Elettrostatica: Studio del campo elettrico costante nel tempo

Piu' interessante per le applicazioni: Elettrostatica nei mezzi materiali

Legata a proprieta' elettriche dei materiali, in particolare solidi

Classificazione semplificata:

Conduttori

Isolanti

Semiconduttori

Superconduttori

Proprieta' molto diverse, non interpretabili nell'ambito della fisica classica

Origini:

Diversi tipi di legami chimici

Proprieta' dei reticoli cristallini

In questo corso: Conduttori, Isolanti

Piu' facile farsi un modello classico (in realta' insoddisfacente, ma passabile)

In tutti i materiali: cariche positive + cariche negative

Condizioni normali: Neutralita' elettrica

Isolanti: Cariche fisse

Conduttori: Cariche mobili

Conduttori: quasi sempre solidi, nei quali si trovano elettroni -vi liberi & ioni +vi non liberi

Proprieta' essenziali dei conduttori In condizioni di equilibrio (→Elettrostatica) :

$\mathbf{E} = 0$ all'interno

r=0 all'interno (Teo. di Gauss con superficie qualsiasi)

Carica eventuale solo su superficie

Potenziale costante in tutto il corpo: $V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \rightarrow V(P_1) = V(P_2)$

$\mathbf{E}_{ext} \parallel \hat{\mathbf{n}}$, $\hat{\mathbf{n}}$ normale alla superficie punto per punto

Teo.di Coulomb: $\mathbf{E}_{ext} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}}$, immediatamente vicino alla superficie

[Proprieta' c.elettrico dai due lati di uno strato superficiale di carica:

$\left|\Delta\mathbf{E}\right| = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}, E_1 = 0 \rightarrow E_2 = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$

V. anche nota]

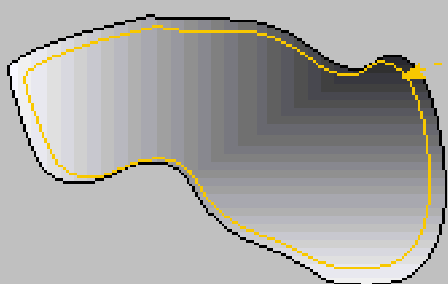
Interpretazione-1

1) **E**=0 all'interno del conduttore

Nel conduttore ci sono cariche libere
Se all'interno **E**#0, le cariche sarebbero in moto, quindi fuori dall'equilibrio.
Quindi: **E**=0 per un conduttore in equilibrio

2) ρ=0 all'interno del conduttore

vedi 1): usiamo il teorema di Gauss



Sup. gaussiana a distanza infinitesima da quella del conduttore

$$\mathbf{E} = 0 \rightarrow \Phi(\mathbf{E}) = 0 \rightarrow q_{int} = 0$$

3)cariche solo su superficie

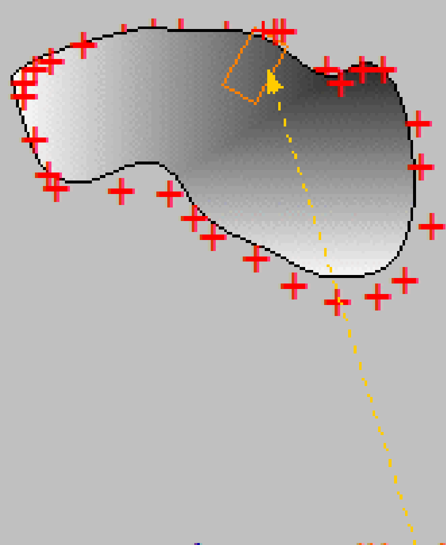
vedi 2): se carichiamo un conduttore, la carica si distribuisce solo sulla superficie

Interpretazione - 2

4)Superficie conduttore: equipotenziale

Se non lo fosse, ci sarebbero dei gradienti di potenziale, quindi dei campi elettrici superficiali che causerbbero il moto delle cariche, quindi non ci sarebbe equilibrio

5)C.elettrico: ortogonale alla superficie



$$\Phi(\mathbf{E}) = \oiint_{\substack{superficie\\ cilindro}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} \approx E_{sup}\Delta S = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta Q = \sigma \Delta S$$

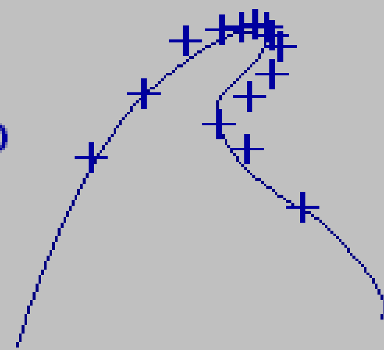
$$\rightarrow E_{sup} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Sup. gaussiana: *cilindro*
Base superiore a distanza infinitesima da quella del conduttore

