Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2016/17

Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 6/07/2017

<u>Problema 1</u>

Un filo rettilineo indefinito e' carico con densita' lineare uniforme λ . Una carica puntiforme $q=1\ \mu C$, di massa $m=1\ mg$, si muove di moto circolare uniforme, con velocita' $v=1\ ms^{-1}$, su un'orbita centrata sul filo e ortogonale al filo stesso.

a) Determinare λ
b) Determinare il campo magnetico uniforme nel quale la stessa carica si muoverebbe con la stessa velocita' su un'orbita circolare di raggio $R=1\ m$

Teo. di Gauss: Sup. cilindrica coassiale al filo; raggio r, lunghezza L

$$\Phi_S(E) = \frac{Q}{\varepsilon_0} \rightarrow E2\pi rL = \frac{\lambda L}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$\rightarrow F_E = qE = \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$F_E = F_{centrip} \rightarrow \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\rightarrow \frac{q\lambda}{2\pi\varepsilon_0} = mv^2 \rightarrow \lambda = \frac{2\pi\varepsilon_0 mv^2}{q} \simeq 5.610^{-11}\ Cm^{-1}$$

$$F_M = qvB = \frac{mv^2}{R} \rightarrow B = \frac{mv}{qR} = 1\ T$$

<u>Problema 2</u>

Una corona circolare di spessore trascurabile, raggio interno a, raggio esterno b giace nel piano xy, ed e' carica con densita' superficiale uniforme $\sigma>0$.

a) Determinare il campo elettrico in un punto P sull'asse della corona, ad una quota z sopra il piano che la contiene
b) Qual e' l'en. cinetica di una carica puntiforme $q<0$, inizialmente posta in P e rilasciata da ferma, quando passa per il centro della corona circolare?

C. elettrico sull'asse:

$l=\left(r^2+z^2\right)^{1/2}$ dist. dal punto P sull'asse degli elementi di carica a raggio r

$$dE_{\parallel}=\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 l^2}\cos\theta=\frac{\sigma 2\pi r dr z}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}=\frac{\sigma r dr z}{2\varepsilon_0\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$\to E_{\parallel}=\int_a^b\frac{\sigma z r dr}{2\varepsilon_0\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}=\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\int_a^b\frac{r dr}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}\int_a^b\frac{2r dr}{\left(r^2+z^2\right)^{3/2}}$$

$$\to E_{\parallel}=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}(-2)\left(r^2+z^2\right)^{-1/2}\Big|_a^b=-\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(b^2+z^2\right)^{1/2}}-\frac{1}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}\right]$$

$$\to E_{\parallel}=\frac{\sigma z}{4\varepsilon_0}(-2)\left(r^2+z^2\right)^{-1/2}\Big|_a^b=\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}-\frac{1}{\left(b^2+z^2\right)^{1/2}}\right]$$

Controllo con il principio di sovrapposizione:

2 dischi concentrici di raggi a,b con σ opposta

$$E_{\parallel}=E_b-E_a=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\left(b^2+z^2\right)^{1/2}}\right]-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1-\frac{z}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}\right]$$

$$\to E_{\parallel}=E_b-E_a=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{\left(a^2+z^2\right)^{1/2}}-\frac{z}{\left(b^2+z^2\right)^{1/2}}\right]\quad \text{OK}$$

Potenziale sull'asse:

$$d\varphi=\frac{\sigma dA}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0\left(r^2+z^2\right)^{1/2}}$$

$$\to\varphi=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}\int_a^b\frac{2r dr}{\left(r^2+z^2\right)^{1/2}}=\frac{\sigma}{4\varepsilon_0}2\left(r^2+z^2\right)^{1/2}\Big|_a^b=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\left(b^2+z^2\right)^{1/2}-\left(a^2+z^2\right)^{1/2}\right]$$

E conservativo $\to \Delta U=q\Delta\varphi=\dfrac{\sigma q}{2\varepsilon_0}\left[(b-a)-\left(b^2+z^2\right)^{1/2}+\left(a^2+z^2\right)^{1/2}\right]=-\Delta E_k$

Problema 3

Una sbarra conduttrice di lunghezza $L=0.7\ m$ si muove a velocita' costante $\boldsymbol{v} = 5\ ms^{-1}$ in una regione in cui si trova un campo magnetico uniforme $\boldsymbol{B}=1\ T$, ortogonale alla velocita'. L'orientazione della sbarra e' perpendicolare a $\boldsymbol{v}$ e a $\boldsymbol{B}$.

a) Qual e' la f.e.m. indotta nella sbarra?
b) A un certo istante la sbarra,che ha resistenza $R = 0.1\ \Omega$, "atterra" su un paio di rotaie metalliche collegate fra loro a un estremo, parallele a $\boldsymbol{v}$, con passo L e di resistenza trascurabile; qual e', in queste condizioni, la forza esterna, parallela alla velocita', che occorre esercitare per mantenerla in moto a velocita' costante?

$$V = -\frac{d\Phi}{dt} = -BLv \simeq -3.5\ V$$

$$i = \frac{V}{R} = -\frac{BLv}{R}$$

$$\rightarrow F_M = iLB = -\frac{B^2L^2v}{R}, \quad \text{forza magnetica opposta alla velocita'}$$

$$\rightarrow F = -F_M = \frac{B^2L^2v}{R} \simeq 24.5\ N \quad \text{forza esterna che mantiene } v \text{ costante}$$