PROVE di Ammissione

2^a PROVA

PARTE SCRITTA DIFFERENZIATA PER INDIRIZZI

BUSTA 2

Descrizione della Prova

I candidati dovranno svolgere gli esercizi relativi all'indirizzo prescelto. Non é vietato risolvere gli esercizi relativi ad altri indirizzi, ma non é *assolutamente* richiesto. Nel loro elaborato i candidati dovranno specificare l'indirizzo che hanno scelto ed elencare il numero dell'esercizio ed il punto a cui man mano si rivolgono. Si consiglia di scrivere ordinatamente e di seguire l'ordine proposto che indica un percorso guidato verso la soluzione.

Il candidato tenterá di risolvere tutti gli esercizi del proprio indirizzo tenendo presente che la commissione valuterá piú positivamente uno o piú esercizi completi che non qualche punto sparso di ogni esercizio.

1 Prima Indirizzo (*Sperimentale*): Fisica Nucleare e Subnucleare

1.0.1 Esercizio

I modi di decadimento dominanti del mesone η sono:

$$\begin{aligned}\eta &\rightarrow \gamma\gamma \quad ; \quad BR = 39\% \\ \eta &\rightarrow \pi\pi\pi \quad ; \quad BR = 56\% \\ \eta &\rightarrow \pi\pi\gamma \quad ; \quad BR = 5\%\end{aligned}$$

A Spiegare perché il modo di decadimento in due π é proibito

B Spiegare perché il modo di decadimento in tre π é proibito per le interazioni forti, ma é permesso per quelle elettromagnetiche.

Masse e numeri quantici delle particelle coinvolte:

	I^G	(J^{PC})	
Pione	1^-	(0^-)	(1)
Eta	0^+	(0^{-+})	

$$m_\pi = 0.139 \text{ GeV} / c^2 \quad (2)$$

$$m_\eta = 0.547 \text{ GeV} / c^2 \quad (3)$$

1.0.2 Esercizio

Una targhetta d' idrogeno liquido è bombardata con un fascio di protoni di 12 GeV/c. Gli impulsi delle paricelle cariche prodotte sono misurati con delle camere a fili poste in un campo magnetico. Per un evento sono osservate sei tracce di particelle cariche. Due di queste si intersecano al vertice della reazione. Esse corrispondono entrambe a paricelle con carica positiva. Le altre tracce corrispondono a coppie di partcelle di carica opposta. Ciascuna di queste coppie sembra provenire da vertici situati qualche centimetro a valle del vertice della reazione. Evidentemente sono state prodotte nella reazione due particelle elettricamente neutre, e quindi inosservabili con l' apparato descritto, che sono in seguito decadute in una coppia di particelle cariche.

Domande:

- 1) Indicare, facendo uso del "particle data book", quali sono i possibili candidati, mesoni o barioni, per queste particelle neutre.
- 2) Se gli impulsi e gli angoli misurati per ciacuna coppia di tracce sono rispettivamente:

(a) $|\mathbf{p}_+| = 0,68 \text{ GeV}/c$, $|\mathbf{p}_-| = 0,27 \text{ GeV}/c$, $\angle(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = 11^\circ$

(b) $|\mathbf{p}_+| = 0,25 \text{ GeV}/c$, $|\mathbf{p}_-| = 2,16 \text{ GeV}/c$, $\angle(\mathbf{p}_+, \mathbf{p}_-) = 16^\circ$

con errori relativi dell' ordine del 5 %, determinare:

- le masse invarianti di ciascuna particella neutra da cui proviene ognuna delle due coppie misurate
- Paragonare i risultati ottenuti con le ipotesi fatte in risposta alla prima domande e trarne le dovute conclusioni.

2 Secondo Indirizzo (*Sperimentale*): Fisica degli Stati Condensati

2.0.3 Esercizio

Un campione di semiconduttore intrinseco ha una resistenza di 10Ω a $75^\circ C$ e di 100Ω a $55^\circ C$.