Effetti vari per i conduttori

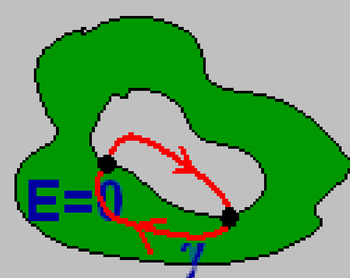
1) Potere delle punte

Raggio di curvatura piccolo
Gradiente di V grande
E grande
σ grande
Quindi: carica concentrata vicino alle punte

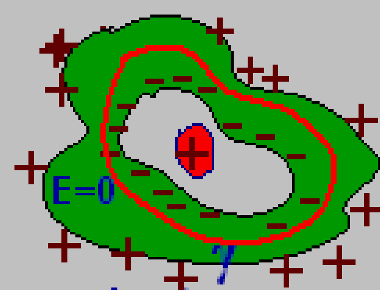


2)Schermo elettrostatico

Conduttore cavo: E = 0 nella cavita' e sulla parete interna
Altrimenti $\oint_\gamma \mathbf{E}\cdot ds \neq 0$



3) Carica entro cavita'



Carica indotta su parete interna - uguale, opposta
Carica indotta anche su parete esterna - opposta (cons. carica)

$$\left.\begin{array}{l} q = \int_{Sup} \sigma dS \\ V = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int_{Sup} \dfrac{\sigma}{r'} dS \end{array}\right\} \rightarrow \frac{q}{V} = \text{cost} = \text{ capacita' del conduttore}$$

Capacita' di un conduttore

Rapporto fra carica e potenziale:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Legata alla geometria del conduttore
e alla sua posizione rispetto agli altri

Analogia con gas perfetto:

$$pV = nRT \rightarrow \frac{n}{p} = \left(\frac{V}{RT}\right)$$

analogo a C

Unita' di misura:

$$[C] = [Q]\left[V^{-1}\right] \rightarrow \text{unita'} = 1 \text{ CV}^{-1} = 1 \text{ F (farad)}$$

Capacita' di una sfera

Sfera conduttrice isolata:

campo interno nullo

campo esterno come c.puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \quad r \geq R$$

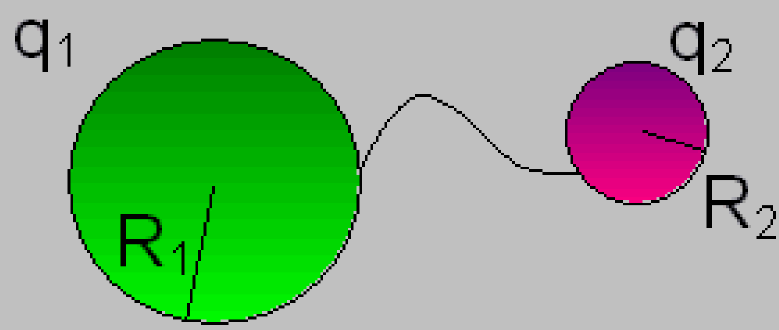
$$V = \text{cost} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \quad r < R$$

Allora per la capacita':

$$C = \frac{Q}{V(r=R)} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Es: R=0.1 m	C=11 pF
R=6.7 10^6 m	C=0.74 mF
R=9 10^9 m	C=1 F

Due sfere collegate



Collegate: unico conduttore $V_1=V_2$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

$$\rightarrow q_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2),q_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)$$

