

Dall'antichità: Osservazioni su materiali capaci di attirare il ferro/esercitare forze su materiali simili (pochi casi, anche se diffusi su tutto il pianeta)

Forze fra materiali magnetici descritte in termini del *campo magnetico*

Es: Bussola & C. geomagnetico

Descrizione originariamente basata sull'ipotesi dell'esistenza di un'ulteriore proprietà dei corpi, analoga alla carica elettrica: *carica magnetica*

Carica magnetica puntiforme: *Polo magnetico (N/S)*

Interazione fra poli: simile a quella coulombiana fra cariche puntiformi

Magnetismo come una seconda interazione, separata e indipendente da quella elettrica

Ma: Poli magnetici liberi mai osservati - Corpi magnetizzati hanno sempre polo N e polo S, non separabili → ipotesi KO

Di fatto: interazione fra corpi magnetizzati ~ interazione fra dipoli elettrici

In seguito: Osservazione di effetti magnetici delle correnti elettriche = cariche in movimento (es. deflessione ago magnetico)

→ Campo magnetico: origine da materiali magnetici e cariche in movimento

Ipotesi di Ampere per spiegare le proprietà dei materiali magnetici: correnti microscopiche → Costituenti atomici carichi in movimento orbitale + Effetti di spin

→ Unica origine per il c. magnetico: cariche in movimento = correnti elettriche

Campo magnetico: azioni sulle cariche in movimento → Forza di Lorentz

Quindi: Forza magnetica → Interazione aggiuntiva a quella elettrica, fra cariche *in movimento*

Problema ovvio: in movimento rispetto a cosa? → Origine relativistica

Forza magnetica: piu' complicata di quella elettrica

C. magnetico:  $\mathbf{B}(x, y, z; t)$

Definito in ogni punto dello spazio, eventualmente funzione di  $t$

Forza di Lorentz:  $\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$

$[B] = [F][q^{-1}][v^{-1}]$ , unita' di misura 1 T

Proprieta' principali della forza magnetica:

Proprieta' principale:  $\mathbf{F} \perp \mathbf{v}$

$$\rightarrow dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F} \cdot \frac{d\mathbf{s}}{dt} dt = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v} dt = q \underbrace{(\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}}_{=0} dt = 0$$

$$\rightarrow W = 0$$

→ La forza magnetica non compie lavoro sulle cariche in movimento

→ Unico effetto variazione della direzione della velocita' della carica in moto

Principio di sovrapposizione

Forza su una corrente

$$\mathbf{j} = Nq \langle \mathbf{v} \rangle, i = jS$$

$$\mathbf{F}_q = q\mathbf{v}_q \times \mathbf{B}$$

Forza su elemento di filo di volume  $Sds$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = \sum_{Sds} q\mathbf{v}_q \times \mathbf{B} = q \left( \sum_{Sds} \mathbf{v}_q \right) \times \mathbf{B} = q \langle \mathbf{v} \rangle NSds \times \mathbf{B} = \mathbf{j}S \times \mathbf{B}ds$$

Poiche'  $\mathbf{j} \parallel ds$

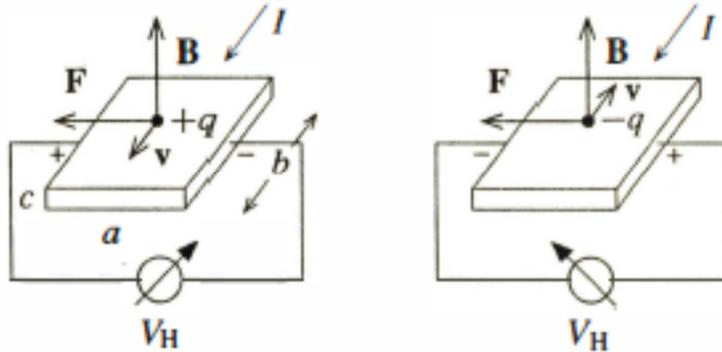
$$\rightarrow d\mathbf{F} = i ds \times \mathbf{B}, \text{ 2a legge elementare di Laplace}$$