- 1) Supponendo che questa variazione sia dovuta principalmente alla variazione, in funzione della temperatura, della concentrazione di portatori intrinseci, si calcoli la *gap energetica* del semiconduttore.
- 2) Si discutano altri possibili contributi alla variazione di resistenza al variare della temperatura e se ne valutino gli ordini di grandezza.

2.0.4 Esercizio

Si assuma che la relazione di dispersione per i fononi in una dimensione sia:

$$\omega = C \left| \sin\left[\frac{ak}{2}\right] \right| \quad (4)$$

A Se la velocità del suono è 5000 m s^{-1} ed $a = 0.03 \text{ nm}$, quanto vale C ?

B Calcolare la velocità di fase e di gruppo per i seguenti valori di k

$$k = \pm \frac{\pi}{2a}, \frac{\pi}{a}, \frac{3\pi}{a} \quad (5)$$

3 Terzo Indirizzo: Astronomia, Astrofisica, Fisica Cosmica, Geofisica

3.1 SottoSettore: Astronomia, Astrofisica, Fisica Cosmica

3.1.1 ESERCIZIO

Si risponda alle seguenti domande:

- 1) Si immagini una regione del mezzo interstellare costituita di idrogeno con densità uniforme $n \times m_H$ e temperatura uniforme T_0 che verrà trattato come gas ideale. (m_H è la massa dell'idrogeno). Questa regione perturbata da una piccola variazione locale di pressione è in grado di produrre per collasso gravitazionale un'astro di massa di massa stellare?
- 2) In particolare quali debbono essere state le condizioni del mezzo da cui si è formato il Sole, nell'ipotesi che sia generato come unico risultato del collasso di una singola nuvola interstellare. Per rispondere a questa domanda si calcoli la massa limite (massa di Jeans). corrispondente ad una nuvola del mezzo interstellare, avente densità $n = 2 \text{ atomo/cm}^3$ e temperatura $T = 150 \text{ K}$.
- 3) Nell'ipotesi idealizzata che il Sole avesse densità uniforme quale sarebbe la sua pressione centrale.

3.1.2 Esercizio

- 1) Il periodo della Phobos, una delle lune di Marte, è di $P = 0.3189$ giorni e il raggio della sua orbita circolare è $R = 9370$ km. Si calcoli la massa di Marte.
- 2) Una cometa percorre un'orbita con distanza all'afelio di 5×10^4 unità astronomiche ed eccentricità di 0.995. Si calcolino la distanza al perielio, il periodo orbitale, le velocità all'afelio e al perielio, e la velocità di fuga dal sistema solare all'afelio.

3.2 Sottosettore: Geofisica

3.2.1 esercizio

Eseguire il calcolo del vento geostrofico in funzione del gradiente di pressione, alla latitudine di 45° .

3.2.2 Esercizio

Il carbonio ${}^6_{14}C$, emettitore β^- , di periodo (mezza vita) 5570 anni, è prodotto nell'alta atmosfera dall'urto di neutroni sugli atomi di ${}^7_{14}N$. Le piante assorbono il biossido di carbonio proveniente dal ${}^6_{14}C$ o dal ${}^6_{12}C$. La proporzione dei due isotopi è la stessa nell'atmosfera e nei vegetali. Quando una pianta muore il processo di assorbimento si arresta ed il tasso di ${}^6_{14}C$ diminuisce. Per conoscere l'epoca in cui vissero gli uomini preistorici nella grotta di Lascaux, si misura la radioattività di un campione di carbone di legna trovato sepolto nel suolo della grotta.

Domande:

- 1) Scrivere la reazione nucleare che produce ${}^6_{14}C$.
- 2) Il numero di disintegrazioni del campione di carbone di legna trovato nella grotta non è più che di 1,6 disintegrazioni per minuto, mentre quello di un campione di carbone di legna "attuale" di massa uguale è di 11,5 disintegrazioni per minuto. Supponendo che il numero di disintegrazioni per unità di tempo sia proporzionale al numero di atomi che possono decadere, quanto tempo è passato da quando l'ultimo fuoco è stato acceso nella grotta di Lascaux?

