Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2016/17

Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 09/01/2017

<u>Problema 1</u>

Quattro protoni sono disposti ai vertici di un quadrato di lato $l = 2\ 10^{-9}\ m$. Un quinto protone si trova sulla perpendicolare al quadrato passante per il centro, ad una distanza di $2\ 10^{-9}\ m$ dal centro dello stesso. Calcolare:

1. La forza elettrica esercitata dai quattro protoni ai vertici del quadrato sul quinto protone
2. La minima velocità iniziale che il quinto protone deve avere per raggiungere il centro del quadrato

$$E(r) = 4E(r)\cos\theta$$

$$\cos\theta = l / r$$

$$r = \sqrt{\left(\frac{l\sqrt{2}}{2}\right)^2 + l^2} = l\sqrt{\frac{2}{4}+1} = \sqrt{3/2}l$$

$$\rightarrow E(r) = 4\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{l}{r} = \frac{el}{\pi\varepsilon_0 r^3} = \frac{2\sqrt{2}e}{3\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 l^2} = 7.93\cdot 10^8 V / m$$

$$\rightarrow F = eE = 1.2910^{-10} N$$

$$r = \sqrt{l^2 + \sqrt{2}/2\, l^2} = \sqrt{\frac{3}{2}}l \text{ distanza fra V protone e gli altri 4}$$

$$\rightarrow U(r) = 4\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} = \frac{\sqrt{2}e^2}{\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 l}$$

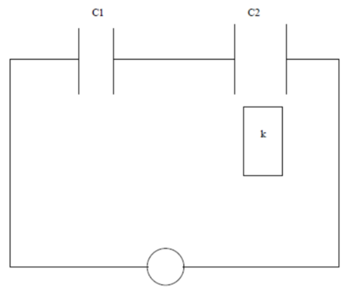
$$\rightarrow U(0) = \frac{2e^2}{\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 l}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 + U(r) = U(0)$$

$$\rightarrow v^2 = \frac{2e^2}{\pi\varepsilon_0 ml}\sqrt{\frac{2}{3}}\left(\sqrt{3}-1\right) = 1.8\times 10^4 ms^{-1}$$

Problema 2

Due condensatori piani identici di capacità $C = 50pF$ con distanza $d = 2mm$ tra le armature, in aria, sono collegati in serie (fig. 1). Un generatore mantiene costante la d.d.p. $V_0=20\ V$. Un foglio di materiale isolante di costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 10$ di spessore d e superficie uguale alle armature viene introdotto in uno dei due condensatori.



Calcolare:

1. La variazione di energia potenziale elettrostatica del sistema a seguito dell'introduzione del dielettrico
2. Il lavoro totale compiuto dal generatore che mantiene costante la tensione V_0

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}=\frac{C_1}{2}$$

$$C_1'=\varepsilon_r C_1$$

$$\rightarrow C'=\frac{C_1'C_2}{C_1'+C_2}=\frac{\varepsilon_r C_1C_2}{\varepsilon_r C_1+C_2}=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}C_1$$

$$\rightarrow V_0=\frac{Q}{C}$$

$$\rightarrow V_0=\frac{Q'}{C'}$$

$$\rightarrow Q=CV_0=\frac{1}{2}C_1V_0$$

$$\rightarrow Q'=C'V_0=\frac{\varepsilon_r C_1C_2}{\varepsilon_r C_1+C_2}V_0=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}C_1V_0=\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}C_1V_0=\frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}Q$$

$$U=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}V_0^2=\frac{1}{2}\frac{1}{2}C_1V_0^2, U'=\frac{1}{2}\frac{Q'^2}{C'}=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_r C_1C_2}{\varepsilon_r C_1+C_2}V_0^2=\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}C_1V_0^2$$

$$\rightarrow \Delta U=U'-U=\frac{1}{2}C_1V_0^2\left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}-\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}C_1V_0^2\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}=\frac{1}{2}\;\;\frac{1}{2}C_1V_0^2\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}$$

$$\rightarrow \Delta U=\frac{1}{4}5010^{-12}410^2\frac{9}{11}\simeq 510^{-9}0.82\ J\simeq 4.110^{-9}\ J$$

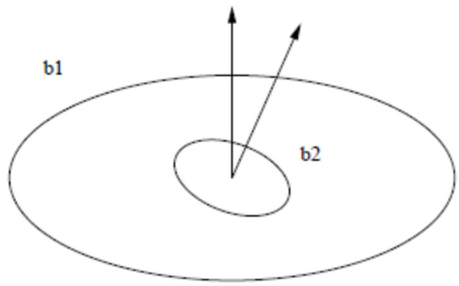
$$\frac{dW}{dt}=V_0\frac{dQ}{dt}\rightarrow dW=V_0dQ\rightarrow W=V_0\Delta Q$$

$$\Delta Q=Q'-Q=\frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}Q-Q=Q\left(\frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r+1}-1\right)=Q\frac{2\varepsilon_r-\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}=Q\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}$$

$$\rightarrow W=V_0Q\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}=CV_0{}^2\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}=\frac{1}{2}C_1V_0{}^2\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r+1}=2\Delta U\simeq 8.210^{-9}\ J$$

Problema 3

Due bobine b_1 e b_2 sono composte da $n_1 = 120$ e $n_2 = 300$ *spire* rispettivamente, ed hanno raggi $r_1 = 50\ cm$ e $r_2 = 1\ cm$ (fig. 2). Gli assi delle due spire formano un angolo $\theta = 30°$. In b_1 circola una corrente di $1.5A$.



Si calcoli:

1. Il campo magnetico al centro della bobina b_1
2. Il coefficiente di mutua induzione M.

$$B = \frac{N_1 \mu_0 I}{2r_1} \simeq 2.26\ 10^{-4}\,\mathrm{T}$$

$$\Phi_{b2}(B) \cong \frac{N_1 N_2 \mu_0 I}{2r_1} \pi r_2^2 \cos\theta = \mu_0 N_1 N_2 \frac{r_2^2}{2r_1} \pi I \cos\theta$$

$$\rightarrow L_{12} = \frac{\Phi_{b2}(B)}{I} = \mu_0 \pi \cos\theta N_1 N_2 \frac{r_2^2}{2r_1} \cong 1.23\ 10^{-5}\,\mathrm{H}$$