In presenza di c. elettrico e magnetico:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}), \text{ espressione generale della f. di Lorentz}$$

## Moto di particelle cariche in campi magnetici

### a) Effetto Hall



Conduttore percorso da corrente immerso in un c. magnetico

F. di Lorentz sui portatori

$$F_m = qvB, \quad \mathbf{F}_m \perp \mathbf{v}$$

F. trasversale  $\rightarrow$  Accumulo iniziale di carica (opposta) sui bordi

$\rightarrow$  C. elettrico trasversale:

$$E = \frac{F_m}{q} = \langle \mathbf{v} \rangle B$$

$\rightarrow$  Diff. di potenziale trasversale (di Hall)

$$V_H = Ea = \langle \mathbf{v} \rangle Ba$$

$$I = jac = Nq \langle \mathbf{v} \rangle ac$$

$$\rightarrow \langle \mathbf{v} \rangle = \frac{I}{Nqac}$$

$$\rightarrow V_H = \langle \mathbf{v} \rangle Ba = \frac{IBa}{Nqac} = \frac{IB}{Nqc}$$

Misure di  $V_H \rightarrow$  Segno dei portatori

Possibile misurare  $B$  nota la calibrazione del conduttore (sonda Hall)

A parita' di  $IB$ , effetto maggiore con:

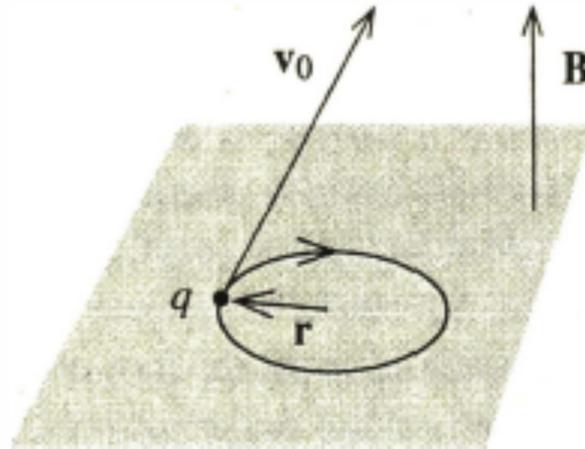
Spessore ridotto

Concentrazione ridotta

Effetto molto piu' marcato nei semiconduttori:

Concentrazioni molto piu' piccole rispetto ai metalli

b) C. uniforme, vel. iniziale  $\perp \mathbf{B}$



$$\mathbf{F}_{iniz} = q\mathbf{v}_0 \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{v}_0 \text{ vel. iniziale } \perp \mathbf{B}$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_{iniz} \perp \mathbf{v}_0, \mathbf{B}$$

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{v} \cdot \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$$

$$\rightarrow \mathbf{a} \perp \mathbf{v}$$

$$|\mathbf{v}| = \text{cost} = |\mathbf{v}_0| \rightarrow |\mathbf{F}| = \text{cost} = |\mathbf{F}_{iniz}|$$

$\rightarrow \mathbf{F}$  forza centripeta

$\rightarrow$  Moto circolare uniforme

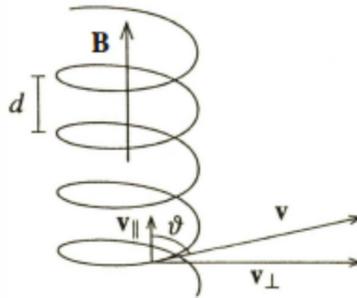
$\rightarrow \mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ ,  $\mathbf{r}$  posizione rispetto al centro dell'orbita

$$\rightarrow \mathbf{a} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v} = \frac{q}{m} \mathbf{v} \times \mathbf{B} = -\frac{q}{m} \mathbf{B} \times \mathbf{v} \rightarrow \boldsymbol{\omega} = -\frac{q}{m} \mathbf{B}, \text{ indipendente da } r$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi m}{qB}, \quad v = \frac{qB}{2\pi m}$$

$$|\mathbf{v}| = \omega r \rightarrow r = \frac{|\mathbf{v}|}{\omega} = \frac{m|\mathbf{v}_0|}{qB}, \text{ raggio dell'orbita}$$

c) Generalizzazione al caso in cui  $\mathbf{v}_0$  non e'  $\perp \mathbf{B}$ :



