Dottorato in Fisica dell' Universitá di Torino

PROVE di Ammissione

2^a PROVA
PARTE SCRITTA DIFFERENZIATA PER INDIRIZZI

BUSTA 1

Descrizione della Prova

I candidati dovranno svolgere gli esercizi relativi all'indirizzo prescelto. Non é vietato risolvere gli esercizi relativi ad altri indirizzi, ma non é *assolutamente* richiesto. Nel loro elaborato i candidati dovranno specificare l'indirizzo che hanno scelto ed elencare il numero dell'esercizio ed il punto a cui man mano si rivolgono. Si consiglia di scrivere ordinatamente e di seguire l'ordine proposto che indica un percorso guidato verso la soluzione.
Il candidato tenterá di risolvere tutti gli esercizi del proprio indirizzo tenendo presente che la commissione valuterá piú positivamente uno o piú esercizi completi che non qualche punto sparso di ogni esercizio.

1 Prima Indirizzo (*Sperimentale*): Fisica Nucleare e Subnucleare

1.0.1 Esercizio

La risonanza J/ψ puó venire formata nell'annichilazione $e^+ \, e^-$, ad una macchina a fasci incrociati di energia circa $1.5\,GeV$ per fascio e luminositá $10^{32}\ cm^{-2}\,s^{-1}$. La sezione d'urto:

$$e^+ + e^- \rightarrow J/\psi \rightarrow e^+ + e^- \tag{1}$$

puó essere scritta come:

$$\sigma \equiv (E) = 4\pi\,\lambda^2 \frac{2J+1}{(2s_1+1)\,(2s_2+1)} \frac{\frac{\Gamma_e^2}{4}}{(E-E_R)^2 + \frac{\Gamma_e^2}{4}} \tag{2}$$

dove

1) E =*energia totale nel centro di massa CM*,

2) M_R = *massa della risonanza*

3) J, s_1, s_2= *spin risonanze e particelle stato iniziale*

4) λ= *lunghezza d'onda di de Broglie del moto relativo*

5) Γ, Γ_e = *larghezza totale e parziale in* $e^+ e^-$ *della risonanza.*

La larghezza Γ della J/ψ é molto piccola ($\leq 100\, KeV$) e non puó essere misurata direttamente dal *rate* in funzione dell'energia E, a causa della dispersione in energia dei fasci che é molto maggiore di Γ.

A Mostrare come sia possibile ottenere la larghezza Γ da una misura del rate integrato su tutte le energie e del rapporto di decadimento in $e^+ \; e^-$.

B Si supponga che la misura del *rate integrato* abbia fornito un risultato di $870 \pm 45\, nb \cdot MeV$ e la misura del rapporto di decadimento in $e^+ e^-$ abbia fornito il risultato di 0.07 ± 0.004 con errori puramente statistici. Qual'é il valore di Γ ed il suo errore statistico.

1.0.2 Esercizio

Il mesone vettoriale ω viene prodotto nell'annichilazione $p\,\bar{p}$ in un processo ad interazione forte.

A Trovare il numero minimo di π, che possono accompagnare l' ω

B Per la reazione trovata in [A] stabilire quale sia la quantitá di moto massima della particella ω nel sistema di laboratorio

2 Secondo Indirizzo (*Sperimentale*): Fisica degli Stati Condensati

2.0.3 Esercizio

Si vuole misurare la concentrazione di portatori di carica elettrica con misure di effetto Hall. Si discutano gli ordini di grandezza dei valori di corrente elettrica, campo magnetico, sensibilitá del voltmetro e spessore del campione per due casi diversi di concentrazione: bassa densitá (semiconduttore drogato) ed alta densitá (metallo).

2.0.4 Esercizio

Quando un metallo é compresso l'energia di Fermi aumenta.

