

Dielettrici

Confrontati con i conduttori:

*elettroni legati permanentemente agli
atomi/molecole*

non ci sono elettroni liberi

non ci puo' essere conduzione

Effetti elettrici nei dielettrici:

polarizzazione

Due tipi di atomi/molecole:

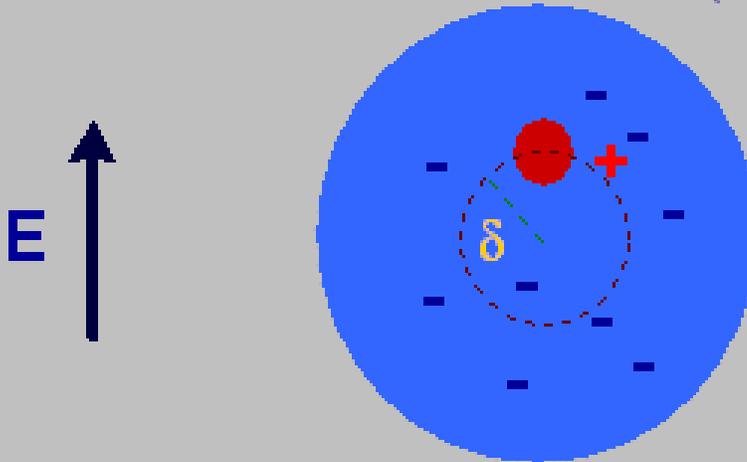
*privi di momento di dipolo proprio
(es. atomo di H)*

*con momento di dipolo proprio
(es. molecola H₂O)*

Modello atomico semplificato

Carica +va puntiforme (nucleo)

Carica -va distribuita (elettroni)



Campo nel punto in cui si trova il nucleo:
quello dovuto alla carica contenuta entro il
raggio δ

$$E_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(\delta)}{\delta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^3} \delta$$

$$\rightarrow F = ZeE_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R^3} \delta$$

In condizioni di equilibrio:

$$ZeE_{\text{int}} = ZeE$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R^3} \delta = ZeE \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^3} \delta = E$$

$$\rightarrow \delta = 4\pi\epsilon_0 \frac{R^3}{Ze} E$$

Momento di dipolo indotto

Il campo esterno distorce leggermente la struttura atomica inducendo un *momento di dipolo elettrico*

