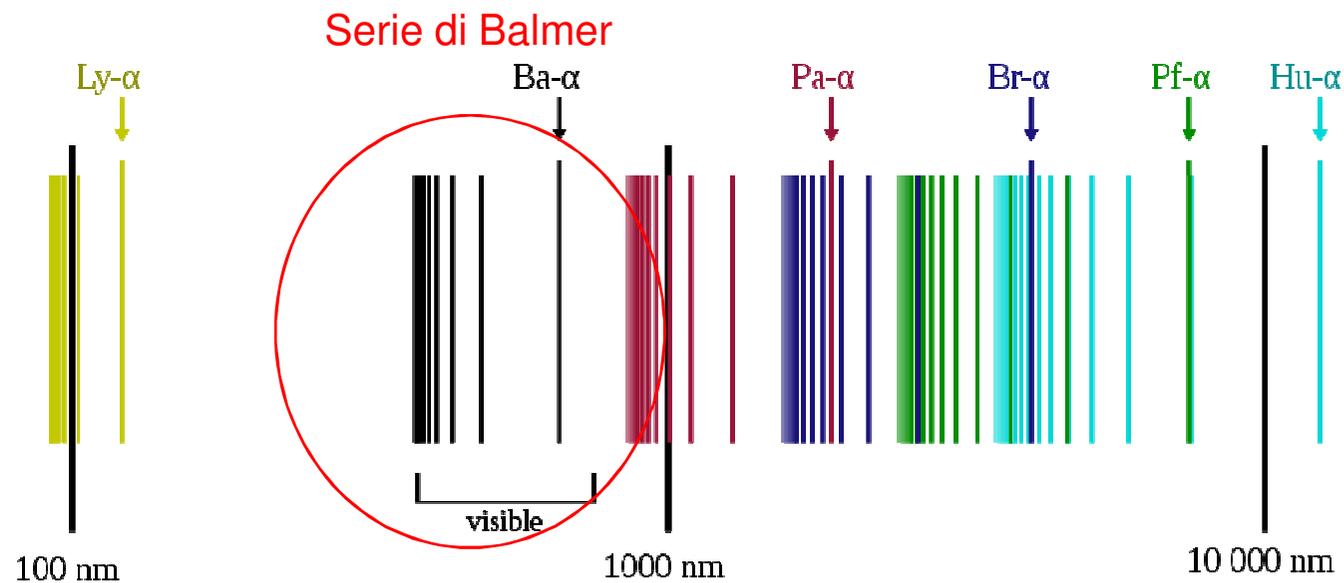
Emissione osservata per l'H: Spettro di righe!



Esperienza didattica



Serie spettrali



Spettro dell'H su due ordini di grandezza di λ : 6 serie spettrali

Balmer

Formula empirica per la serie di Balmer:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

dove R è la *costante di Rydberg*, e n prende tutti i valori interi

Formule analoghe per le altre serie spettrali, con 2 sostituito da 1,3,...

Qual è l'origine ??

Bohr - 1

1. Modello planetario alla Rutherford

2. Forza di legame elettrostatica

3. Orbite circolari, stazionarie: emissione solo nelle *transizioni*

4. Mom. angolare dell'elettrone multiplo di $\hbar = \frac{h}{2\pi} \rightarrow mvr = n\hbar \rightarrow r = \frac{n\hbar}{mv}$

Ultimo due punti: distacco dalla dinamica classica!

Bohr - 2

Forza centripeta = Forza coulombiana

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r^2} \rightarrow mv^2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar} mv \rightarrow v = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar}$$

$$\rightarrow E_n = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar} \right)^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{r} = \frac{1}{2} m \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar} \right)^2 - m \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze^2}{n\hbar} \right)^2 = -\frac{1}{2} \frac{m}{16\pi^2\epsilon_0^2} \frac{Z^2 e^4}{n^2 \hbar^2}$$

Per H : $E_n = -\frac{me^4}{32\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2}$, $n = 1, 2, \dots$

En. totale = En. cinetica + En. potenziale

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0\hbar^2}{me^2} n^2, r_1 \equiv a_0 \text{ raggio di Bohr } \simeq 0,510^{-10} m$$

$$\rightarrow E_n = -\frac{e^2}{2} \frac{me^2}{16\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{e^2}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{me^2}{4\pi\epsilon_0\hbar^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n^2} \simeq -\frac{13,6}{n^2} eV \text{ livelli energetici}$$

