Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2017/18

Elettricita' e Magnetismo

Prova scritta – 29/6/2018

<u>Problema 1</u>

Un condensatore e' fatto di due piastre metalliche, di area $S = 0.25\ m^2$, separate da una distanza $d = 3\ cm$, ed e' caricato con una carica $Q = 1\ 10^{-10}\ C$ sulle armature . Una piastra metallica di spessore $h = 1\ cm$, della stessa area, viene inserita al centro dello spazio fra le due piastre, lasciando due spazi vuoti di spessore *1 cm* ciascuno
Calcolare:

a) La nuova capacita' totale
b) La differenza di potenziale ai capi del condensatore prima e dopo l'inserimento della piastra
c) L'energia elettrostatica iniziale e finale del sistema

$$C = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{1}{C_{\text{mod}}} + \frac{1}{C_{\text{mod}}} \rightarrow C' = \frac{C_{\text{mod}}}{2}$$

$$C_{\text{mod}} = \varepsilon_0 \frac{S}{d/3} = 3C$$

$$\rightarrow C' = \frac{3C}{2} = \frac{3}{2}\varepsilon_0 \frac{S}{d} \approx \frac{3}{2}\ 8.8 10^{-12} \frac{25 10^{-2}}{3 10^{-2}} F = 110 10^{-12} F = 110\ pF$$

$$Q = CV = C'V'$$

$$\rightarrow V = \frac{Q}{C} = \frac{10^{-10}}{73.3 10^{-12}} \approx 1.36\ V$$

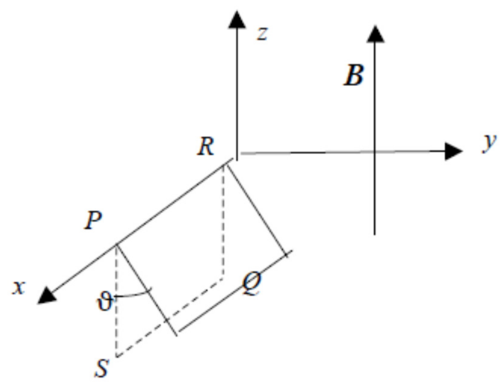
$$\rightarrow V' = \frac{Q}{C'} = \frac{10^{-10}}{110 10^{-12}} \approx 0.91\ V$$

$$E = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} 1.36\ 10^{-10} J \approx 0.68\ 10^{-10}\ J$$

$$E' = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C'} = \frac{1}{2} 0.91\ 10^{-10} J \approx 0.45\ 10^{-10}\ J$$

Problema 2

Una spira rigida, di lati *PR=SQ=a=20 cm* e *QR=PS=b=10 cm*, ha una massa per unita' di lunghezza $\lambda = 5$ *g/m* ed e' percorsa da corrente *i*. Essa puo' ruotare senza attrito intorno al lato *PR* che e' parallelo all'asse *x*. Quando la spira e' immersa un campo magnetico uniforme **B** parallelo all'asse *z*, di modulo pari a *0.02 T*, essa ruota di $\theta = 30^0$.



Calcolare:

a) Il valore della corrente *i*

b) La differenza di energia magnetica fra la posizione verticale con $\theta = 0$ e quella di equilibrio con $\theta = 30^0$.

$$\boldsymbol{\tau}_{mag} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B} \rightarrow \tau_{mag} = \mu B \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \mu B \cos\theta = iabB\cos\theta$$

$$\tau_{grav} = \lambda agb\sin\theta + 2\lambda bg\frac{b}{2}\sin\theta = \lambda gb\sin\theta(a+b)$$

$$iaB\cos\theta = \lambda g\sin\theta(a+b)$$

$$\rightarrow i = \frac{\lambda g\sin\theta(a+b)}{aB\cos\theta} = \frac{\lambda g(a+b)}{aB}\tan\theta \approx \frac{5 10^{-3} 9.81\ 0.3}{0.2\ 0.02} \approx 3.68\tan 30^0 \approx 2.12A$$

$$\Delta U_{magn} = 0 - \left(-\mu B\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) = \mu B\sin\theta = \frac{iabB}{2}$$

$$\rightarrow \Delta U_{magn} \approx \frac{2.12\ 0.2\ 0.1\ 0.02}{2}\ J \approx 4.2 10^{-4}\ J$$

Problema 3

Una spira piana, di area S e resistenza R, e' posta in un campo magnetico $\boldsymbol{B}$ uniforme, perpendicolare al piano della spira. Il modulo di $\boldsymbol{B}$ varia nel tempo secondo la legge

$$B(t) = B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}, \quad t > 0$$

Calcolare:

a) La carica elettrica totale che passa nella spira fra $t = 0$ e $t >> \tau$
b) L'energia totale dissipata nella spira fra $t = 0$ e $t >> \tau$
c) La potenza media dissipata nella spira fra $t = 0$ e $t = \tau$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -S\frac{dB}{dt} = -S\frac{d\left(B_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\right)}{dt} = \frac{SB_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{SB_0}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$\rightarrow Q = \int_0^\infty \frac{SB_0}{R\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}dt = \frac{SB_0}{R\tau}(-\tau)e^{-\frac{t}{\tau}}\Bigg|_0^\infty = \frac{SB_0}{R}$$

$$E = \int_0^\infty P_{joule}(t)dt = \int_0^\infty Ri^2 dt = \int_0^\infty R\left(\frac{SB_0}{R\tau}\right)^2 e^{-\frac{2t}{\tau}}dt = \frac{1}{R}\left(\frac{SB_0}{\tau}\right)^2\left(-\frac{\tau}{2}\right)e^{-\frac{2t}{\tau}}\Bigg|_0^\infty$$

$$\rightarrow E = \frac{(SB_0)^2}{2\tau R}$$

$$\left\langle P_{joule}\right\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau Ri^2 dt = \frac{1}{\tau}\frac{1}{R}\left(\frac{SB_0}{\tau}\right)^2\left(-\frac{\tau}{2}\right)e^{-\frac{2t}{\tau}}\Bigg|_0^\tau = \frac{1}{2R}\left(\frac{SB_0}{\tau}\right)^2\left(1-e^{-2}\right)$$