$$p = (Ze) \delta = 4\pi\epsilon_0 R^3 E$$

$$p = \alpha E \quad \alpha \text{ polarizzabilita'}$$

$$\rightarrow \alpha = 4\pi\epsilon_0 R^3$$

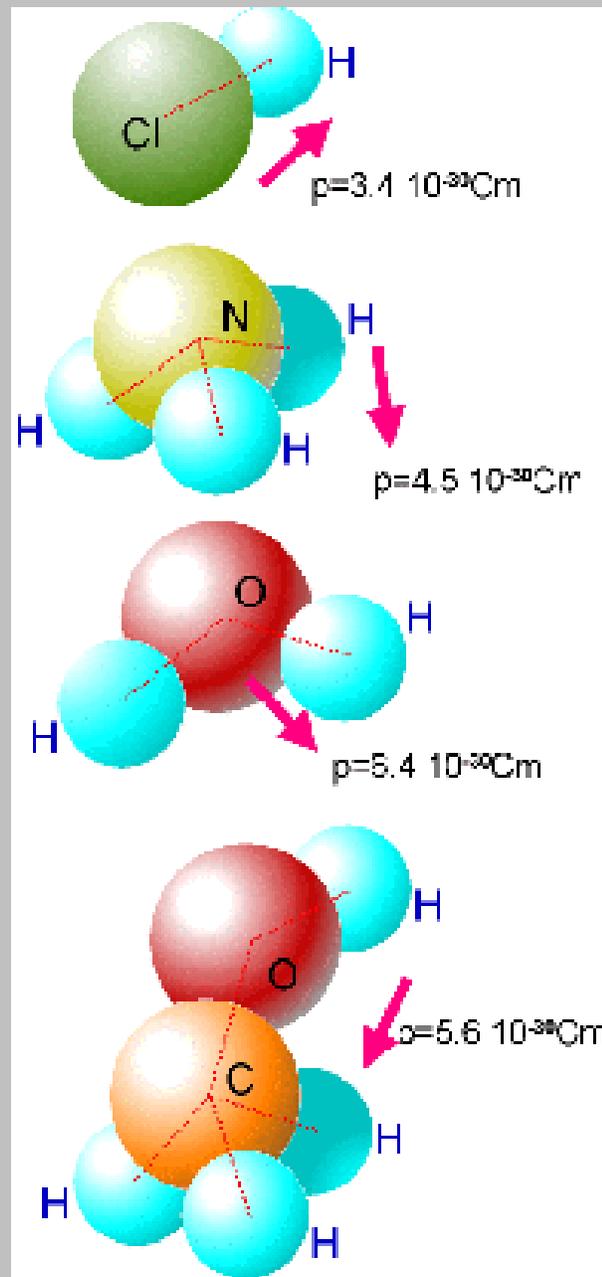
Esempio: atomo di idrogeno

$$\alpha = 4\pi\epsilon_0 R^3$$

$$R = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

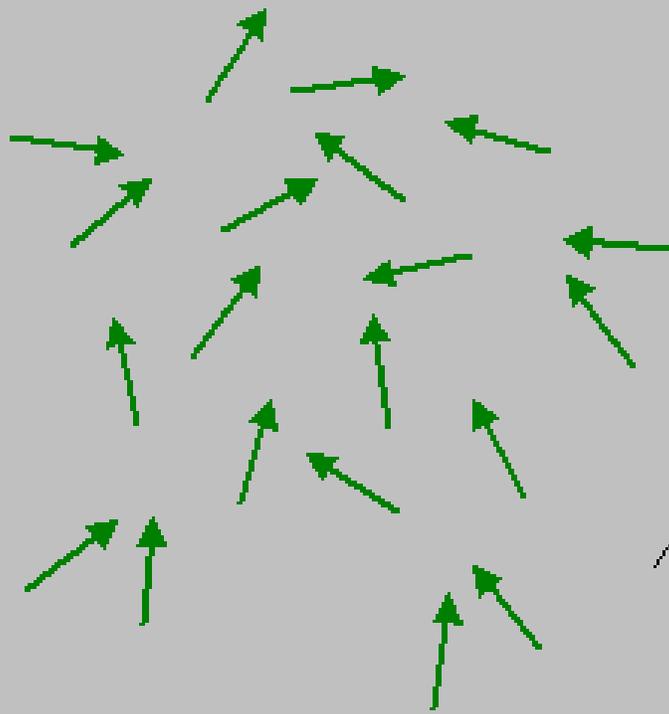
$$\rightarrow \alpha = 12.56 \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 0.12 \cdot 10^{-30} = 1.3 \cdot 10^{-41} \text{ Fm}^2$$

Momento di dipolo permanente



(da V.Gracco - Fisica generale II)

