Corso di Laurea in Fisica

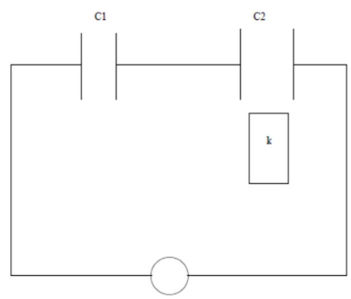
A.A. 2018/19

Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 3/9/2019

Problema 1

Due condensatori a piastre piane parallele C_1 e C_2 hanno aree di *100* cm^2 e *150* cm^2, rispettivamente, e distanze tra le piastre di *1.5 cm* e *1 cm*. I due condensatori sono collegati in serie e connessi ad un generatore, che fornisce una ddp costante di *500 V*. Ad un certo istante t_0, C_2 viene riempito fino a metà della sua area con un dielettrico di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 5$.



Si calcoli:

a) La carica su ciascun condensatore prima e dopo l'inserimento del dielettrico.
b) La densità superficiale di carica di polarizzazione sulle facce del dielettrico.
c) L'energia fornita dal generatore nel processo di inserimento.

Senza dielettrico:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A_1}{d_1} = 5.9 \ \ pF, C_2 = \varepsilon_0 \frac{A_2}{d_2} = 13.3 \ \ pF$$

$$\rightarrow C_{tot} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)^{-1} = 4.09 \ pF \rightarrow Q = C_{tot} V = 2.04 \ nC$$

Con dielettrico:

$$C_2 \rightarrow C_2 ' = \varepsilon_0 \left(1 + \varepsilon_r\right) \frac{A_2}{2d_2} = 39.8 \ pF$$

$$C_{tot} \rightarrow C_{tot} ' = 5.14 \ pF \Rightarrow Q \rightarrow Q' = C_{tot} 'V = 2.57 \ nC$$

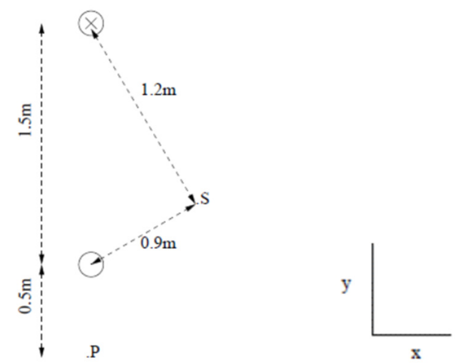
$$\sigma_p = P = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1\right) E = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1\right) \frac{V}{d} = 228 \ nCm^{-2}$$

$$V_2 ' = V - V_1 ' = V - \frac{Q'}{C_1} = 64.5 \ V$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} \left(C_{tot} - C_{tot} '\right) V^2 = 131.7 \ nJ \rightarrow W_{gen} = 2 \Delta U = 263.5 \ nJ$$

Problema 2

Due lunghi fili rettilinei e paralleli sono distanti *1.5 m*, come si vede in figura. Nel filo superiore passa una corrente $I_1 = 5\ A$ entrante nel foglio.



a) Quali devono essere intensità e verso di I_2 affinché il campo magnetico in *P* sia nullo?

Un dipolo magnetico è posto in *S,* ed è inizialmente vincolato ad essere parallelo all'asse *y;* il triangolo formato da *S* e dalle tracce dei due fili e' rettangolo, con l'angolo retto in *S*. Quando il vincolo viene rimosso, il dipolo ruota fino alla posizione di equilibrio, e corrispondentemente la sua energia magnetostatica diminuisce di $35\ \mu J$.

b) Calcolare l'angolo che il dipolo forma con l'asse *y* all'equilibrio
c) Calcolare il modulo del momento di dipolo magnetico

Per avere campo nullo in P:

$$\mathbf{B}_1 = -\mathbf{B}_2$$

$$\rightarrow B_1 = B_2$$

$$\rightarrow \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r_1} = \frac{\mu_0 i_2}{2\pi r_2} \rightarrow i_2 = i_1 \frac{r_2}{r_1} = 1.25\ A,\ \text{uscente dal piano}$$

Triangolo rettangolo in S

$$\rightarrow B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = 0.88\ \mu T$$

$$\alpha = ang\left(\mathbf{B}, \mathbf{B}_1\right), \beta = ang\left(y, \mathbf{B}_1\right)$$

$$\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1} \rightarrow \alpha = 18.4^0, \quad \tan\beta = \frac{1.2}{0.9} \rightarrow \beta = 53.1^0$$

$$\theta = ang\left(y, \mathbf{B}\right)$$

$$\rightarrow \theta = 180 - \left(\alpha + \beta\right) = 108^0$$

$$U_{in} = -mB\cos\theta, U_{fin} = -mB$$

$$\rightarrow \Delta U = mB\left(1 - \cos\theta\right) = 1.31 mB$$

$$\rightarrow m = \frac{\Delta U}{1.31 B} = 30.3 10^{-6}\ JT^{-1}$$

Problema 3

Una bobina compatta di forma circolare, costituita da $N = 100$ spire di raggio $a = 1\ cm$ e resistenza totale $R = 10\ \Omega$, ruota intorno ad un suo diametro, ortogonale ad un campo magnetico uniforme $B = 2\ T$ con velocità' angolare $\omega = 40\ rad\ s^{-1}$; all'istante $t = 0$ la bobina e' ortogonale a $\mathbf{B}$. Calcolare:

a) Il valore massimo della fem indotta
b) Il valore della fem indotta per $t = 0.05\ s$
c) Il momento meccanico esercitato dal campo magnetico sulla bobina nell'istante in cui la fem e' massima

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\left(NB\pi a^2 \cos\omega t\right) = NB\pi a^2 \omega \sin\omega t$$

$$\rightarrow \varepsilon_{\max} = NB\pi a^2 \omega = 2.51\ V$$

$$\rightarrow \varepsilon\left(t = 0.05\right) = NB\pi a^2 \omega \sin\left(\omega 0.05\right) = 2.28\ V$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

$$\rightarrow \tau = \mu B = Ni\pi a^2 B$$

$$i = \frac{\varepsilon_{\max}}{R}$$

$$\rightarrow \tau = N\pi a^2 B \frac{NB\pi a^2 \omega}{R} = \frac{\omega N^2 B^2 \pi^2 a^4}{R} = 0.016\ Nm$$