$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{v}_\perp + \mathbf{v}_\parallel$$

$$|\mathbf{v}_\perp| = |\mathbf{v}_0| \sin \theta$$

$$|\mathbf{v}_\parallel| = |\mathbf{v}_0| \cos \theta$$

→ Moto circolare uniforme nel piano  $\perp \mathbf{B}$

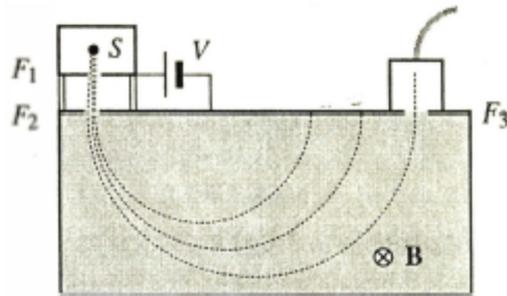
→ Moto rettilineo uniforme  $\parallel \mathbf{B}$

→ Traiettoria = Elica cilindrica

$$\text{Raggio: } r = \frac{m|\mathbf{v}_0| \sin \theta}{qB}, \text{ come prima}$$

$$\text{Passo: } d = |\mathbf{v}_0| \cos \theta T = \frac{2\pi m|\mathbf{v}_0| \cos \theta}{qB}, \text{ distanza in } z \text{ percorsa in un periodo}$$

d) Spettrometro di massa di Dempster



Vel. raggiunta dallo ione dopo la 2a fenditura:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

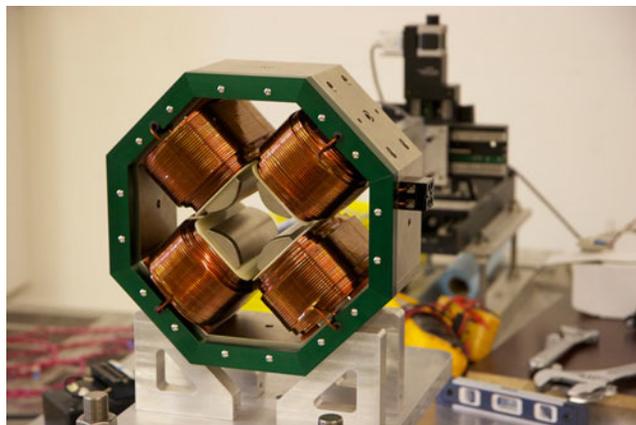
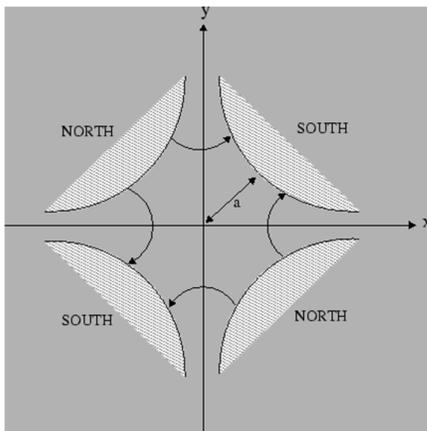
Raggio orbita in **B**:

$$R = \frac{mv}{qB} = \frac{1}{B} \sqrt{\frac{2mV}{q}} \propto \sqrt{\frac{m}{q}} \rightarrow \text{Possibile separare isotopi}$$

e) Moto in un campo di quadripolo

C. di quadripolo: 4 'poli magnetici' di segno alterno; profilo = iperbole; posti ai vertici di un quadrato

Elemento magnetico molto usato negli acceleratori e nelle linee di fascio



Con la geometria della figura:

$$\mathbf{B} = \frac{B_0}{a} (y\hat{\mathbf{u}}_x + x\hat{\mathbf{u}}_y), \text{ non dimostrato}$$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \frac{qB_0}{a} \mathbf{v} \times (y\hat{\mathbf{u}}_x + x\hat{\mathbf{u}}_y)$$

