Corso di Laurea in Fisica

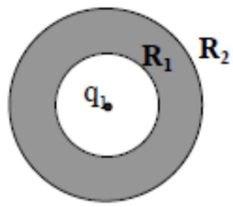
A.A. 2019/20

# Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 02/12/2019

<u>Problema 1</u>

Nel centro di un conduttore sferico cavo, di raggio interno $R_1 = 10\ cm$ ed esterno $R_2 = 20\ cm$, si trova una carica puntiforme $q_1=310^{-5}\ C$.




a) Trovare campo e potenziale elettrostatico nelle 3 regioni $r<R_1$, $R_1<r<R_2$, $r>R_2$
b) Trovare campo e potenziale elettrostatico nelle tre regioni di cui sopra dopo che una carica $q_2=3q_1$ viene trasportata dall'infinito sul conduttore
c) Trovare il lavoro speso per trasportare $q_2$

Cariche indotte sul conduttore:

$-q_1$(faccia interna)

$+q_1$(faccia esterna)

$r < R_1$:

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2},\ \text{teo. di Gauss}$$

$$\phi(r)=-\int_{R_1}^{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}dr+\int_{R_2}^{r}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}dr=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}-\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_1}+\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_2},\ \text{assumendo } \phi(\infty)=0$$

$R_1 < r < R_2$

$E(r)=0$

$$\phi(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_2},\ \text{conduttore}$$

$r > R_2$:

$$E(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}$$

$$\phi(r)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r}$$

Dopo il trasporto di $q_2$ :

C. elettrostatico invariato per $r < R_2$

Pot. elettrostatico aumentato del contributo di $q_2$

$r < R_1$ :

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r^2}$$

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{r} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1}{R_1} + \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_1}{R_2}$$

$R_1 < r < R_2$

$$E(r) = 0$$

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_1}{R_2}$$

$r > R_2$ :

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_1}{r^2}$$

$$\phi(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_1}{r}$$

$$W = \Delta U_E = \frac{Q_{fin}^2}{2C} - \frac{Q_{in}^2}{2C}$$

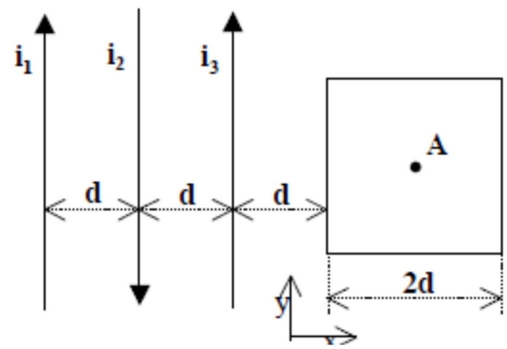
$$C = 4\pi\varepsilon_0 R_2$$

$$\rightarrow W = \frac{Q_{fin}^2 - Q_{in}^2}{8\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{(4q_1)^2 - q_1^2}{8\pi\varepsilon_0 R_2} = \frac{15q_1^2}{8\pi\varepsilon_0 R_2} \simeq 303J$$

Problema 2

Tre fili rettilinei, paralleli e complanari, distano $d = 10\ cm$ l'uno dall'altro e sono percorsi dalle correnti $i_1$, $i_2$, $i_3$ come definite nella figura. Una spira quadrata di lato $L = 2d = 20\ cm$ e resistenza $R$ giace nel piano dei fili a una distanza $d$ dal terzo filo (v. figura).

$$i_1 = 100A$$
$$i_2 = i_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ con } i_o = 300A \text{ e } \tau = 10s$$
$$i_3 = 200A$$
$$d = 10cm$$
$$L = 2d = 20cm$$




a) Trovare il campo magnetico dovuto ai 3 fili nel punto $A$ (centro spira) a $t = 0$
b) Trovare la forza per unità di lunghezza che agisce sul filo 3 a $t = 0$
c) Trovare la resistenza $R$, sapendo che a $t = 0$ la corrente indotta vale $0.55\ \mu A$

$$B(A) = -\frac{\mu_0 i_1}{2\pi 4d} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi 3d} - \frac{\mu_0 i_3}{2\pi 2d} = \frac{\mu_0}{2\pi}\left(-\frac{i_1}{4d} + \frac{i_2}{3d} - \frac{i_3}{2d}\right)$$

$$\rightarrow B(A) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{4i_2 - 3i_1 - 6i_3}{12d} \simeq -510^{-5}T$$

$$B(3) = -\frac{\mu_0 i_1}{2\pi 2d} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}$$

