Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2016/17

Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 19/09/2017

Problema 1

Una sfera di raggio $R=1$ cm e' carica con densita' ρ, uniforme in tutto il volume. Un elettrone viene portato dalla superficie della sfera ad un punto a distanza $d_1=R/2$ dal centro; in conseguenza di questo spostamento, l'energia potenziale dell'elettrone varia di $\Delta U=-22.6\,10^{-15}$ J.

a) Determinare la densita' di carica ρ della sfera
b) Determinare la forza a cui l'elettrone e' soggetto quando si trova in un punto a distanza $d_2=R/4$ dal centro della sfera

$$\Delta U = U_{fin} - U_{in}$$

$$V(r) = -\int_{\infty}^{r} E(r)dr \rightarrow \Delta V = V\left(\frac{R}{2}\right) - V(R)$$

$$E(r): \begin{cases} 4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \rho \dfrac{4}{3\varepsilon_0}\pi r^3 \rightarrow E = \dfrac{\rho r}{3\varepsilon_0} & \text{dentro} \\ 4\pi r^2 E = \dfrac{q}{\varepsilon_0} = \rho \dfrac{4}{3\varepsilon_0}\pi R^3 \rightarrow E = \dfrac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2} & \text{fuori} \end{cases}$$

$$\rightarrow \Delta V = V\left(\frac{R}{2}\right) - V(R) = -\int_{R}^{R/2} \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr = -\left(\frac{\rho R^2}{24\varepsilon_0} - \frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0}\right) = \frac{\rho R^2}{8\varepsilon_0}$$

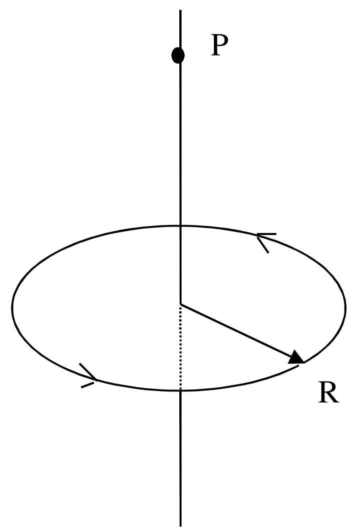
$$\rightarrow \Delta U = e\Delta V = \frac{e\rho R^2}{8\varepsilon_0} \rightarrow \rho = \frac{8\varepsilon_0 \Delta U}{eR^2} = \frac{8\ 8.85\,10^{-12}\,(-22.6)\,10^{-15}}{-1.6\,10^{-19}\,10^{-4}}$$

$$\rightarrow \rho \simeq \frac{1600.1\,10^{-27}}{1.6\,10^{-23}} \simeq 0.1\ Cm^{-3}$$

$$E = \frac{\rho \frac{R}{4}}{3\varepsilon_0} \rightarrow F = eE = \frac{e\rho R}{12\varepsilon_0} \simeq \frac{-1.6\,10^{-19}\,0.1\ 0.01}{12\ 8.85\ \ 10^{-12}} \simeq -\frac{1.6\,10^{-22}}{1.06\ \ 10^{-10}} \simeq -1.51\,10^{-12}\,N$$

Problema 2

Un anello circolare isolante di raggio $R = 2\ cm$ è uniformemente carico con carica $Q = 1.5 \cdot 10^{-8}\ C$. L'anello viene posto in rotazione intorno all'asse ortogonale al suo piano con frequenza $\nu = 50$ giri al secondo.



Determinare:

a) Il campo elettrico **E** nel punto *P* a distanza $x = 10\ cm$ dal centro lungo l'asse dell'anello ortogonale al suo piano
b) Il campo **B** nello stesso punto

$$E(x) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{x}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$\rightarrow E(P) \simeq \frac{1.5 10^{-8}\ 0.1}{12.56\ 8.85 10^{-12}\left(\left(2\ 10^{-2}\right)^2 + 10^{-2}\right)^{3/2}} \simeq \frac{1.5 10^{-9}}{117.81 10^{-15}} \simeq \frac{.0127\ 10^{-9}}{10^{-15}} \simeq 1.27\ 10^4\ Vm^{-1}$$

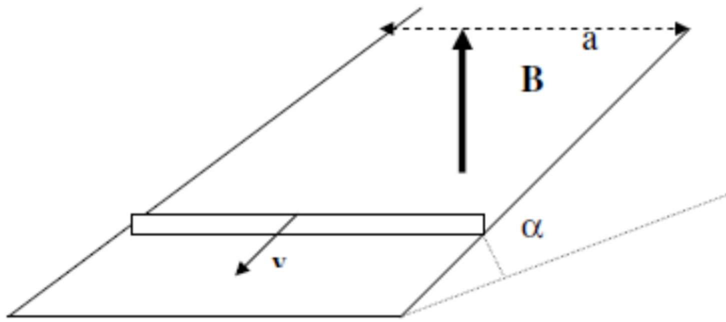
$$B(x) = \frac{\mu_0 i}{2}\frac{R^2}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$i = Q\nu \rightarrow B(x) = \frac{\mu_0 Q\nu}{2}\frac{R^2}{\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}}$$

$$\rightarrow B(P) \simeq \frac{1.26 10^{-6} 1.5 10^{-8} 50}{2}\frac{0.02^2}{\left(0.02^2 + 0.1^2\right)^{3/2}} \simeq 47.2 10^{-14}\frac{0.02^2}{0.1^3} \simeq 0.178 10^{-12}\ T$$

Problema 3

Un filo conduttore, di resistenza trascurabile, e' piegato a forma di *U*, e su di esso puo' scorrere senza attrito, nella direzione dei lati lunghi, una sbarra conduttrice di lunghezza *a=50 cm*, massa *m=6 g* e resistenza *R=1* **Ω**, come indicato in figura:



Tutto il sistema e' inclinato di un angolo $\alpha = \pi/4$ rispetto all'orizzontale, ed e' immerso in un campo magnetico verticale $B=1\ T$.

a) Qual e' la velocita' limite di caduta della sbarra ?
b) Qual e' la potenza dissipata nella sbarra, in condizione di velocita' limite ?

$$F_{fr} = iaB\sin\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\alpha$$

$$i = \frac{V}{R} = -\frac{1}{R}\frac{d}{dt}\left(Bax\cos\alpha\right) = -\frac{Bav\cos\alpha}{R}$$

$$\to F = -\frac{B^2a^2v\cos^2\alpha}{R} \quad \text{forza frenante dovuta alla variazione di flusso concatenato}$$

$$F_{acc} = mg\sin\alpha$$

$$F_{acc} = F_{fr} \quad \text{condizione di equilibrio} \to v = \text{cost} = v_{\lim}$$

$$\to \frac{B^2a^2v_{\lim}\cos^2\alpha}{R} = mg\sin\alpha$$

$$\to v_{\lim} = \frac{mgR\sin\alpha}{B^2a^2\cos^2\alpha} \simeq \frac{610^{-3}\ 1\ 9.81}{1\ 0.25\ 0.707} \simeq 0.333\ ms^{-1}$$

$$P = i^2R = \left(\frac{Bav_{\lim}\cos\alpha}{R}\right)^2 R \simeq \left(\frac{1\ 0.5\ 0.333\ 0.707}{1}\right)^2 1 \simeq 0.014\ \ W$$