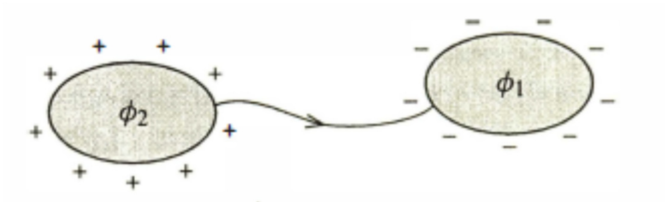
Moto di cariche: situazione non statica

Richiede la presenza di *campi elettrici, portatori ~ liberi*

Sede: conduttori, elettroliti, semiconduttori, gas/liquidi ionizzati, vuoto

Enfasi su conduttori

Es. tipico:



Due conduttori a pot. diverso, congiunti a *t = 0* da un filo conduttore

→ Passaggio di portatori da 2 a 1 fino a che i due pot. sono uguali

Fenomeno transitorio di breve durata, durante il quale c'e' passaggio di *corrente* fra i due conduttori

Def. di (intensita' di) corrente:

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}$$

Unita' di misura:

$$1\,A = 1\,C/s$$

Grandezza fondamentale nel SI,

per ragioni di maggior facilita' a mantenere uno standard accurato

e stabile rispetto alla carica

Per mantenere stazionario il flusso di cariche fra i due conduttori:

Dispositivo che riporti continuamente le cariche da 1 a 2, lavorando contro le forze del campo elettrostatico

→Dispositivo *non* elettrostatico

Generatore di *forza elettromotrice*

Intensita' di corrente: definizione adatta a collegamenti fatti con conduttori filiformi a sezione definita e costante

Caso generale: vettore *densita' di corrente* $\mathbf{j}$

Definito in ogni punto dello spazio

Modulo: Corrente che fluisce attraverso l'unita' di superficie

$\perp$ alla corrente stessa

Direzione: $\mathbf{v}_{cariche}$

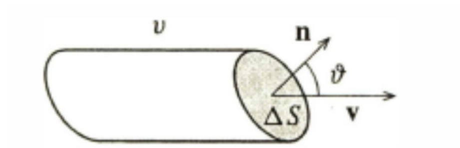
Verso: $q > 0 \rightarrow \mathbf{v}_{cariche}, q < 0 \rightarrow -\mathbf{v}_{cariche}$

$\rightarrow \Delta I = j\Delta S$

Generalizzazione:

$dI = \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$

$\rightarrow I = \int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS,$ flusso del vettore $\mathbf{j}$ attraverso S



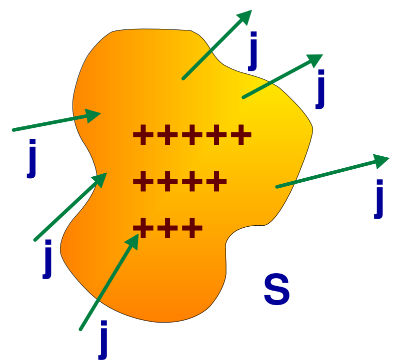
Conservazione della carica elettrica:

Volume V chiuso da superficie S :

Variazione in dt della carica Q contenuta in $V =$ Corrente attraverso $S \cdot dt$

$$\rightarrow dQ = -\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS \ dt$$

$$\rightarrow \frac{dQ}{dt} = -\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$$



Teo. della divergenza:

$$\frac{dQ}{dt} = -\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS$$

$$\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{n}} dS = \int_V (\nabla \cdot \mathbf{j}) dV$$

$$Q = \int_V \rho dV \rightarrow \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\int_V \rho dV \right) = \int_V \frac{\partial \rho}{\partial t} dV$$

Per l'arbitrarieta' di V :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{j} \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$ Eq. di continuita'

Descrive la conservazione *locale* della carica:

Fondamentale per coerenza con il principio di relativita'

