

## Flusso di un campo vettoriale

Flusso di un fluido in un condotto tubolare :

$\Delta S \perp$  velocità

$\rho$  densità costante

1)  $v$  costante in modulo e direzione in tutta la sezione del condotto

Massa d'acqua che transita attraverso  $\Delta S$  nell'intervallo  $\Delta t$  :

$$\Delta m = \rho \Delta V = \rho \Delta S v \Delta t$$

Volume d'acqua che transita attraverso  $\Delta S$  nell'intervallo  $\Delta t$  :

$$\frac{\Delta m}{\rho \Delta t} = v \Delta S \quad \text{portata del condotto}$$

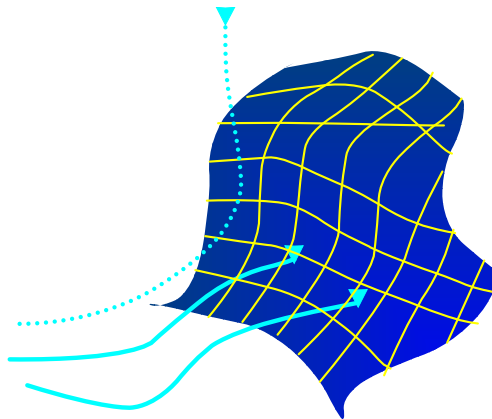
2)  $v$  variabile

Portata dipende dalla velocità *locale* del fluido

$$\frac{\Delta m}{\rho \Delta t} = \sum_i \mathbf{v}_i \cdot \Delta \mathbf{S}_i$$

$V$  parallela a  $S$ : portata 0

$V$  ortogonale a  $S$ : portata max.



Elemento di portata:  $\Delta \Phi = \mathbf{v} \cdot \Delta \mathbf{A}$

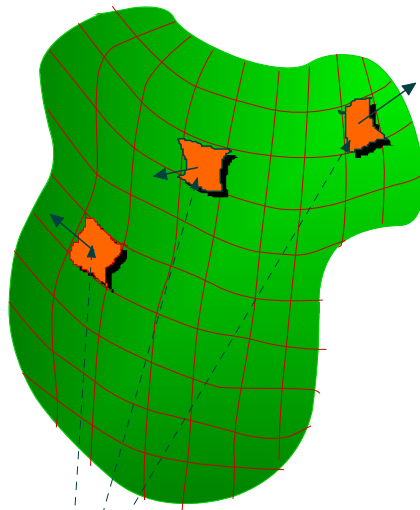
$\mathbf{v}$  definita su ogni elemento di area orientata:

Campo vettoriale funzione della posizione

$$\rightarrow \Phi = \int_{\Sigma} \mathbf{v} \cdot d\mathbf{\Sigma} \text{ flusso totale attraverso la superficie}$$

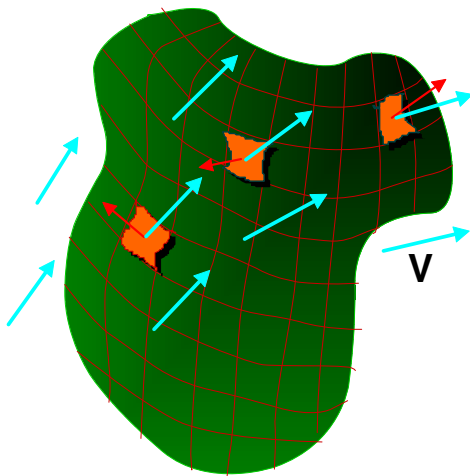
Generalizzazione a campo vettoriale qualsiasi

Area orientata:



Normale alla superficie, punto per punto

Campo vettoriale definito su tutta la superficie:



$$\Phi_S(\mathbf{V}) \approx \sum_{\substack{\text{elementi} \\ \text{superficie}}} \mathbf{V}_i \cdot d\mathbf{S}_i \rightarrow \Phi_S(\mathbf{V}) = \int_S \mathbf{V}(\mathbf{r}) \cdot d\mathbf{S}$$

Elemento di flusso di un campo vettoriale :

$$d\Phi = \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Sigma$$

$\hat{\mathbf{n}} d\Sigma = d\Sigma$  elemento di area orientata

Flusso attraverso una superficie finita:

$$\Phi = \int_{\Sigma} \mathbf{E} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Sigma$$