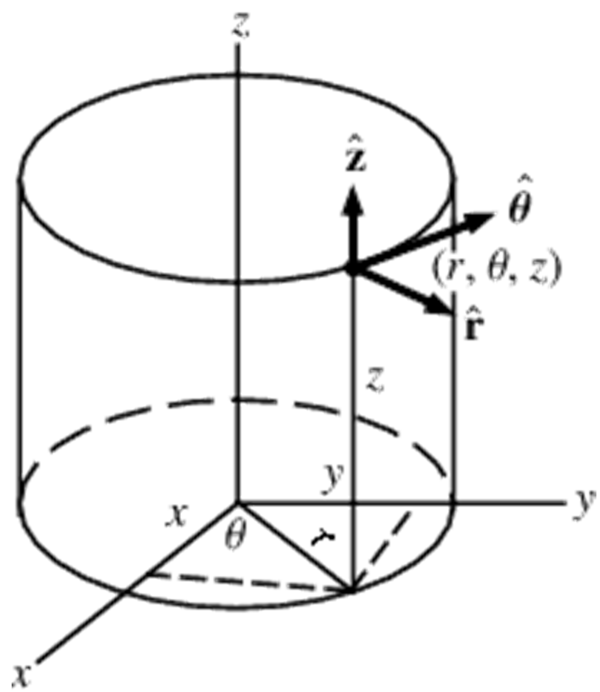
Campo di un solenoide ideale

Un solenoide ideale è caratterizzato da:
Lunghezza $\to \infty$
Corrente puramente azimutale

Solenoide ideale: ha le seguenti proprietà:
a) $\mathbf{B}_{int}$ uniforme, diretto lungo l'asse
b) $\mathbf{B}_{ext}$ nullo

Per capire perchè, meglio usare componenti cilindriche di **B**
$B_z, B_\rho, B_\varphi \to$ Nessuna di esse dipende da z, φ per motivi di simmetria
$\to B_z(\rho), B_\rho(\rho), B_\varphi(\rho)$ in generale

dentro e fuori del solenoide



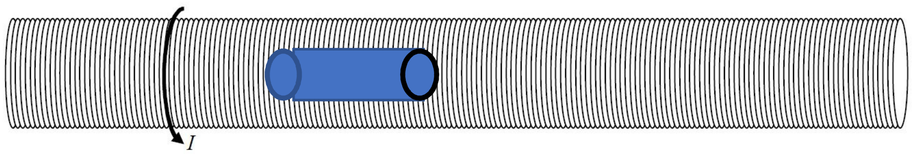
Inoltre:

$B_\rho \equiv 0$

Infatti: Considerando come sup. gaussiana Σ un cilindretto coassiale al solenoide, di altezza h e raggio r

$\Phi_\Sigma(\mathbf{B}) = 2\pi r h B_\rho$, flusso attraverso le basi nullo perchè $B_z(z) = B_z(z+h)$

$\Phi_\Sigma(\mathbf{B}) = 0 \rightarrow B_\rho \equiv 0$, dentro e fuori del solenoide

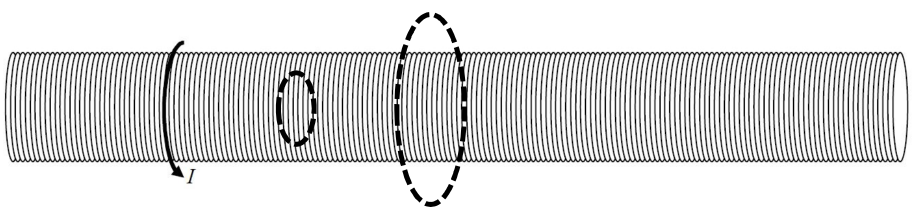


$B_\varphi \equiv 0$

Infatti: Considerando come spira amperiana Γ una circonferenza di raggio r

$\oint_\Gamma \mathbf{B} \cdot \mathbf{ds} = 2\pi r B_\varphi$, corrente concatenata = 0

$\rightarrow \oint_\Gamma \mathbf{B} \cdot \mathbf{ds} = 0 \rightarrow B_\varphi \equiv 0$, dentro e fuori del solenoide



Inoltre: B_z indipendente da ρ

Infatti, considerando come spira amperiana Γ un rettangolo con lato orizzontale $a = \rho_1 + \rho_2$ lungo un diametro, e lato verticale b parallelo all'asse del solenoide:

$$B_\rho \equiv 0 \rightarrow \oint_\Gamma \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = B_z(\rho_1)b - B_z(\rho_2)b = 0 \rightarrow B_z(\rho_1) = B_z(\rho_2)$$

Quindi:

Casi a, c: i lati orizzontali di Γ sono interamente fuori o dentro il solenoide

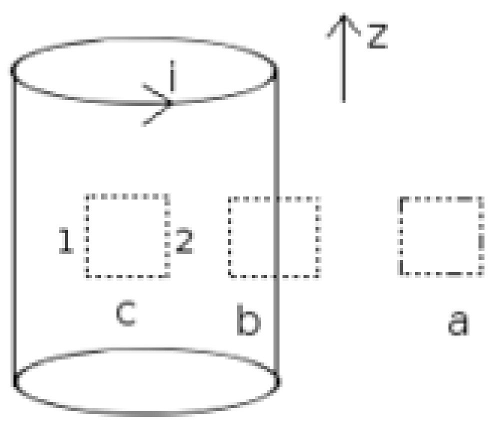
$\rightarrow B_z^{\text{int}}(\rho) = \text{cost}$

$\rightarrow B_z^{ext}(\rho) = \text{cost} \equiv 0,$ perchè $\lim_{\rho \to \infty} B_z^{ext}(\rho) = 0$

Caso b: i lati orizzontali di Γ sono parte all'interno e parte all'esterno del solenoide:

$B_z^{\text{int}}(\rho_1)b - B_z^{ext}(\rho_2)b \equiv B_z^{\text{int}}(\rho_1)b = \mu_0 nbi$

$\rightarrow B_z^{\text{int}}(\rho_1) = \mu_0 ni$



Entrambe le proprietà del solenoide ideale sono non realistiche:

Lunghezza finita $\rightarrow$ Effetti di bordo

$\rightarrow$ Campo esterno $\neq 0$

La corrente nell'avvolgimento ha una piccola componente longitudinale

$\rightarrow$ Piccolo campo azimutale $\sim$ Biot-Savart

Inoltre, effetti - spesso piccoli - della discretizzazione delle spire

$\rightarrow$ Alterazione del campo uniforme vicino alle spire