Passaggio di corrente in conduttori filamentari

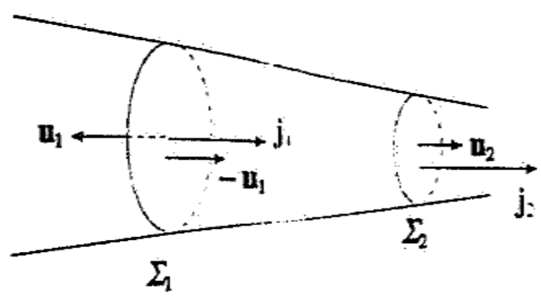
Densita' di corrente $\mathbf{j}$, sezione variabile

$\int_S \mathbf{j} \cdot \hat{\mathbf{u}} dS = 0$ condizione di stazionarieta'

$\rightarrow \int_{\Sigma_1} \mathbf{j}_1 \cdot \hat{\mathbf{u}}_1 d\Sigma_1 + \int_{\Sigma_1} \mathbf{j}_2 \cdot \hat{\mathbf{u}}_2 d\Sigma_2 = 0,$ nullo il flusso attraverso la sup. laterale

$$\rightarrow \underbrace{\int_{\Sigma_1} \mathbf{j}_1 \cdot \hat{\mathbf{u}}_1 d\Sigma_1}_{i_1} = -\int_{\Sigma_2} \mathbf{j}_2 \cdot \hat{\mathbf{u}}_2 d\Sigma_2 = \underbrace{\int_{\Sigma_2} \mathbf{j}_2 \cdot (-\hat{\mathbf{u}}_2) d\Sigma_2}_{i_2}$$

$\rightarrow i_1 = i_2$ corrente uguale in tutti i tratti del conduttore



Relazione fra corrente e moto dei portatori:

$$I = q\frac{dn}{dt}$$

dn n. portatori che attraversano ΔS nell'intervallo dt

Assumendo che la velocita' sia la stessa per tutti

$\rightarrow dn$ = n. portatori contenuti nel cilindretto obliquo

con base $\Delta S \cos\theta$ e altezza vdt

$\rightarrow dn = Nv\Delta S \cos\theta dt,\ N$ densita' volumetrica di portatori

$\rightarrow dn = N\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}\Delta S dt$

$\rightarrow I = qN\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}\Delta S$

$\rightarrow \mathbf{j} = qN\mathbf{v}$

Generalizzazione al caso di velocita' diverse:

dn n. portatori/volume con velocita' fra $\mathbf{v}$ e $\mathbf{v}+d\mathbf{v}$

$\rightarrow dI = qdn\mathbf{v}\cdot\hat{\mathbf{n}}\Delta S$

$\rightarrow I = \int dI = q\Delta S\hat{\mathbf{n}}\cdot\int \mathbf{v}dn$ corr. totale

$\langle\mathbf{v}\rangle = \frac{1}{N}\int \mathbf{v}dn$ vel. vettoriale media

$\rightarrow I = qN\Delta S\hat{\mathbf{n}}\cdot\langle\mathbf{v}\rangle$

$\rightarrow \mathbf{j} = qN\langle\mathbf{v}\rangle$ rel. fra densita' di corrente e vel. media

$q > 0 \rightarrow \mathbf{j}$ parallela a $\mathbf{v}$

$q < 0 \rightarrow \mathbf{j}$ antiparallela a $\mathbf{v}$

Presenza di portatori di entrambi i segni

(Es. elettrolita, gas/liquido ionizzato, semiconduttore):

$\mathbf{j} = |q_+|N_+\langle\mathbf{v}_+\rangle - |q_-|N_-\langle\mathbf{v}_-\rangle = q_+N_+\langle\mathbf{v}_+\rangle + q_-N_-\langle\mathbf{v}_-\rangle$

Contributi concordi: segno del prodotto $q\langle\mathbf{v}\rangle$ uguale per entrambi