A Spiegare perché

B Calcolare l'espressione della compressibilitá $\frac{1}{V}\,\frac{dV}{dP}$

C Calcolare il valore della compressibilitá del rame

Valori utili

- Peso Atomico del Cu : 63.5
- Densitá del CU: 8900 $kg\, m^{-3}$

3 Terzo Indirizzo: Astronomia, Astrofisica, Fisica Cosmica, Geofisica

3.1 SottoSettore: Astronomia, Astrofisica, Fisica Cosmica

3.1.1 ESERCIZIO

Si consideri un'estesa nuvola di idrogeno neutro con densità uniforme nm_H e temperatura uniforme T (m_H è la massa dell'atomo di idrogeno). Si supponga che una sua porzione di raggio R venga compressa in modo che la sua densità sia leggermente maggiore di quella media.

1) Si calcoli qual'è il minimo raggio della regione perturbata perchè questa subisca il collasso gravitazionale (si tratti la nuvola come gas ideale).
2) Si calcoli corrispondentemente la massa limite (massa di Jeans).
3) Si valuti la massa limite per una nuvola del mezzo interstellare, avente densità $n = 1$ atomo/cm^3 e temperatura $T = 100$ K.
4) Una regione del mezzo interstellare medio suddetto è in grado di produrre per collasso gravitazionale stelle come il Sole ? In particolare quali debbono essere state le condizioni del mezzo da cui si è formato il nostro Sole nell'ipotesi che si sia generato come unico risultato del collasso di una singola nuvola ?

3.1.2 Esercizio

Le pulsar sono stelle di neutroni rotanti e dotate di intenso campo magnetico dipolare. Pertanto esse emettono radiazione di dipolo magnetico. Ciò causa una perdita energia rotazionale e quindi un rallentamento della loro velocità angolare, ovvero un aumento del periodo.

1) Nell'ipotesi che la stella di neutroni sia una sfera di densità uniforme, si calcoli la relazione tra l'energia irraggiata e l'allungamento del periodo.

2) Si calcoli il periodo di rallentamento della pulsar della Crab Nebula che irraggia radiazione di dipolo con luminosità $L = 10^{38}$ erg/sec ed ha un periodo $P = 33$ millisecondi (si assuma una massa $M = 1.4 M_{\odot}$ e un raggio $R = 1.1 \times 10^6$ cm).

3) Nell'ipotesi che venga osservata una pulsar il cui irraggiamento $L \propto P^{-4}$, si calcoli la legge temporale dell'allungamento del periodo $P(t)$.

3.2 Sottosettore: Geofisica

3.2.1 Esercizio

Eseguire il calcolo del bilancio energetico della Terra.

3.2.2 Esercizio

Ad un certo istante ($t = 0$) la temperatura dell acqua di uno stagno è $\theta_0 = 0\ ^0C$ e lo spessore dello strato di ghiaccio formatosi sopra la sua superficie è δ.

Domande:

1) Si determini come varia col tempo lo spessore x dello strato di ghiaccio se la temperatura dell' ambiente esterno è $\theta_1 < 0$.

2) Se la temperatura sale bruscamente a $\theta_2 = 10\ ^0C$, dopo quanto tempo tutto il ghiaccio sarà sciolto?

4 Quarto Indirizzo: Fisica Teorica

4.0.3 Esercizio

Consideriamo il decadimento del pione

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu_\mu}. \tag{3}$$

1) Scrivere l'ampiezza M del processo di decadimento usando argomenti di invarianza relativistica e la proprietà V - A delle correnti deboli cariche dei leptoni. 2) Ricavare la larghezza di decadimento Γ, utilizzando la formula

$$d\Gamma = (2\pi)^4 \delta^4(q - p - k) \frac{1}{2m_\pi} \sum_{spin} |M|^2 \frac{m_\nu}{E_\nu} \frac{m_\mu}{E_\mu} \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \frac{d^3k}{(2\pi)^3}. \tag{4}$$

Notare che questa espressione vale per spinori di energia positiva e negativa normalizzati nel modo seguente: $\bar{u}u = 1$, $\bar{v}v = -1$; q, p e k sono i quadrivettori del pione, del muone e dell'antineutrino rispettivamente, E_μ e E_ν sono le energie del muone e dell'antineutrino. Nei calcoli di tracce e di cinematica porre la massa dell'antineutrino uguale a zero. [Suggerimento: per eseguire l'integrale conclusivo usare la formula

$$\delta(f(x)) = \frac{1}{|\frac{df}{dx}|_{x=x_0}}\delta(x - x_0) \tag{5}$$

dove $f(x_0) = 0$]. 3) Commentare la dipendenza della larghezza di decadimento dalla massa leptonica, utilizzando argomenti di elicità.