4 Quarto Indirizzo: Fisica Teorica

4.0.3 Esercizio

Si risponda alle seguenti domande:

- 1) Si scrivano gli spinori di Dirac per un elettrone di impulso $\vec{p}$, di energia positiva e di elicità +1 e -1, scegliendo una opportuna rappresentazione di matrici di Dirac.

- 2) Se ne ricavino esplicitamente gli spinori trasformati per rotazione spaziale di un angolo $\theta = 60^\circ$ in verso antiorario attorno all'asse y (si prenda l'asse z lungo $\vec{\mathbf{p}}$).
- 3) Si ricavi esplicitamente come si trasformano gli spinori di cui al punto 1 per trasformazione di velocità lungo la direzione di $\vec{\mathbf{p}}$ e di modulo $v = \frac{1}{2} c$.
- 4) Sia

$$\mathcal{L} = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \partial^\mu \vec{\varphi} \cdot \partial_\mu \vec{\varphi} - \mathcal{V}(\vec{\varphi}) \right)$$

La lagrangiana per un multipletto di 3 campi scalari reali $\vec{\varphi}$. Si discutano le simmetrie del modello per le seguenti due scelte del potenziale

$$\mathcal{V}_1 = (\vec{h} \cdot \vec{\varphi} + \alpha)^4, \quad \mathcal{V}_2 = \alpha \varphi^2 + \beta (\varphi^2)^2 + \vec{\varphi} \cdot \vec{h}$$

dove si è posto $\varphi^2 = \vec{\varphi} \cdot \vec{\varphi}$, $\vec{h}$ è un vettore costante e α e β sono parametri reali.

- 5) Utilizzando i potenziali del punto precedente, si determinino i possibili vuoti classici della teoria (cioè estremi del potenziale) in funzione del valore dei parametri.
- 6) Si renda locale la simmetria del modello con potenziale $\mathcal{V}_1$ modificando la lagrangiana con l'introduzione di un opportuno campo di gauge

4.0.4 Esercizio: Pressione e gas di Fermi degeneri

Sia m_N la massa del neutrone e si consideri una situazione idealizzata in cui un oggetto sferico di raggio R , densità uniforme ρ_0 e dotato di una massa dell'ordine della massa stellare $M_\odot$ è composto di un gas di $N = M_\odot/m_N$ neutroni liberi.

- 1) Considerando il gas di neutroni come un gas di Fermi non relativistico completamente degeneri si calcoli l'impulso di Fermi in funzione delle costanti fondamentali e della densità di neutroni $\rho_0 \equiv N/V$. Si tenga conto del fatto che il neutrone ha spin $s = 1/2$
- 2) Si calcoli ora, in termini dei dati del problema l'energia $E_0 = E_0(V, \dots)$ dello stato fondamentale del gas di neutroni e la pressione $p = -\partial E_0 / \partial \dots$
- 3) Una stella di densità uniforme è in equilibrio se in ogni punto al suo interno la forza di attrazione gravitazionale determinata dalla legge di Newton è bilanciata dalla forza dovuta alla pressione del fluido. Nel caso di una stella sferica di densità costante $\rho = M_\odot/V$ e raggio R si scriva la condizione di equilibrio e si risolva la semplicissima equazione differenziale che determina la pressione in funzione della distanza dal centro della stella. In particolare si determini la pressione centrale in funzione della massa totale M e del raggio R . (Suggerimento per le condizioni al contorno: la pressione si annulla al bordo della stella $p(R) = 0$)

- 4) Utilizzando i risultati dei due punti precedenti nonché i valori delle costanti fondamentali:

$$\begin{aligned}\hbar &= 1,05459 \times 10^{-27} \text{ erg sec} \\ G &= 6,673 \times 10^{-8} \text{ dyn cm}^2 \text{ gm}^{-2} \\ m_N &= 1.674 \times 10^{-24} \text{ gm} \\ M_{\odot} &= 1,99 \times 10^{33} \text{ gm}\end{aligned}\tag{6}$$

stimare il valore in chilometri del raggio di una stella di neutroni di massa stellare.