Elettrostatica:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Campi generati da}\\ \text{Forze esercitate su}\end{array}\right\}\text{Cariche elettriche}$$

Magnetostatica:

$$\left.\begin{array}{l}\text{Campi generati da}\\ \text{Forze esercitate su}\end{array}\right\}\text{Correnti elettriche}$$

Oggetto elettrico piu' semplice: Carica puntiforme
Oggetto magnetico piu'semplice: Circuito elementare

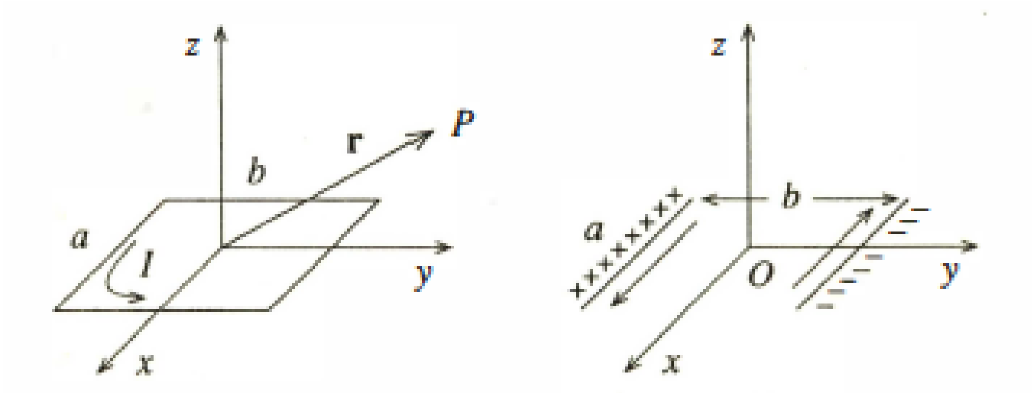
In *prima* approssimazione:
Circuiti percorsi da corrente $\sim$ Dipoli magnetici
Chiamati cosi' perche':

$$\left.\begin{array}{l}\text{Campo generato}\\ \text{Azione subita da campo esterno}\end{array}\right\}\text{simili a quelli dei dipoli elettrici}$$

Non sono coppie di cariche magnetiche opposte:
Non esistono cariche magnetiche

Esempio piu' semplice di dipolo approssimato: Spira

Caso piu' semplice (?): Spira rettangolare



Per calcolare il campo in un punto P: Pot. vettore
Si puo' trovarlo con l'analogia elettrostatica:

$$\frac{\rho}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \mu_0 j_i \qquad \varphi \leftrightarrow A_i$$

basata sul fatto che φ e $\mathbf{A}$ soddisfano entrambi un'eq. di Poisson
Considerando separatamente le due coppie di lati:

$\frac{\lambda}{\varepsilon_0} \leftrightarrow \mu_0 I, \;\; I = \pm Sj$ senso opposto nei lati opposti

A grande distanza: Dipolo

1) Lati || asse $x \rightarrow$ Dipolo anti- || asse y

$$\rightarrow \varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{r^3}, |\mathbf{p}| = \lambda ab \rightarrow \varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-\lambda aby}{r^3}$$

2) Lati || asse $y \rightarrow$ Dipolo || asse y

$$\rightarrow \varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}{r^3}, |\mathbf{p}| = \lambda ab \rightarrow \varphi(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{+\lambda abx}{r^3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_x(P) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{-Iaby}{r^3} \\ A_y(P) = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{+Iabx}{r^3} \end{cases}$$

Mom. di dipolo magnetico della spira:

$\boldsymbol{\mu} = Iab\hat{\mathbf{n}}, \quad \hat{\mathbf{n}}$ versore normale alla spira

$$\rightarrow \mathbf{A}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\boldsymbol{\mu}\times\mathbf{r}}{r^3}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A_x = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mu_y z - \mu_z y}{r^3} = -\dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mu_z y}{r^3} \\ A_y = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mu_z x - \mu_x z}{r^3} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mu_z x}{r^3} \\ A_z = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{\mu_x y - \mu_y x}{r^3} = 0 \end{cases}$$

Per ricavare il c. magnetico:

$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

$$B_x(P) = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} = -\frac{\partial A_y}{\partial z} = +\frac{\mu_0 \mu}{4\pi}\frac{3xz}{r^5}$$

$$B_y(P) = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} = +\frac{\partial A_x}{\partial z} = +\frac{\mu_0 \mu}{4\pi}\frac{3yz}{r^5}$$