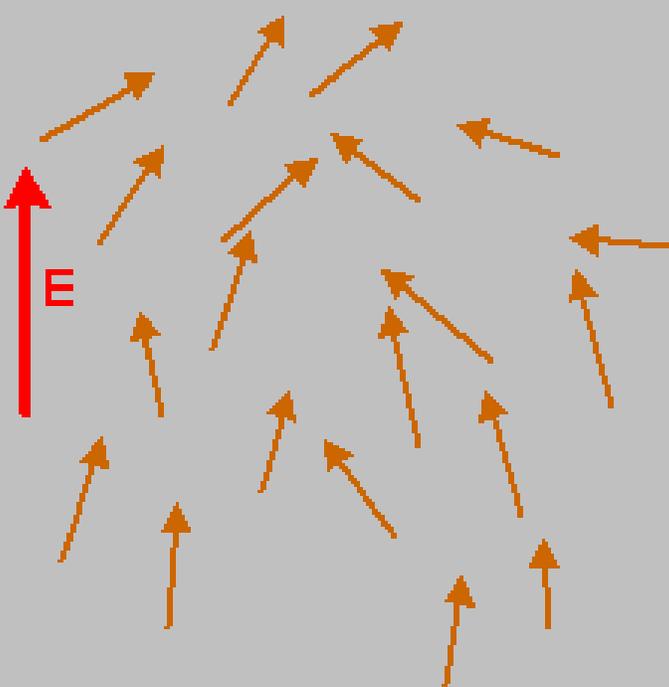
Polarizzazione per orientamento



$$\langle p_x \rangle = 0$$

$$\langle p_y \rangle = 0$$

$$\langle p_z \rangle = 0$$



$$\langle p_x \rangle = 0$$

$$\langle p_y \rangle = 0$$

$$\langle p_z \rangle \neq 0$$

A ogni data temperatura T , l'agitazione termica orienta casualmente i dipoli

$$\rightarrow \langle p_x \rangle = \langle p_y \rangle = \langle p_z \rangle = 0$$

Presenza di un campo polarizzante esterno \mathbf{E} :

Stato a energia min.: quello con il dipolo parallelo a \mathbf{E}

Stato a energia max.: quello con il dipolo antiparallelo a \mathbf{E}

Risultato della meccanica statistica:

Stati a energia bassa piu' popolati di quelli a energia alta

→ Stato con dipolo allineato al campo piu' popolato di quello con dipolo anti-allineato

$$\rightarrow N_{mol}(\text{allineate}) > N_{mol}(\text{anti-allineate})$$

$$\rightarrow \langle p_z \rangle \neq 0 \text{ se } \mathbf{E} \text{ e' in direzione } z$$

(v. nota su funzione di Langevin)

→ Polarizzazione per orientamento

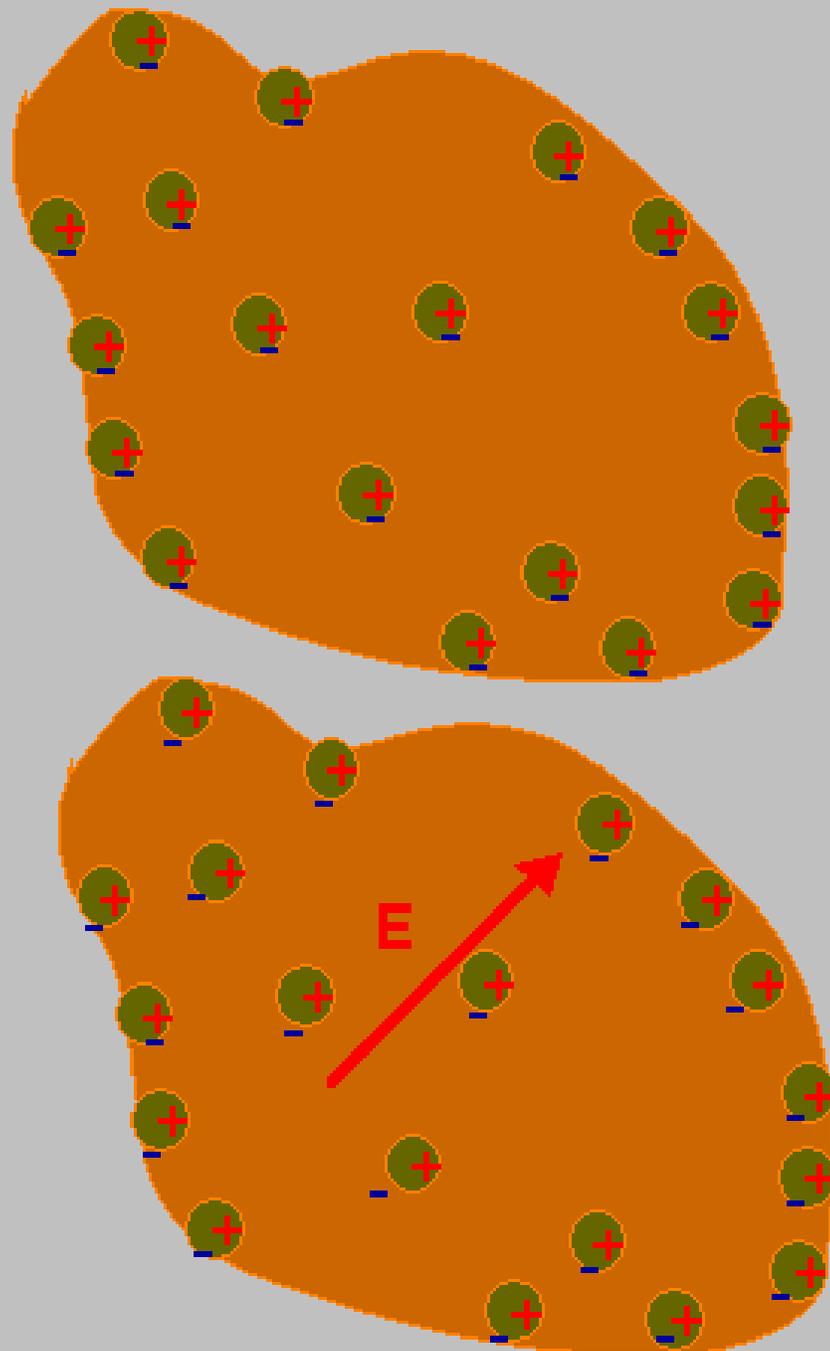
Per valori modesti del campo \mathbf{E} :

