Elettrostatica: Studio del campo elettrico costante nel tempo

Piu' interessante per le applicazioni: Elettrostatica nei mezzi materiali

Legata a proprieta' elettriche dei materiali, in particolare solidi

Classificazione semplificata:

- Conduttori
- Isolanti
- Semiconduttori
- Superconduttori

Proprieta' molto diverse, non interpretabili nell'ambito della fisica classica

Origini:

Diversi tipi di legami chimici

Proprieta' dei reticoli cristallini

In questo corso: Conduttori, Isolanti

Piu' facile costruire un modello classico

(in realta' insoddisfacente, ma passabile)

In tutti i materiali: cariche positive + cariche negative

Condizioni normali: Neutralita' elettrica

Isolanti: Cariche fisse

Conduttori: Cariche mobili

Diversi tipi di conduttori:

Metalli: Moto di elettroni di conduzione (quasi sempre)

Elettroliti, Gas: Moto di ioni di entrambi i segni

Proprieta’ essenziali dei conduttori in condizioni di equilibrio (→Elettrostatica)

Conduttori: quasi sempre solidi, nei quali si trovano elettroni -vi liberi & ioni +vi non liberi

E = 0 all’interno

ρ = 0 all’interno

Carica eventuale solo su superficie

Potenziale costante in tutto il corpo

$\mathbf{E}_{ext} \parallel \hat{\mathbf{n}}, \quad \hat{\mathbf{n}}$ normale alla superficie punto per punto

Teo.di Coulomb: $\mathbf{E}_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\hat{\mathbf{n}},$ immediatamente vicino alla superficie

Infatti:

1) E = 0 all'interno del conduttore
Nel conduttore ci sono cariche libere
Se all'interno E # 0, le cariche sarebbero in moto, quindi fuori dall'equilibrio.
→ E_{int} = 0 dentro un conduttore in equilibrio

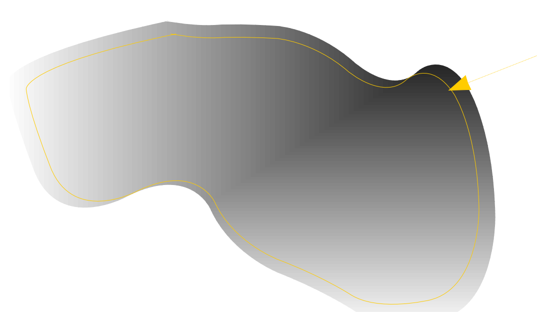
2) ρ = 0 all'interno del conduttore
vedi 1): usiamo il teorema di Gauss

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\boldsymbol{E} = 0 \rightarrow \rho = 0$$

3) Conduttore carico → Cariche solo su superficie

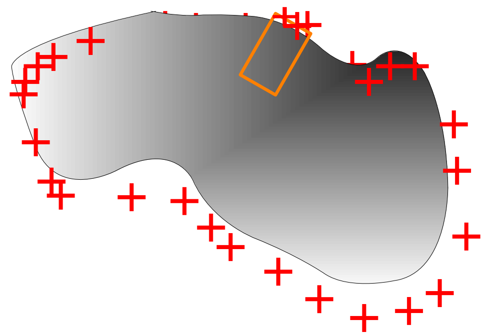
Sup. gaussiana a distanza infinitesima da quella del conduttore



$$\mathbf{E}=0 \rightarrow \Phi(\mathbf{E})=0 \rightarrow q_{\text{int}}=0$$

4) C. elettrostatico $\perp$ alla superficie, = σ/ε_0

Sup. gaussiana: cilindro attraverso la superficie, altezza esterna infinitesima



Teo. di Gauss:

$$\Phi(\mathbf{E})=\oiint_{\substack{\text{superficie}\\ \text{cilindro}}} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{A} \approx E_{\text{sup}}\Delta S=\frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$$

$$\Delta Q=\sigma \Delta S$$

$$\rightarrow E_{\text{sup}}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Teo.di Coulomb:

Proprieta' c.elettrico dai due lati di uno strato superficiale di carica:

$$|\Delta\mathbf{E}|=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}, E_1=0 \rightarrow E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

5) Superficie conduttore: equipotenziale

Se non lo fosse, ci sarebbero dei gradienti di potenziale, quindi dei campi elettrici superficiali che causerebbero il moto delle cariche, quindi non ci sarebbe equilibrio. Di fatto, **E** $\perp$ superficie, $\mathbf{E}_{\text{interno}}$ = 0: per due punti sulla superficie:

$$\rightarrow V(P_1)-V(P_2)=\int_{P_1}^{P_2} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s}=0 \rightarrow V(P_1)=V(P_2)$$

Induzione elettrostatica

Separazione cariche libere in un conduttore immerso in un c. elettrico

Carica per induzione

Elettroscopio etc.