Per particella con  $\mathbf{v}$  a un piccolo angolo rispetto all'asse  $z$ :  $\mathbf{v} \approx v\hat{\mathbf{u}}_z$

$$\text{Traiettoria nel piano } yz : x = 0 \rightarrow \mathbf{F} \approx \frac{qB_0}{a} yv\hat{\mathbf{u}}_z \times \hat{\mathbf{u}}_x = \frac{qB_0}{a} yv\hat{\mathbf{u}}_y$$

$$\rightarrow m \frac{d^2 y}{dt^2} \approx \frac{qB_0 v}{a} y \rightarrow y = Ae^{+\sqrt{\frac{qB_0 v}{a}} t} + Be^{-\sqrt{\frac{qB_0 v}{a}} t}$$

→ Allontanamento indefinito dall'asse  $z$

→ Proprieta' *defocalizzanti*

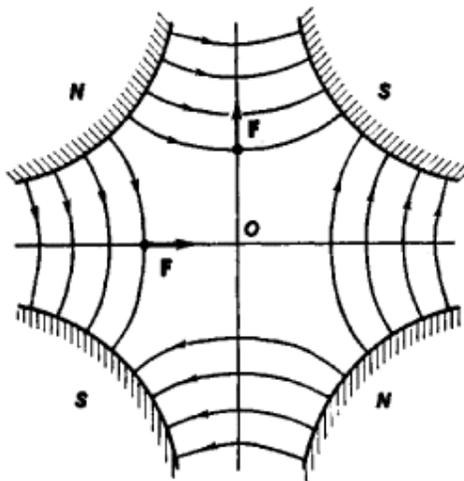
$$\text{Traiettoria nel piano } xz : y = 0 \rightarrow \mathbf{F} \approx \frac{qB_0}{a} xv\hat{\mathbf{u}}_z \times \hat{\mathbf{u}}_y = -\frac{qB_0}{a} xv\hat{\mathbf{u}}_x$$

$$\rightarrow m \frac{d^2 x}{dt^2} \approx -\frac{qB_0 v}{a} x \rightarrow x = A \sin\left(\sqrt{\frac{qB_0 v}{a}} t\right) + B \cos\left(\sqrt{\frac{qB_0 v}{a}} t\right)$$

→ Oscillazioni armoniche attorno all'asse  $z$

→ Proprieta' *focalizzanti*

→ Focalizzazione lungo un asse, defocalizzazione lungo l'altro



Proprietà fondamentali dell'interazione elettromagnetica:

$c$  indipendente dal sistema di riferimento

$q$  indipendente dal sistema di riferimento

→  $c, q$  invarianti relativistici

Invarianza della carica elettrica:

Determinata sperimentalmente con altissima precisione

1) Primo passo: carica elettrone  $\equiv$  carica protone

Molecola  $H_2$  fatta passare in c. elettrico → Nessuna deflessione

→  $\delta q = |q_e - q_p| < 10^{-20} q_p$

2) Secondo passo:  $H_2$  vs  $He \rightarrow 2p + 2e$

$H_2$ :  $e$  &  $p$  velocità molto basse

$He$ :  $e$  velocità molto bassa,  $p$  vel.  $\sim 0.1 c$  (interno di un nucleo)

Passati attraverso c. elettrico → Entrambi indeflessi

→  $q_p$  indipendente da  $v$