

Dall'antichità: Osservazioni su materiali capaci di attirare il ferro/esercitare forze su materiali simili (pochi casi, anche se diffusi su tutto il pianeta)

Forze fra materiali magnetici descritte in termini del *campo magnetico*

Es: Bussola & C. geomagnetico

Descrizione originariamente basata sull'ipotesi dell'esistenza di un'ulteriore proprietà dei corpi, analoga alla carica elettrica: *carica magnetica*

Carica magnetica puntiforme: *Polo magnetico (N/S)*

Interazione fra poli: simile a quella coulombiana fra cariche puntiformi

Magnetismo come una seconda interazione, separata e indipendente da quella elettrica

Ma: Poli magnetici liberi mai osservati - Corpi magnetizzati hanno sempre polo N e polo S, non separabili → Ipotesi KO

Di fatto: interazione fra corpi magnetizzati ~ interazione fra dipoli elettrici

In seguito: Osservazione di effetti magnetici delle correnti elettriche = cariche in movimento (es. deflessione ago magnetico)

→ Campo magnetico: origine da materiali magnetici e cariche in movimento

Ipotesi di Ampere per spiegare le proprietà dei materiali magnetici: correnti microscopiche → Costituenti atomici carichi in movimento orbitale + Effetti di spin

→ Unica origine per il c. magnetico: cariche in movimento = correnti elettriche

Campo magnetico: azioni sulle cariche in movimento → Forza di Lorentz

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

Quindi: Forza magnetica → Interazione aggiuntiva a quella elettrica, fra cariche *in movimento*

In presenza di c. elettrico e magnetico:

$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$, espressione generale della f. di Lorentz

Problema ovvio: in movimento rispetto a cosa? → Origine relativistica

Forza magnetica: piu'complicata di quella elettrica

C. magnetico: $\mathbf{B}(x, y, z; t)$

Definito in ogni punto dello spazio, eventualmente funzione di t

$$[B] = [F][q^{-1}][v^{-1}] = [F][I^{-1}][L^{-1}], \text{ unita' di misura } 1 T = 1 NA^{-1}M^{-1}$$

Proprieta' principali della forza magnetica:

Proprieta' principale: $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$

$$\rightarrow dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = q \underbrace{(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}}_{=0} dt = 0$$

$$\rightarrow W = 0$$

→ La forza magnetica non compie lavoro sulle cariche in movimento

→ Unico effetto variazione della direzione della velocita' della carica in moto

Principio di sovrapposizione

Forza su una corrente

$$\mathbf{j} = Nq\langle \mathbf{v} \rangle, i = jS$$

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}$$

Forza su elemento di filo di volume Sds

$$\rightarrow d\mathbf{F} = \sum_{Sds} q\mathbf{v}_q \times \mathbf{B} = q \left(\sum_{Sds} \mathbf{v}_q \right) \times \mathbf{B} = q\langle \mathbf{v} \rangle NSds \times \mathbf{B} = \mathbf{j}S \times \mathbf{B}ds$$

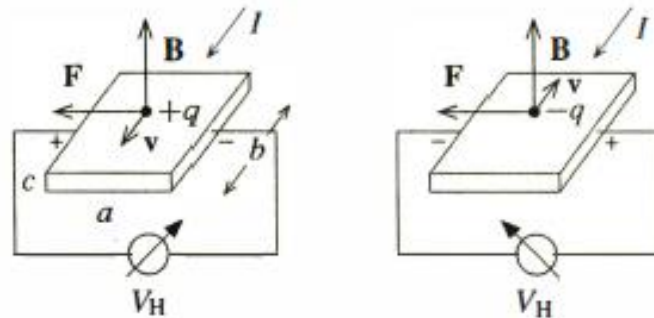
Poiche' $\mathbf{j} \parallel ds$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = id\mathbf{s} \times \mathbf{B}, \text{ 2a legge elementare di Laplace}$$

Moto di particelle cariche in campi magnetici, forze su circuiti percorsi da corrente