Significato della velocita' che compare in $\mathbf{j}$:
Portatori hanno velocita' 'termiche'
In assenza di c. esterno, moto caotico di agitazione termica
$\rightarrow \langle \mathbf{v} \rangle = 0$ vel. media nulla $\rightarrow \mathbf{j} = 0$
$\rightarrow \langle \mathbf{v}^2 \rangle \neq 0$ vel. quadratica media non nulla
Infatti, p es per elettroliti:

$$\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle \mathbf{v}^2 \rangle = \frac{3}{2} kT \quad \text{dist. di Boltzmann}$$

$$\rightarrow \overline{v} = \sqrt{\langle \mathbf{v}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Non applicabile a elettroni in un conduttore:
Statistica quantistica, non vale la dist. di Boltzmann

Effetto di un c. elettrico:
$\langle \mathbf{v} \rangle \neq 0$

$$\rightarrow \left| \langle \mathbf{v} \rangle \right| = \frac{|\mathbf{j}|}{qN} \quad \text{vel.di deriva}$$

Confronto vel. termica/vel. di deriva

Ione Na^+ in un elettrolita a T_{amb} :

$$\overline{v} = \sqrt{\langle \mathbf{v}^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = c\sqrt{\frac{3kT}{mc^2}} = 3 10^8 \sqrt{\frac{3\ 0.026}{22\ 10^9}} = 3 10^8 \sqrt{\frac{0.078}{2.2}} 10^{-5}$$

$$\rightarrow \overline{v} \approx 565\ ms^{-1}$$

Elettroni di conduzione nel Cu :

$$I = 1\ A,\ S = 1\ mm^2 \rightarrow j = 10^6\ \ A / mm^2$$

$$N = 2N_0 \frac{\rho}{A} = 2\ 6 10^{23} \frac{9 10^3}{63.5} \approx 1.7 10^{29}\ m^{-3}$$

$$\rightarrow v = \frac{j}{qN} \approx 4 10^{-5} ms^{-1}$$

Vel. di deriva $\ll$ Vel. termica

Vel. di deriva $\neq$ Vel. di propagazione della corrente nel conduttore

Propagazione della corrente:

dovuta alla propagazione del c. elettrico degli elettroni di conduzione

che agisce da un elettrone all'altro $\sim$ vel. della luce

Relazione fra vel. di deriva e c. elettrico:
Descrizione classica inadeguata $\rightarrow$ Mecc. quantistica
Tuttavia, quadro semplificato:
Portatore libero in moto sotto l'azione del campo elettrico
Acquisto q. di moto $\rightarrow$ moto uniformemente accelerato nella direzione di $\mathbf{E}$
sovrapposto a moto termico casuale
Urti contro il reticolo ionico: azzeramento vel. di deriva ad ogni urto
Q. di moto acquistata fra due urti successivi:
$m\mathbf{v}_d = e\mathbf{E}\tau,\ \tau$ intervallo di tempo medio fra due urti successivi
$\rightarrow \mathbf{v}_d = \dfrac{e\mathbf{E}\tau}{m} = \dfrac{e\tau}{m}\mathbf{E} \equiv \mu\mathbf{E}$
μ mobilita'
$[\mu] = [L]\left[T^{-1}\right]\left[V^{-1}\right][L] \rightarrow$ Unita': $ms^{-1}V^{-1}m = m^2 s^{-1}V^{-1}$
$\rightarrow \mathbf{j} = ne\mathbf{v}_d = \dfrac{ne^2\tau}{m}\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$
$\sigma = \dfrac{ne^2\tau}{m} = \rho\mu$ conduttivita'
$[\sigma] = \left[L^{-3}\right]\left[I^2\right]\left[T^2\right][T]\left[M^{-1}\right] \rightarrow$ Unita': $A^2 kg^{-1} m^{-3} s^3 = AV^{-1}m^{-1}$

[Superconduttori: $R = 0$ a basse temperature
Fenomeno quantistico (come tutti gli altri): Nessun modello classico
Nuovi superconduttori: $T \leq 100K$
Poco utilizzati in pratica: Difficolta' a fare cavi lunghi]