Forza per unità di lunghezza:

$$\rightarrow f_3 = i_3 B(3) = i_3\left(-\frac{\mu_0 i_1}{2\pi 2d} + \frac{\mu_0 i_2}{2\pi d}\right) = \mu_0 i_3 \frac{2i_2 - i_1}{2\pi 2d} \simeq 0.1Nm^{-1}$$

$$\Phi(t) = \int_{2d}^{4d} \frac{2d\mu_0 i_2(t)}{2\pi r} dr = \frac{2d\mu_0 i_2(t)}{2\pi}\ln 2$$

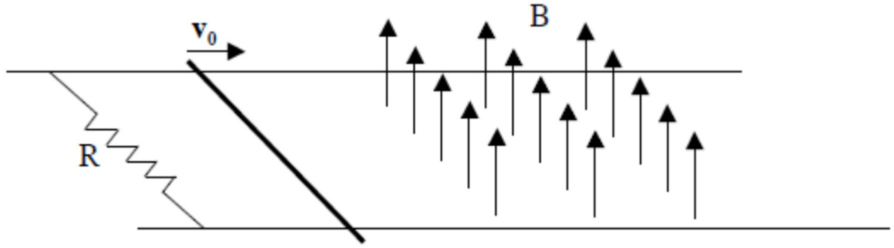
$$\rightarrow \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{2d\mu_0}{2\pi}\ln 2\frac{di_2}{dt}$$

$$\rightarrow R = \frac{\varepsilon}{i_s} = -\frac{2d\mu_0}{2\pi i_s(0)}\ln 2\frac{di_2}{dt} = -\frac{2d\mu_0 i_0}{2\pi i_s(0)}\ln 2\left[-\left(\frac{1}{\tau}\right)e^{-t/\tau}\right]_{t=0}$$

$$\rightarrow R = \frac{2d\mu_0 i_0 \ln 2}{2\pi i_s(0)\tau} \simeq 1.5\Omega$$

Problema 3

Una sbarretta conduttrice di massa $m = 5\ g$ e lunghezza $l = 20\ cm$ scorre senza attrito su due binari conduttori orizzontali, collegati a un'estremità da una resistenza esterna $R = 15\ \Omega$. La resistenza dei binari e della sbarretta è trascurabile. All'istante $t = 0$ la sbarretta entra in una zona di lunghezza $L = 40\ cm$ in cui è presente un campo magnetico verticale $B = 2.5\ T$, con velocità iniziale $v_0 = 2.5\ ms^{-1}$ .




a) Trovare la corrente che circola a $t = 0$
b) Trovare la carica totale circolata fra $t = 0$ e l'istante in cui la sbarretta esce dal campo magnetico
c) Trovare la velocità della sbarretta quando esce dal campo magnetico

$$\varepsilon(t=0) = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dx}v_0 = -Blv_0$$

$$\rightarrow I(t=0) = -\frac{Blv_0}{R} \simeq -0.083A, \quad \text{corrente iniziale}$$

$$\Delta\Phi = BLl, \quad \text{variazione di } \Phi \text{ dopo attraversata la lunghezza } L$$

$$\rightarrow \Delta Q = \frac{\Delta\Phi}{R} = \frac{BLl}{R} \simeq 13.3mC, \ \text{legge di Felici}$$

$$F_m = iLB = -\frac{B^2l^2v}{R} = m\frac{dv}{dt} = m\frac{dv}{dx}v$$

$$\rightarrow \frac{dv}{dx} + \frac{B^2l^2}{mR} = 0 \rightarrow \int_a^v dv = -\int_0^x \frac{B^2l^2}{mR}dx$$

$$\rightarrow v(x) - a = -\frac{B^2l^2}{mR}x$$

$$v(x=0) = v_0$$

$$\rightarrow v(x) = v_0 - \frac{B^2l^2}{mR}x$$

$$\rightarrow v(L) = v_0 - \frac{B^2l^2}{mR}L \simeq 1.16ms^{-1}$$