Esempi

a) Effetto Hall



Conduttore percorso da corrente immerso in un c. magnetico

F. di Lorentz sui portatori

$$F_m = qvB, \quad \mathbf{F}_m \perp \mathbf{v}$$

F. trasversale → Accumulo iniziale di carica (opposta) sui bordi

→ C. elettrico trasversale:

$$E = \frac{F_m}{q} = \langle \mathbf{v} \rangle B$$

→ Diff. di potenziale trasversale (di Hall)

$$V_H = Ea = \langle \mathbf{v} \rangle Ba$$

$$I = jac = Nq \langle \mathbf{v} \rangle ac$$

$$\rightarrow \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{I}{Nqac}$$

$$\rightarrow V_H = \langle \mathbf{v} \rangle Ba = \frac{IBa}{Nqac} = \frac{IB}{Nqc}$$

Misure di V_H → Segno dei portatori

Possibile misurare B nota la calibrazione del conduttore (sonda Hall)

A parità di IB , effetto maggiore con:

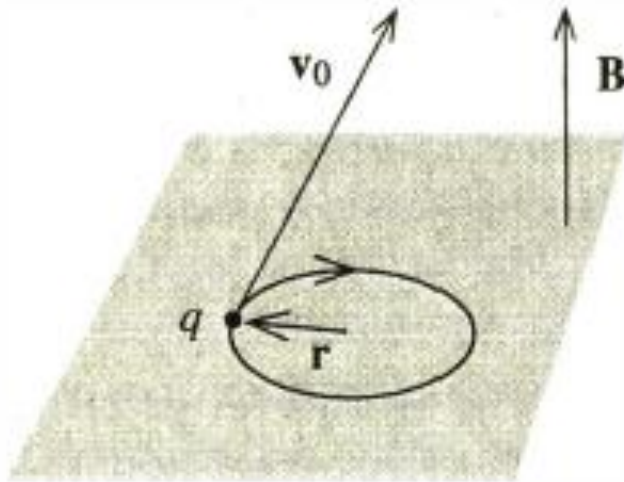
Spessore ridotto

Concentrazione ridotta

Effetto molto più marcato nei semiconduttori:

Concentrazioni molto più piccole rispetto ai metalli

b) C. uniforme, vel. iniziale $\perp \mathbf{B}$



$$\mathbf{F}_{iniz} = q\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{v}_0 \text{ vel. iniziale } \perp \mathbf{B}$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_{iniz} \perp \mathbf{v}_0, \mathbf{B}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{v}$$

$$|\mathbf{v}| = \text{cost} = |\mathbf{v}_0| \rightarrow |\mathbf{F}| = \text{cost} = |\mathbf{F}_{iniz}|$$

$\rightarrow \mathbf{F}$ forza centripeta

\rightarrow Moto circolare uniforme

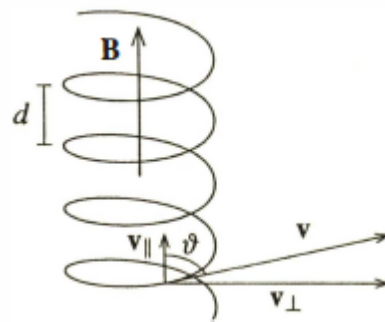
$\rightarrow \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$, \mathbf{r} posizione rispetto al centro dell'orbita

$$\rightarrow \mathbf{a} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\frac{q}{m} \mathbf{B} \times \mathbf{v} \rightarrow \boldsymbol{\omega} = -\frac{q}{m} \mathbf{B}, \text{ indipendente da } r$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}, \quad v = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$|\mathbf{v}| = \omega r \rightarrow r = \frac{|\mathbf{v}|}{\omega} = \frac{m|\mathbf{v}_0|}{qB}, \text{ raggio dell'orbita}$$

c) Generalizzazione al caso in cui \mathbf{v}_0 non e' $\perp \mathbf{B}$:



$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel$$

$$|\mathbf{v}_\perp| = |\mathbf{v}_0| \sin \theta$$

$$|\mathbf{v}_\parallel| = |\mathbf{v}_0| \cos \theta$$

→ Moto circolare uniforme nel piano $\perp \mathbf{B}$

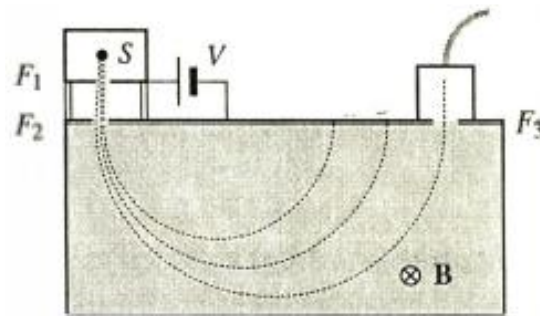
→ Moto rettilineo uniforme $\parallel \mathbf{B}$

→ Traiettoria = Elica cilindrica

$$\text{Raggio: } r = \frac{m|\mathbf{v}_0| \sin \theta}{qB}, \text{ come prima}$$

$$\text{Passo: } d = |\mathbf{v}_0| \cos \theta T = \frac{2\pi m |\mathbf{v}_0| \cos \theta}{qB}, \text{ distanza in } z \text{ percorsa in un periodo}$$

d) Spettrometro di massa di Dempster



Vel. raggiunta dallo ione dopo la 2a fenditura:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

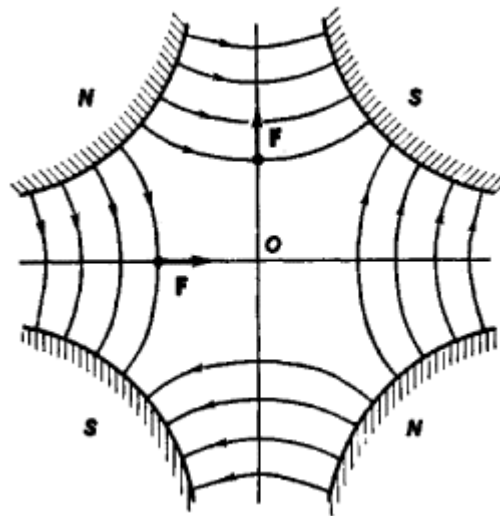
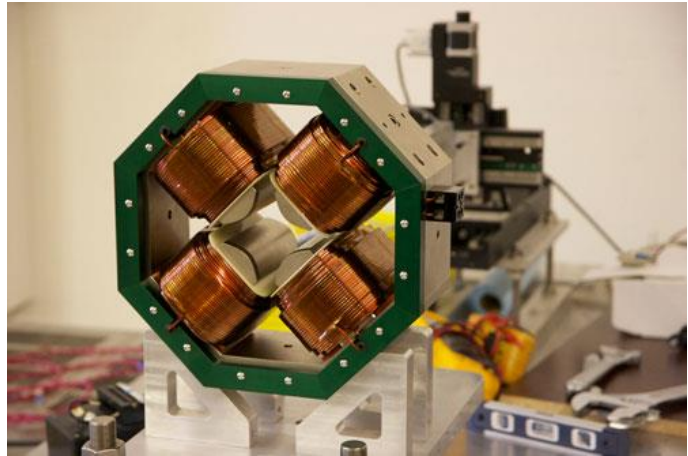
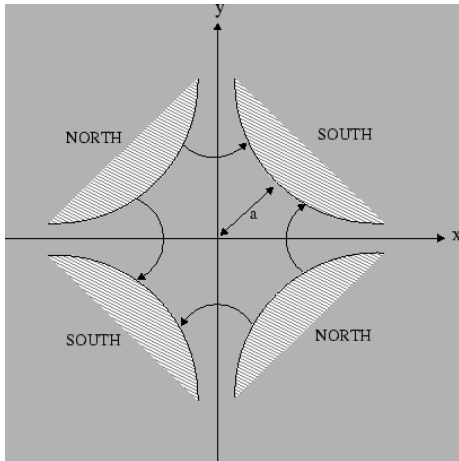
Raggio orbita in **B** :

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \propto \sqrt{\frac{m}{q}} \rightarrow \text{Possibile separare isotopi}$$

e) Moto in un campo di quadripolo

C. di quadripolo: 4 'poli magnetici' di segno alterno; profilo = iperbole; posti ai vertici di un quadrato

Elemento magnetico molto usato negli acceleratori e nelle linee di fascio



Con la geometria della figura:

$$\mathbf{B} = \frac{B_0}{a} (y\hat{\mathbf{u}}_x + x\hat{\mathbf{u}}_y), \text{ non dimostrato}$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{qB_0}{a} \mathbf{v} \times (y\hat{\mathbf{u}}_x + x\hat{\mathbf{u}}_y)$$