$$\langle p_z \rangle \simeq \frac{p^2 E}{3kT}$$

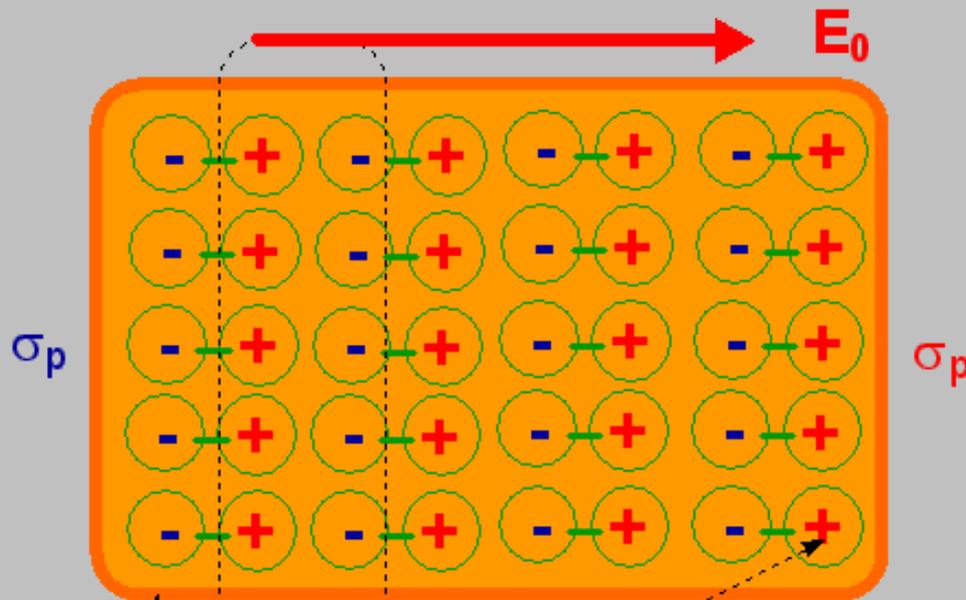
$$\rightarrow \alpha_{orien} = \frac{p^2}{3kT} \text{ polarizzabilita'}$$

Dielettrico in un campo esterno - 1

Sia per orientamento, sia per induzione dei dipoli il dielettrico si *polarizza* (separazione delle cariche)