Metalli: $n \sim$ indipendente da T
Semiconduttori: n fortemente dipendente da T
Legge di Ohm microscopica:
$\rightarrow \mathbf{j} \equiv \sigma\mathbf{E} \equiv \dfrac{1}{\rho}\mathbf{E},\ \ \sigma$ conduttivita', ρ resistivita'

Segmento di conduttore cilindrico, omogeneo:

lunghezza l, sezione A

$$j = \sigma E = \sigma \frac{\Delta\phi}{l} \rightarrow i = jA = \sigma \frac{\Delta\phi}{l} A = \sigma \frac{\Delta\phi}{l^2} Al = \sigma \frac{\Delta\phi}{l^2} V = \frac{1}{\rho} \frac{\Delta\phi}{l^2} V$$

$\rightarrow \Delta\phi = i\rho \frac{l^2}{V} = i\rho \frac{l^2}{Al} = i\rho \frac{l}{A} \equiv iR, \quad R = \rho \frac{l}{A}$ resistenza

Legge di Ohm (macroscopica):

$$\Delta\phi = iR$$

Resistenza di un conduttore a sezione variabile:

Contributo di lunghezza infinitesima:

$$dR = \rho(x) \frac{dx}{A(x)},$$

dx spessore infinitesimo nel verso della corrente, A sezione variabile

$$\rightarrow R = \int_0^{x_{max}} \rho(x) \frac{dx}{A(x)}$$

Resistenza di un conduttore qualsiasi:

Decomposizione in elementi di volume infinitesimo

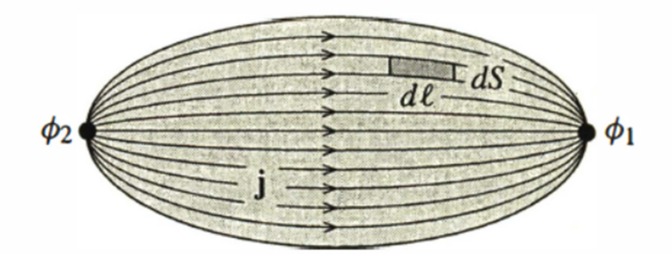
$dR = \rho \dfrac{dl}{dS} \rightarrow \dfrac{1}{dR} = \dfrac{1}{\rho}\dfrac{dS}{dl}$, scrittura simbolica per conduttanza

Elementi infinitesimi in parallelo: Somma delle conduttanze $\rightarrow \int_S$

$\rightarrow \dfrac{1}{dR} = \dfrac{S}{\rho dl}$, conduttanza di uno strato generico di area S

Strati infinitesimi in serie: Somma delle resistenze $\rightarrow \int_l$

$$dR = \frac{1}{\int_S \frac{dS}{\rho dl}} \rightarrow R = \int dR$$



Resistivita':

$$\rho = \frac{k}{ne^2}$$

funzione di T (temperatura), ν (freq. del segnale), materiale

Conduttori: $\rho \uparrow$ per $T \uparrow$, Semiconduttori:$\rho \downarrow$ per $T \uparrow$

Potenza dissipata in un conduttore:

C. elettrico esterno lavora su ogni portatore

$$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = e\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt} \rightarrow dW = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}dt \rightarrow \frac{dW}{dt} = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}$$ potenza istantanea

$$P = e\mathbf{E} \cdot \mathbf{v} = \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{v}en}{n} = \frac{1}{n}\mathbf{E} \cdot \mathbf{j}$$

$$\rightarrow P_{tot} = nP = n\frac{1}{n}\mathbf{E} \cdot \mathbf{j} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{j}$$ pot. per unita' di volume

In una resistenza cilindrica:

$$\rightarrow P_R = P_{tot}V = \mathbf{E} \cdot \mathbf{j}Al = \Delta\phi i = \frac{(\Delta\phi)^2}{R} = i^2 R$$ Legge di Joule

Pot. dissipata nella resistenza:

Urti elettroni/reticolo ionico $\rightarrow$ Calore