Per particella con \mathbf{v} a un piccolo angolo rispetto all'asse z : $\mathbf{v} \approx v\hat{\mathbf{u}}_z$

$$\text{Traiettoria nel piano } yz : x = 0 \rightarrow \mathbf{F} \approx \frac{qB_0}{a} yv\hat{\mathbf{u}}_z \times \hat{\mathbf{u}}_x = \frac{qB_0}{a} yv\hat{\mathbf{u}}_y$$

$$\rightarrow m \frac{d^2 y}{dt^2} \approx \frac{qB_0 v}{a} y \rightarrow y = Ae^{+\sqrt{\frac{qB_0 v}{am}} t} + Be^{-\sqrt{\frac{qB_0 v}{am}} t}$$

→ Allontanamento indefinito dall'asse z

→ Proprieta' *defocalizzanti*

$$\text{Traiettoria nel piano } xz : y = 0 \rightarrow \mathbf{F} \approx \frac{qB_0}{a} xv\hat{\mathbf{u}}_z \times \hat{\mathbf{u}}_y = -\frac{qB_0}{a} xv\hat{\mathbf{u}}_x$$

$$\rightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} \approx -\frac{qB_0 v}{a} x \rightarrow x = A \sin\left(\sqrt{\frac{qB_0 v}{am}} t\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{qB_0 v}{am}} t\right)$$

→ Oscillazioni armoniche attorno all'asse z

→ Proprieta' *focalizzanti*

→ Focalizzazione lungo un asse, defocalizzazione lungo l'altro

Forza su circuiti percorsi da corrente

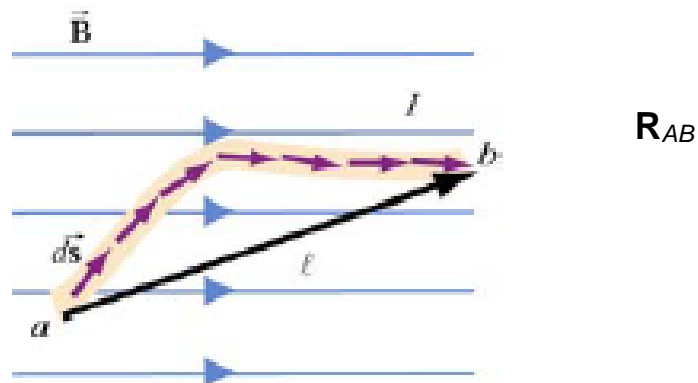
a) Circuito immerso in un c. uniforme

Forza su un segmento (A, B) di circuito:

$$d\mathbf{F} = i d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

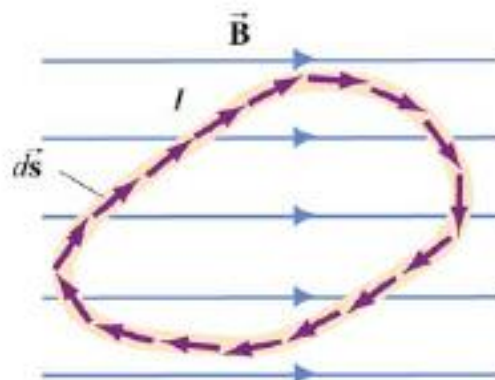
$$\rightarrow \mathbf{F} = i \int_A^B d\mathbf{s} \times \mathbf{B}$$

$$\rightarrow \mathbf{F} = i \left(\int_A^B d\mathbf{s} \right) \times \mathbf{B} = i \mathbf{R}_{AB} \times \mathbf{B}$$