Bohr - 3

Transizioni fra i livelli: Emissione/Assorbimento di fotoni

$$E = E_i - E_f = h\nu$$

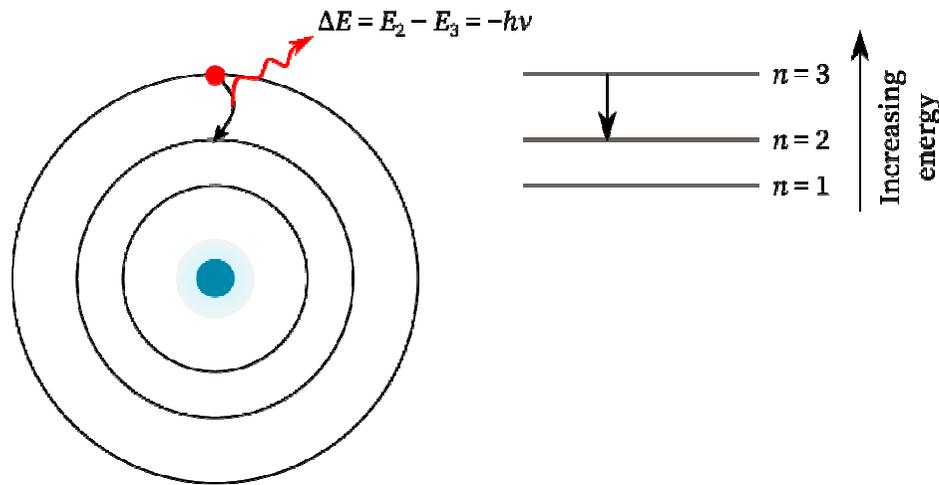
$$\rightarrow \lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_i - E_f} = \frac{hc}{-\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n_i^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{2a_0} \frac{1}{n_f^2}}$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{4\pi\epsilon_0 2a_0 hc}{e^2} \frac{1}{\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}}$$

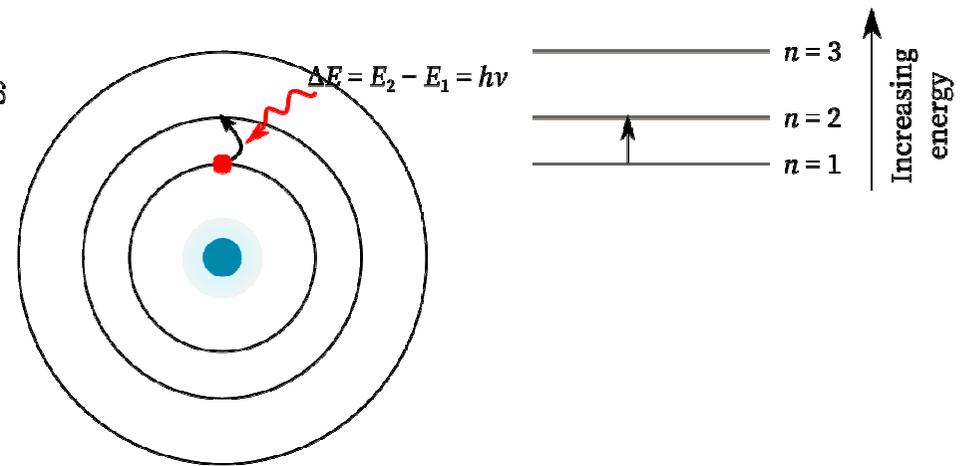
$$\rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 2a_0 hc} \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right), \text{ serie spettrali}$$

Bohr - 4

$$R = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 2a_0 hc}, \text{ costante di Rydberg calcolata!}$$



Emissione



Assorbimento

Fotoni: ???

$$\left. \begin{aligned} E &= h\nu \\ \nu &= \frac{c}{\lambda} \end{aligned} \right\} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E}$$

Per una particella relativistica:

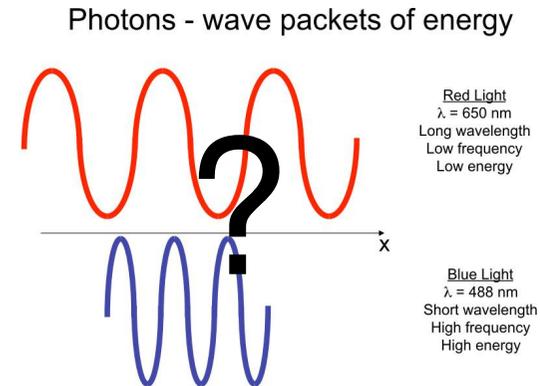
$$E = \sqrt{p^2 c^2 + m^2 c^4}$$

$$\text{Se } m = 0, E = pc$$

$$\rightarrow \lambda = \frac{hc}{pc} = \frac{h}{p}$$

Particelle a massa nulla, velocità c ,
energia $h\nu$, impulso $h\nu/c$

Onde con lunghezza d'onda $\lambda = c/\nu = h/p$



ECE/BioE 416
Lecture 16

4

La crisi

Il campo elettromagnetico classico cade in profonda crisi quando entra in contatto con la materia

Una soluzione inattesa viene dal considerarlo composto da quanti individuali, chiamati fotoni

Ma i fenomeni classici come l'interferenza e la diffrazione non sembrano spiegabili con un modello corpuscolare

E restano non pochi problemi: stati stazionari, regole di Bohr,...