Dielettrico in un campo esterno - 2



$Q=0$ se \mathbf{P} uniforme entro il dielettrico

Cariche superficiali non compensate
cariche di polarizzazione

Vettore polarizzazione:
momento di dipolo per unita' di volume

$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ momento di dipolo

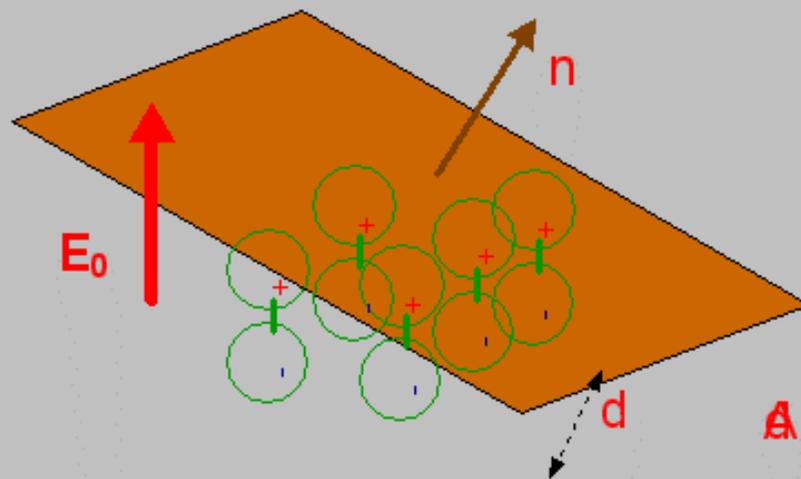
$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = nq\mathbf{d}$ vettore polarizzazione

In generale:
se \mathbf{P} non e' uniforme, anche densita' di volume di cariche di polarizzazione

Dielettrico in un campo esterno - 3

Densita' superficiale di carica di polarizzazione: carica per unita' di superficie

Quella contenuta nell'elemento di volume di spessore d :



Il volumetto ha spessore d perche' in volumi piu' spessi la carica totale e' zero

$$dQ = dA \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{n}} q N$$

$$\rightarrow \frac{dQ}{dA} = N q \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

Densita' superficiale: componente normale del vettore polarizzazione

Campo esterno ed interno

Presenza di cariche di polarizzazione:

Contributo al campo elettrico fuori dal dielettrico

(Essenzialmente: simile a un dipolo)

Campo aggiuntivo entro il dielettrico, con orientazione opposta a quello esterno

Caso semplice:

Geometria rettilinea

Cariche di polarizzazione superficiali

2 strati superficiali con densità $\pm \sigma$:

$$E_p = 2 \times \frac{\sigma_p}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} = \frac{P}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_T = E_{ext} - E_p = E_{ext} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} = E_{ext} - \frac{P}{\epsilon_0} \quad \text{Campo interno totale}$$

$$P = \epsilon_0 \chi E_T \rightarrow E_T = E_{ext} - \chi E_T \rightarrow E_T (1 + \chi) = E_{ext}$$

$$\rightarrow E_T = \frac{E_{ext}}{1 + \chi}$$

Risultato valido in generale

Relazione costitutiva

Relazione "empirica" fra polarizzazione e campo

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = \varepsilon_0 n\alpha\mathbf{E} = \varepsilon_0\chi\mathbf{E}$$

$$\chi = n\alpha \approx n \left(4\pi R^3 + \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{p^2}{kT} \right)$$

Suscettività dielettrica: funzione della temperatura e della frequenza

Definizione:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi$$

*Costante dielettrica relativa
Spostamento elettrico*

Valori caratteristici

$\alpha \sim \alpha_{\text{def}} \propto \text{volume} \sim \text{costante}$ per atomi come questi

$$\epsilon_r = 1 + \chi$$

$\chi \propto n \propto \text{densita'}$

$$\text{dens}_{\text{liq}} \sim 1000 \text{ dens}_{\text{gas}}$$

$$\rightarrow \epsilon_{r(\text{liq})} \sim (1 + 1000 * 5 * 10^{-4}) \epsilon_{r(\text{gas})}$$

costanti dielettriche

Valori statici, a T ambiente salvo gas liquefatti

Sostanza	ϵ_r
N ₂ (gas, 1 atm)	1.00059
N ₂ (liquido)	1.454
Ar (gas, 1 atm)	1.00055
Ar (liquido)	1.544
O ₂ (gas, 1 atm)	1.00053
O ₂ (liquido)	1.510
Vetro	~4.0
Carta	2 - 4
Plexiglas	2.4
Polistirene	2.6
Polietilene	2.3
Benzene	2.28
Gomma	4.1
NaCl	6.12
Quarzo SiO ₂ (⊥ asse ottico)	4.34
" " (// asse ottico)	4.27
Alcol etilico(0 °C)	28.4
H ₂ O distillata(20 °C)	80.

$$\alpha \sim \alpha_{\text{orien}}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi \approx \chi$$