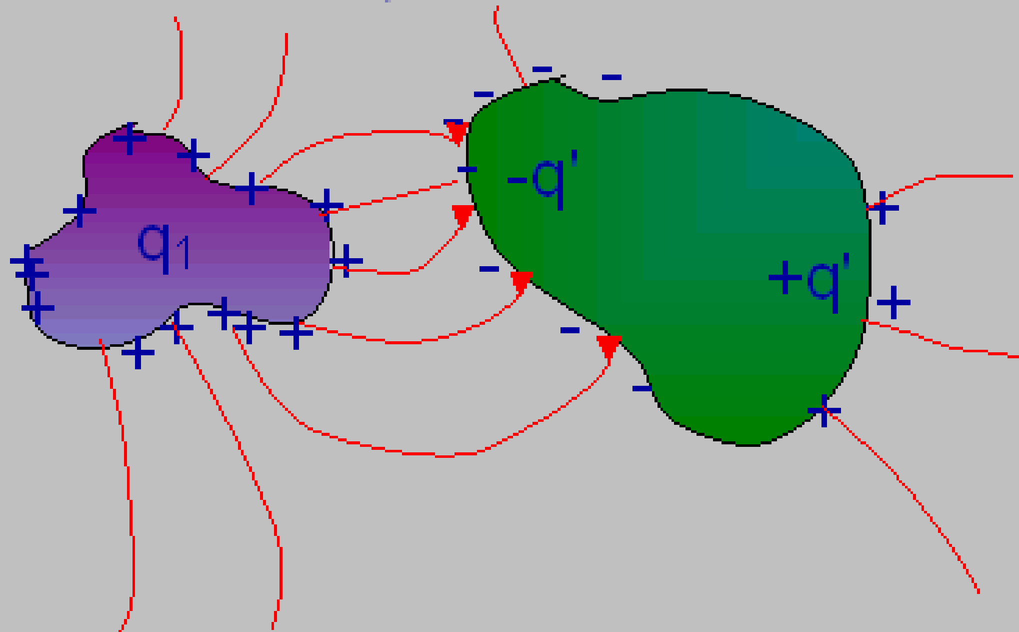
$$\rightarrow \sigma_1=\frac{q_1}{4\pi R_1^2}=\frac{\frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_1^2},\sigma_2=\frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_2^2}$$

$$\rightarrow\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{E_1}{E_2}$$

Potere delle punte...

Sistemi di conduttori

Coppia di conduttori:
1 carico, 2 scarico



Effetto dell'induzione elettrostatica:

$V_1 \rightarrow V_1'$ quando si introduce 2

V_1 (in assenza di 2) risente solo di q_1

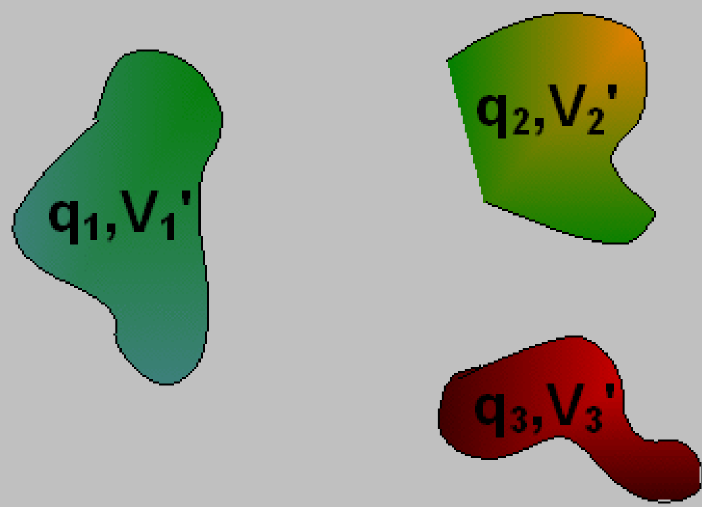
V_1' (in presenza di 2) risente di q_1, $-q'$ e $+q'$

$V_1' < V_1$ perche' $-q'$ e' vicina, $+q'$ lontana

$C \rightarrow C' > C$: infatti $C' = \dfrac{q_1}{V_1'}$

Sistema di conduttori

Ognuno con propria carica q1, q2, ...



Induzione elettrostatica: effetto "molti corpi"

Ogni conduttore induce cariche su tutti gli altri

Inoltre, ogni conduttore ha sua propria carica

Quindi, il potenziale di ogni conduttore e':

$$V_1' = a_{11}q_1 + a_{12}q_2 + \dots$$
$$V_2' = a_{21}q_1 + a_{22}q_2 + \dots$$
$$\dots\dots$$

Matrice di coefficienti: invertibile

$$q_1 = c_{11}V_1' + c_{12}V_2' + \dots$$
$$q_2 = c_{21}V_1' + c_{22}V_2' + \dots$$
$$\dots\dots$$

Matrice delle capacita' mutue

Condensatore

Proprieta' matrice capacita':

$$c_{ij} = c_{ji} \leq 0 \qquad i \neq j$$

$$c_{ii} > 0 \qquad i = j$$

Coppia di conduttori con
cariche proprie uguali e opposte
induzione completa

$$q_1 = -q_2 = q$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = a_{11}q - a_{12}q \\ V_2 = a_{21}q - a_{22}q \end{cases}$$

$$\rightarrow V_1 - V_2 = \left(a_{11} + a_{22} - 2a_{12}\right)q$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{1}{a_{11} + a_{22} - 2a_{12}}$$

Capacita' del condensatore

Condensatore

Sistema di 2 conduttori fra i quali esiste *induzione completa:*

Tutte le linee di forza che escono da 1 finiscono su 2

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

Esempio:
cilindri coassiali