

Esercizi 3 – Potenziale, energia potenziale, condensatori

1. Una goccia sferica di acqua su cui e' presente una carica di 32 pC ha, alla superficie, un potenziale di 512 V.
 - a. Qual e' il raggio della goccia?
 - b. Se due gocce identiche (stessa carica e stesso raggio) coalescono a formare un'unica goccia, quale sara' il potenziale della goccia formata?

Relazione fra carica e potenziale:

$$Q = CV \rightarrow C = \frac{Q}{V}$$

Capacita' di una sfera conduttrice di raggio R:

$$C = 4\pi\epsilon_0 R$$

Quindi:

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow 4\pi\epsilon_0 R = \frac{Q}{V} \rightarrow R = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 V} = 0.54 \text{ mm}$$

Dopo coalescenza:

$$Q \rightarrow 2Q$$

$$\text{Volume} \rightarrow 2 \text{ Volume}$$

$$\text{Poiche' : Volume} \propto r^3$$

$$R \rightarrow \sqrt[3]{2}R \simeq 1.26R$$

Quindi:

$$V \rightarrow V \frac{2}{1.26} \simeq V 1.59 \simeq 795 \text{ V}$$

2. Una carica elettrica Q di -9.12 nC e' uniformemente distribuita su un anello di raggio R pari a 1.48 m , che giace nel piano yz e ha centro nell'origine. Una carica puntiforme q di -5.93 pC e' posizionata sull'asse x nel punto $x_0=3.07 \text{ m}$. Calcolare il lavoro compiuto da un agente esterno per spostare la carica nell'origine.



Il lavoro fatto dall'agente esterno e uguale e opposto al lavoro fatto dal campo elettrostatico; essendo quest'ultimo conservativo, il suo lavoro e' uguale alla variazione di en. potenziale cambiata di segno: Quindi:

$$L_{\text{esterno}} = -L_{\text{campo}} = -(-\Delta U) = \Delta U$$

$$\Delta U = q\Delta V = q(V_{\text{finale}} - V_{\text{iniziale}})$$

Il potenziale sull'asse si trova con il principio di sovrapposizione; assumendo uguale a 0 il potenziale all'infinito (ossia, costante arbitraria=0), il contributo di ogni elemento di anello (che e' coulombiano) e' dato da:

$$dV = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

Tutti gli elementi dell'anello sono a uguale distanza dai punti sull'asse, per cui:

$$V = \int_{\text{anello}} dV = \int_{\text{anello}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dQ}{\sqrt{R^2 + x^2}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + x^2}}$$

Quindi:

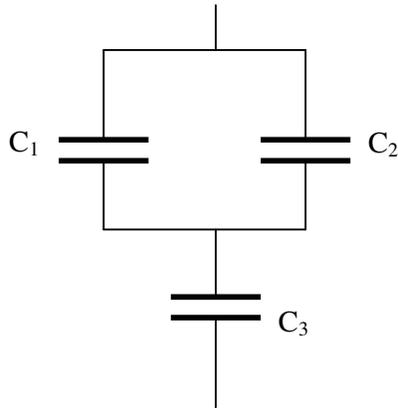
$$\Delta U = q(V_{\text{finale}} - V_{\text{iniziale}})$$

$$V_{\text{finale}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2}}$$

$$V_{\text{iniziale}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{\sqrt{R^2 + x_0^2}}$$

$$\rightarrow L_{\text{esterno}} = \Delta U = q \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{R} - \frac{Q}{\sqrt{R^2 + x_0^2}} \right) \simeq 183 \text{ pJ}$$

3. Calcolare la capacita' equivalente di 3 condensatori collegati come in figura



La capacita' equivalente di C_1 e C_2 , che sono in parallelo, e':

$$C_{12} = C_1 + C_2$$

La capacita' C_3 e' in serie alle 2, quindi:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_{123}} &= \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_3} \\ \rightarrow C_{123} &= \frac{C_{12}C_3}{C_{12} + C_3} \\ \rightarrow C_{123} &= \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} \end{aligned}$$

4. Trovare la forza di attrazione fra le armature di un condensatore piano

Le cariche sull'armatura negativa sono sottoposte al campo generato da quelle dell'armatura positiva. Esso e' dato da:

$$E_+ = \frac{\sigma_+}{2\varepsilon_0}$$

Quindi:

$$F(-) = \sigma_- A E_+ = \sigma_- A \frac{\sigma_+}{2\varepsilon_0}$$
$$\rightarrow |F(-)| = \frac{\sigma^2 A}{2\varepsilon_0}$$

Sull'armatura positiva si esercita una forza uguale e opposta.