Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2017/18

# Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 21/12/2017

Problema 1

Un condensatore piano in aria ha le armature di area $A$ a distanza $d$. Dopo che il condensatore e' stato caricato a una ddp $V$, la batteria viene staccata e la distanza fra le armature viene portata a $2d$. Trovare:

1. La nuova ddp fra le armature
2. L'en. elettrostatica iniziale e finale
3. Il lavoro necessario a separare le armature

$$C_{in} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

$$C_{fin} = \varepsilon_0 \frac{A}{2d} = \frac{C_{in}}{2}$$

$$Q_{in} = Q_{fin} \equiv Q$$

$$\rightarrow V_{fin} = \frac{Q}{C_{fin}} = \frac{2Q}{C_{in}} = 2V_{in}$$

$$E_{in} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{in}}$$

$$E_{fin} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C_{fin}} = \frac{1}{2}\frac{2Q^2}{C_{in}} = 2E_{in}$$

$$W = E_{fin} - E_{in} = E_{in}$$

---

Problema 2

Un dipolo elettrico e' formato da due cariche $+q$ e $-q$, con $q= 0.05\ C$, poste a distanza $d = 2\ cm$. Esso ruota attorno ad un asse ortogonale al segmento congiungente le due cariche, e passante a distanza $d/4$ dalla carica negativa, alla frequenza di $\nu = 10^3$ giri al secondo. Determinare:

1. Il momento di dipolo magnetico equivalente del sistema
2. Il campo magnetico nel centro di rotazione
3. Il potenziale vettore nel piano di rotazione, a distanza $r = 50\ cm$ ( >>2 cm) dal centro di rotazione

$$i = \frac{q}{T}$$

$$T = \frac{1}{\nu} \rightarrow i = q\nu$$

$$\mu_+ = q\nu\pi\left(\frac{3}{4}d\right)^2 = q\nu\frac{9}{16}\pi d^2$$

$$\mu_- = -q\nu\pi\left(\frac{1}{4}d\right)^2 = -q\nu\frac{1}{16}\pi d^2$$

$$\rightarrow \mu = \mu_+ + \mu_- = q\nu\frac{9}{16}\pi d^2 - q\nu\frac{1}{16}\pi d^2 = \frac{q\nu\pi d^2}{2}$$

$$B = \frac{\mu_0 i}{2r} = \frac{\mu_0 q\nu}{2\frac{3}{4}d} - \frac{\mu_0 q\nu}{2\frac{1}{4}d} = \mu_0 q\nu\left(\frac{1}{\frac{3}{2}d} - \frac{1}{\frac{1}{2}d}\right) = -\frac{4\mu_0 q\nu}{3d},\ \mathbf{B} \perp \text{piano orbite}$$

$$\mathbf{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\boldsymbol{\mu}\times\mathbf{r}}{r^3}$$

$$\rightarrow \mathbf{A} \parallel \text{piano dell'orbita, tangente a circonferenza concentrica a orbita}$$

$$\rightarrow A = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\mu}{r^2} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q\nu\pi d^2}{2r^2} = \frac{\mu_0 q\nu d^2}{8r^2} \approx$$

Problema 3

Una bobina compatta di forma circolare, costituita da $N = 100$ spire di raggio $a=1\ cm$ e resistenza totale $R=10\ \Omega$, ruota intorno ad un suo diametro, ortogonale ad un campo magnetico uniforme $B = 2\ T$, con velocità' angolare $\omega = 40\ rad/s$; a $t = 0$ la bobina e' ortogonale a $\boldsymbol{B}$. Calcolare:

1. Il valore massimo della fem indotta
2. Il valore della fem indotta per $t = 0.05\ s$
3. Il momento meccanico esercitato dal campo magnetico sulla bobina nell'istante in cui la fem e' massima

$$\Phi = BN\pi a^2 \cos \omega t$$

$$\to \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega BN\pi a^2 \sin \omega t$$

$$\to \varepsilon_{\max} = \omega BN\pi a^2 \approx$$

$$\varepsilon\left(t = 0.05 s\right) = \omega BN\pi a^2 \sin\left(\omega\ 0.05\right) \approx$$

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

$$\boldsymbol{\mu} = N\pi a^2 i \hat{\mathbf{n}} = N\pi a^2 \frac{\varepsilon}{R} \hat{\mathbf{n}}$$

$$\to \boldsymbol{\tau} = N\pi a^2 \frac{\varepsilon}{R} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{B} \to \tau = N\pi a^2 \frac{\varepsilon}{R} B \sin \omega t$$

$$\to \tau = N\pi a^2 \frac{\omega B^2 N\pi a^2 \sin^2 \omega t}{R} \to \tau_{\max} = \frac{\omega B^2 N^2 \pi^2 a^4}{R}$$