Si risponda anche alle seguenti domande relative ad una teoria di campo scalare. Si consideri un sistema di 2 campi scalari reali descritto dalla Lagrangiana seguente

$$\mathcal{L} = \int \mathrm{d}^4x \left[\frac{1}{2}\sum_{a=1}^{2}\partial^\mu\phi_a\partial_\mu\phi_a - \frac{\alpha}{2}\sum_{a=1}^{2}\phi_a\phi_a - \frac{\lambda}{4!}(\sum_{a=1}^{N}\phi_a^2)^2 + \sum_{a=1}^{2}h^a\phi_a\right]$$

dove α, λ e h^a sono dei parametri reali e e la si riscriva in funzione del campo scalare carico $\psi = \phi_1 + i\phi_2$.

A Si introduca un campo elettromagnetico A_μ accoppiato minimalmente a ψ. Qual'è la forma della Lagrangiana complessiva ?

B Dimostrare che nelle regioni in cui $\psi(x)$ è diverso da zero e covariantemente costante (cioè $\mathcal{D}_\mu\psi(x) = 0$) il campo $F_{\mu\nu}$ è nullo.

4.0.4 Esercizio: Livelli di Landau

Si consideri un campo elettromagnetico $F_{\mu\nu}$ costituito da un solo campo magnetico costante posto nella direzione dell'asse z e di intensitá H. Si usi la metrica $\eta_{\mu\nu} = \mathrm{diag}+,-,-,-$ e la convenzione usuale $x_0 = ct$

1) Si scriva la forma esplicita del tri–vettore campo magnetico $\overrightarrow{H} = (H_x, H_y, H_z)$ e la forma esplicta della matrice 4×4 che rappresenta il tensore elettromagnetico $F_{\mu\nu}$ in questo caso.

2) Si scrivano due forme esplicite $A_\mu^{(1)}$ e $A_\mu^{(2)}$ del quadrivettore potenziale corrispondente al campo eletromagnetico in questione. Le due forme cercate del potenziale vettore devono soddisfare rispettivamente alle condizioni di gauge $A_y^{(1)} = 0$ ed $A_x^{(2)} = 0$

3) Derivare la trasformazione di gauge che connette le due forme $A_\mu^{(1)}$ e $A_\mu^{(2)}$ del potenziale vettore.

4) Si consideri ora il moto *non relativistico* di un elettrone con carica elettrica e in questo campo magnetico costante e data la forma generale di una funzione d'onda stazionaria:

$$\Psi(t, \mathbf{x}) = \exp\left[-\frac{it}{\hbar}E\right] \psi(\mathbf{x}) \tag{6}$$

si scriva l'equazione di Schrödinger stazionaria per la funzione d'onda ridotta $\psi(\mathbf{x})$

5) Con riferimento al punto precedente si consideri l'ansatz:

$$\psi(\mathbf{x}) = \exp\left[\mathrm{i}\alpha x + \mathrm{i}\beta z\right] \psi(\mathbf{x}) \phi(y) \tag{7}$$

e si determini l'equazione di Schr̈odinger ridotta alla funzione $\phi(y)$ utilizzando la gauge $A_y^{(1)} = 0$.

6) Se il candidato ha ottenuto un risultato corretto nel punto precedente dovrebbe osservare che una semplice trasformazione di variabile $y = y' + k_1$ ed una ridefinizione dell'energia $E = E' + k_2$ riducono l'equazione per $\phi(y')$ a quella di un problema di meccanica quantistica unidemensionale molto noto ed esattamente solubile. Determinare di quale problema si tratta e determinare le due costanti k_1, k_2

7) Scrivere la formula finale dei livelli energetici e specificare da quanti parametri dipendono

8) Eseguire sula funzione d'onda 7 la trasformazione di gauge che porta dalla gauge $A^{(1)}$ alla gauge $A^{(2)}$ facendo eventuali commenti.