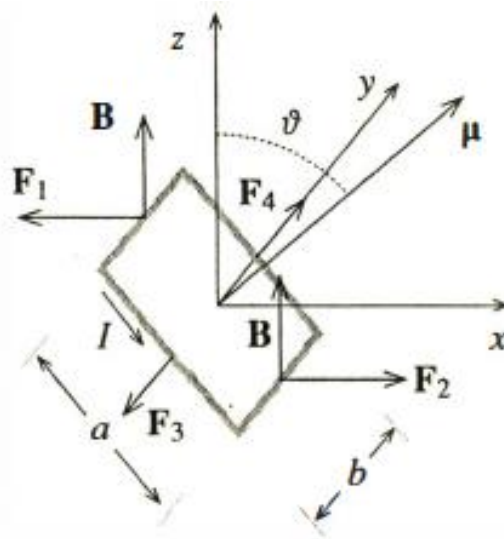
Se $A \equiv B$

$$\rightarrow \mathbf{F} = 0$$



\rightarrow Forza su un circuito chiuso percorso da corrente in un c. magnetico uniforme: nulla

b) Spira rettangolare ($\leftarrow \sim$ ogni circuito) in un campo \mathbf{B} uniforme:



$\mathbf{F}_3, \mathbf{F}_4$: forze uguali e opposte \rightarrow coppia con braccio = 0

$\mathbf{F}_1, \mathbf{F}_2$: forze uguali e opposte \rightarrow coppia con braccio = $a \sin \theta$

$$F_1 = F_2 = IBb$$

\rightarrow Forza totale:

$$\mathbf{F}_{tot} = 0$$

\rightarrow Mom. meccanico totale:

$$\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_{34} + \boldsymbol{\tau}_{12} = 0 + \tau_y \hat{\mathbf{j}} = -Iba \sin \theta \hat{\mathbf{j}}$$

Definendo:

$\boldsymbol{\mu} = Iba \hat{\mathbf{n}}$ mom. di dipolo magnetico della spira

$$\rightarrow \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}$$

Identico al mom. meccanico su un dipolo elettrico in c. uniforme

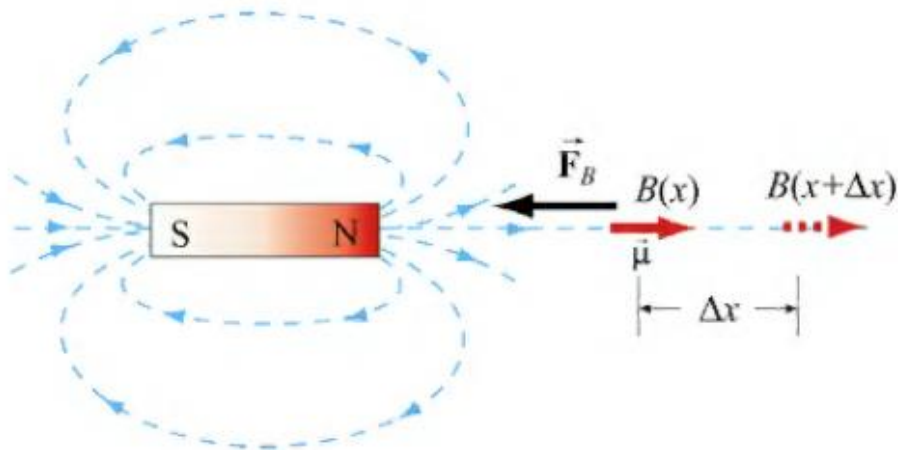
\rightarrow En. potenziale:

$$U_{mecc} = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

c) Circuito immerso in un c. non uniforme

Circuito ~ Dipolo

C. non uniforme: p es quello di un magnete lineare



Circuito ~ Dipolo attratto verso magnete da forza F_B

Forza esterna necessaria per muoverlo di Δx :

$$\rightarrow W_{ext} = F_{ext} \Delta x = \Delta U = -\mu B(x + \Delta x) - [-\mu B(x)] = -\mu [B(x + \Delta x) - B(x)]$$

$$\rightarrow F_{ext} = -\mu \frac{B(x + \Delta x) - B(x)}{\Delta x} \approx -\mu \frac{dB}{dx} = -F_B$$

$$\rightarrow F_B = \mu \frac{dB}{dx} = \frac{d \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}}{dx}, \text{ in cui } \boldsymbol{\mu} \text{ e' costante}$$

In generale:

$\mathbf{F}_B = \nabla (\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B})$ dove l'op. gradiente agisce solo sul fattore \mathbf{B}