Forze agenti sulle cariche superficiali di un conduttore

C. elettrico alla superficie:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$\rightarrow$ Forza su cariche superficiali diretta verso l'esterno

$\rightarrow$ Forza per unita' di superficie:

Ingenuamente: $P = \sigma \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2}{\varepsilon_0}$

In realta': Strato superficiale di carica di spessore finito

$\rightarrow E_{ext} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}, E_{int} = 0 \rightarrow \langle E \rangle = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

$\rightarrow P = \sigma \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$ pressione elettrostatica

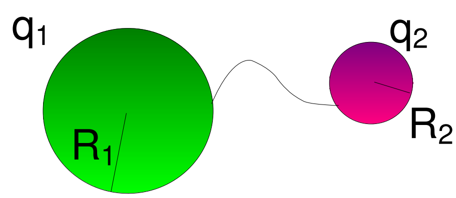
Conseguenze delle proprieta' fondamentali dei conduttori:

1) Potere delle punte

Raggio di curvatura piccolo → Gradiente di V localmente grande →E grande→σ grande

Quindi: carica concentrata vicino alle punte

Es: Due conduttori sferici collegati



Collegate: unico conduttore $V_1=V_2$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \to \frac{q_1}{q_2} = \frac{C_1}{C_2}$$

$$\to q_1 = \frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2), q_2 = \frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)$$

$$\to \sigma_1 = \frac{q_1}{4\pi R_1^2} = \frac{\frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_1^2}, \sigma_2 = \frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_2^2}$$

$$\to \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1} = \frac{E_1}{E_2}$$

2) Schermo elettrostatico

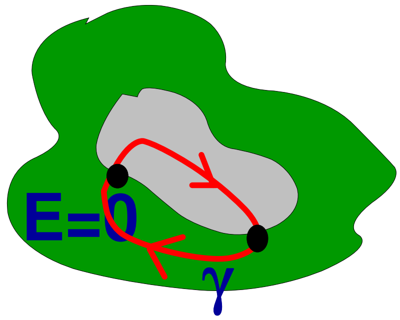
Conduttore cavo: $E = 0$ nella cavita' e sulla parete interna

Infatti: Sup. gaussiana che include la cavita', interna al conduttore $\to \Phi = 0 \to q = 0$

Esclusa anche la possibilita' di cariche locali +ve e –ve su parete interna

Infatti: Linea chiusa come indicato

Richiesto che $E = 0$ anche nella cavita', quindi $\sigma = 0$ sulle pareti



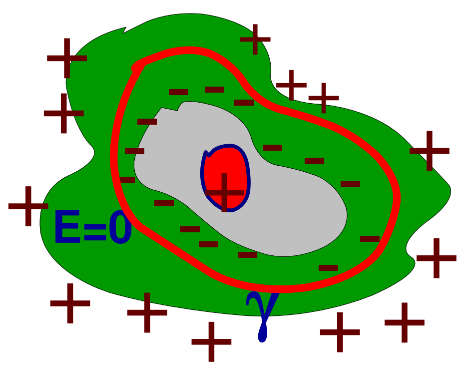
Altrimenti

$$\oint_{\gamma} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \neq 0$$

Quindi la carica fornita a un conduttore cavo si distribuisce solo sulla sup. esterna

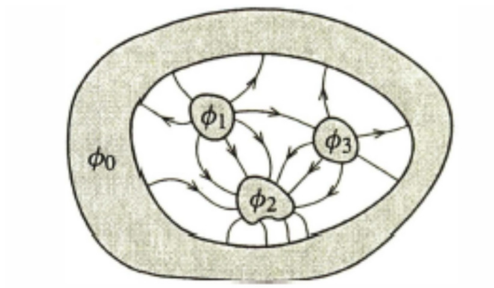
3) Carica entro cavita'

Carica indotta su parete interna - uguale, opposta
Carica indotta anche su parete esterna - uguale (cons. carica)



NB Sulla superficie esterna puo' esserci anche la carica eventualmente fornita al conduttore cavo (v. prima)

Problema generale dell'elettrostatica: Sistema di conduttori a potenziali prefissati entro una cavita' conduttrice a potenziale fisso (potrebbe anche essere il potenziale all'$\propto$, p es 0)



Pot. elettrostatico da determinare in una regione spaziale, eventualmente infinita

Nello spazio vuoto fra i conduttori: $\rho = 0$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = 0$$

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi$$

$$\rightarrow \nabla \cdot \mathbf{E} = -\nabla^2 \phi = 0$$

$$\rightarrow \nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0$$ eq. di Laplace

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$ operatore di Laplace, o Laplaciano

Sol. eq. di Laplace: richiede siano note condizioni al contorno

$\phi(x, y, z) = \phi_0$ su sup. conduttore Σ_0

$\phi(x, y, z) = \phi_1$ su sup. conduttore Σ_1

....

$\phi(x, y, z) = \phi_n$ su sup. conduttore Σ_n

(V. anche nota aggiuntiva)