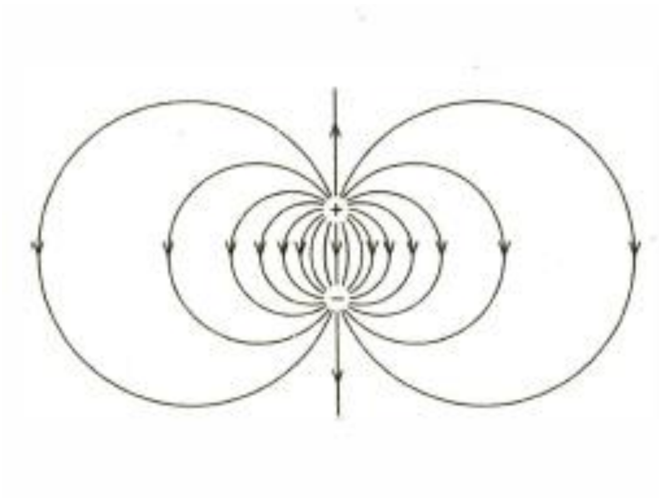
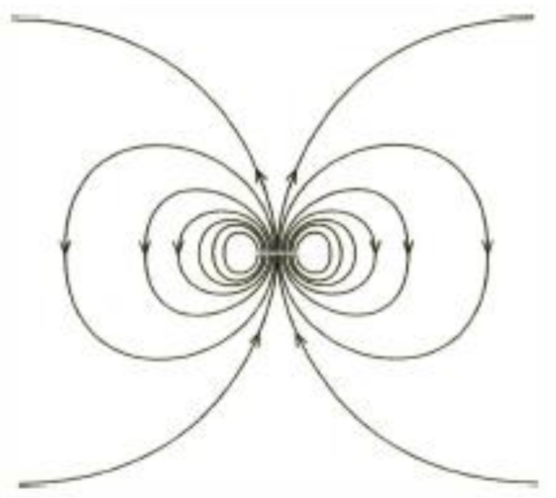
$$\rightarrow B_z(P) = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} = \frac{\mu_0}{4\pi}\mu\left(\frac{-r^3 + \frac{x^2}{r}3r^2}{r^6} - \frac{+r^3 - \frac{y^2}{r}3r^2}{r^6}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\mu\left(\frac{-2}{r^3} + \frac{3x^2+3y^2}{r^5}\right)$$

$$B_z(P) = \frac{\mu_0}{4\pi}\mu\left(\frac{-2}{r^3} + \frac{3\left(x^2+y^2\right)}{r^5}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\mu\left(\frac{-2}{r^3} + \frac{3r^2-3z^2}{r^5}\right) = \frac{\mu_0}{4\pi}\mu\left(\frac{1}{r^3} - \frac{3z^2}{r^5}\right)$$

Spira circolare: Campo sull'asse $(x = y = 0, r \approx z)$

$$B_z(z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} I\pi R^2\left(\frac{1}{z^3} - \frac{3z^2}{z^5}\right) = \frac{\mu_0}{4} IR^2 \frac{2}{z^3} = \frac{\mu_0 IR^2}{2z^3}$$

Dipolo elettrico e magnetico: Linee di campo

Per dipoli reali = A dimensione finita:

Similarita' a grandi distanze
Differenze a piccole distanze: 2 cariche puntiformi vs Spira

Per dipoli ideali = Privi di dimensione:

Similarità a ogni distanza

Tuttavia, differenza di principio:
Linee di campo di **E** : Aperte,inizio = fine
Linee di campo di **B** : Chiuse

Per ogni spira piana:

$\mathbf{B}$ a grande distanza $\sim$ spira rettangolare

Segmentazione spira piana in rettangolini percorsi dalla stessa corrente I:

$\rightarrow$ Contributi ad $\mathbf{A}$ dai lati interni $= 0$

($\leftarrow$ lati adiacenti percorsi da correnti uguali e opposte)

Ogni spiretta contribuisce al pot. vettore in un dato punto:

$\mathbf{r} \sim$ uguale per tutte le spirette $=$ dist. spiretta-punto

$$\rightarrow \mathbf{A}_i = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{r}}{r^3}$$

$\boldsymbol{\mu} = \sum_i \boldsymbol{\mu}_i,$ mom. magnetico totale della spira

$$\rightarrow \mathbf{A} = \sum_i \mathbf{A}_i \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\sum_i \frac{\boldsymbol{\mu}_i \times \mathbf{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{\boldsymbol{\mu} \times \mathbf{r}}{r^3}$$