Risolvere fino a un massimo di tre problemi nella lista seguente.

- Costruire l'elettrodinamica scalare (fotoni interagenti con pioni carichi). Calcolare, ad un-loop, la self-energia del fotone e discuterne le proprietà.

- Data la Lagrangiana

$$L = -\frac{1}{2}\,\partial_\lambda\, h_{\lambda\mu}\partial_\mu\, h_{\nu\nu} + \frac{1}{2}\,\partial_\lambda\, h_{\lambda\mu}\partial_\nu\, h_{\nu\mu} - \frac{1}{4}\,\partial_\lambda\, h_{\mu\nu}\partial_\lambda\, h_{\mu\nu} + \frac{1}{4}\,\partial_\lambda\, h_{\mu\mu}\partial_\lambda\, h_{\nu\nu} \tag{1}$$

  dimostrare che e' invariante per

$$h_{\mu\nu} \to h_{\mu\nu} + \partial_\mu\,\eta_\nu + \partial_\nu\,\eta_\mu \tag{2}$$

  dove η_μ e' un arbitrario 4-vettore. Mostrare che

$$-\frac{1}{2}\,C^2, C_\mu = \partial_\nu\, h_{\mu\nu} - \frac{1}{2}\,\partial_\mu\, h_{\nu\nu} \tag{3}$$

  e' un termine che fissa il gauge e costruire il propagatore della teoria.

- Sia $\varphi \neq 0$ il valore di aspettazione nel vuoto del campo ϕ_N, appartenente a un multipletto $\phi_i, i = 1, \ldots N$ di campi scalari soggetti a un potenziale della forma

$$V = \frac{a}{2}\sum_i \phi_i^2 + \frac{b}{4!}(\sum_i \phi_i^2)^2 - h\phi_N$$

  con $a < 0 < b,\ h > 0$. Determinare in questo vuoto, in approssimazione gaussiana, lo spettro degli stati di singola particella in funzione dei parametri φ, a, h.

  Ripetere poi lo stesso calcolo per il potenziale

$$U = \frac{a}{2}\sum_i \phi_i^2 + \frac{b}{4!}\sum_i \phi_i^4 - h\phi_N$$

  attorno a un vuoto stabile a simmetria rotta e discutere l'importante differenza tra i due spettri nel limite $h \to 0$ alla luce della differente simmetria dei due modelli.

- Trovare per quali valori della costante a l'operatore $T(a) = \exp(i\,a\,p)$ commuta con l'operatore $S = \exp(i\,x/L)$ dove L è una lunghezza prefissata e $[x, p] = i$.

  1. Spiegare perchè l'operatore S da solo non forma un Sistema Completo di Osservabili Commutanti per una particella senza spin, libera di muoversi lungo tutto l'asse x.
  2. Nell'ipotesi (di cui non si richiede la dimostrazione) che per ottenere un SCOC basti associare ad S uno dei T commutanti con S, quale scegliere e perchè?
  3. Che cosa succederebbe invece se x rappresentasse la coordinata lungo una circonferenza di raggio L?

- Applicando l'identità fra distribuzioni

$$\frac{1}{2\,\pi} \sum_{n \in Z} \exp(i\,n\,x) = \sum_{n \in Z} \delta(x - 2\,n\,\pi) \tag{4}$$

  ad una opportuna funzione di prova, dimostrare la formula di risommazione di Poisson

$$(\pi\,q)^{-1/2} \sum_{n \in Z} \exp(-n^2/a) = \sum_{n \in Z} \exp(-\,a\pi^2\,n^2), \quad \forall a > 0. \tag{5}$$