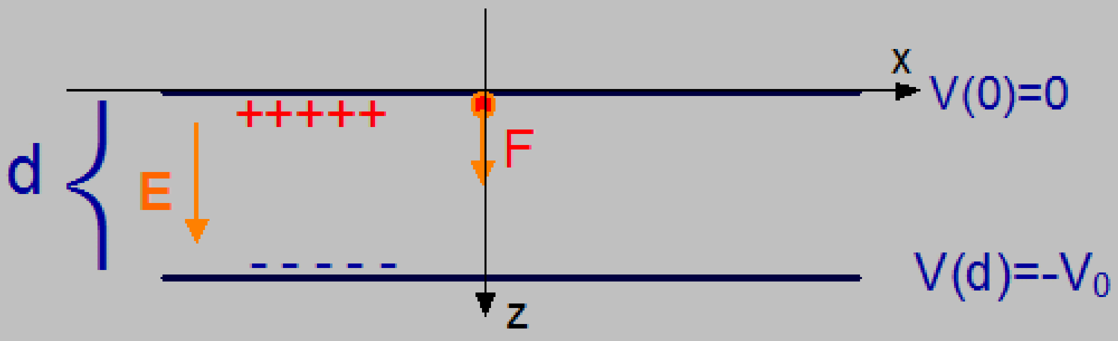
Moto di una carica in un campo elettrico uniforme - 1



Forza costante in modulo e direzione in tutto il volume in cui e' presente il campo ***E***

$$\left.\begin{array}{l} \mathbf{F} = \dfrac{d\mathbf{p}}{dt} = m\mathbf{a} \\ \mathbf{F} = q\mathbf{E} \end{array}\right\} \rightarrow \mathbf{a} = \frac{q}{m}\mathbf{E}$$

$$\rightarrow \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = \frac{q}{m}\mathbf{E}$$ Equazione differenziale del moto

Accelerazione = costante

$\rightarrow$ Moto uniformemente accelerato

Situazione simile a quella di una massa puntiforme nel c. gravitazionale vicino alla superficie terrestre

$$\left.\begin{array}{ll} & \mathbf{E} \parallel \text{asse } z \\ \text{Es:} & \text{velocita' iniziale: nulla} \\ & \text{posizione iniziale: origine} \end{array}\right\} \rightarrow \begin{cases} x(t) = 0 \\ y(t) = 0 \\ z(t) = \dfrac{1}{2}at^2 \end{cases}$$

Moto di una carica in un campo elettrico uniforme - 2

Considerazioni energetiche

Stato iniziale:

Carica ferma nell' origine

$$\rightarrow En.\ cinetica \ = \ 0$$

$$En.\ potenziale \ = \ 0$$

Stato finale:

Carica in moto a distanza d dall'origine

$$\rightarrow En.\ cinetica \ = \ \frac{1}{2} m v_{fin}^2$$

$$En.\ potenziale \ = \ -qV_0$$

Campo elettrostatico: conservativo
→Conservazione dell'en. totale

$$\underbrace{0+0}_{iniziali} = \underbrace{\frac{1}{2} m v_{fin}^2 - qV_0}_{finali}$$

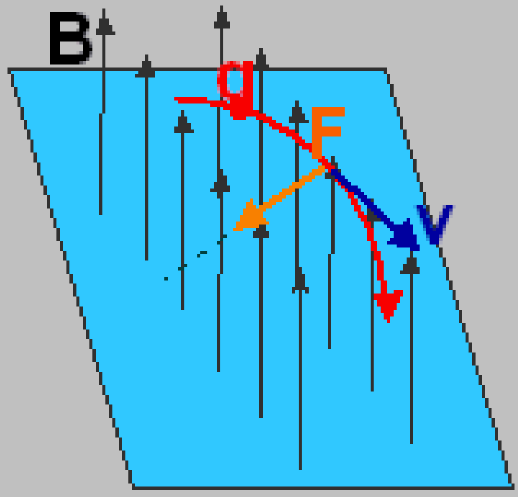
$$\rightarrow \frac{1}{2} m v_{fin}^2 = qV_0$$

Forze su cariche in movimento

Forza di Lorentz

$$\mathbf{F} = \underbrace{q\mathbf{E}}_{elettrica} + \underbrace{q\mathbf{v}\times\mathbf{B}}_{magnetica}$$

Moto in campo uniforme



$$\mathbf{F} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{F} \perp \mathbf{v}$$

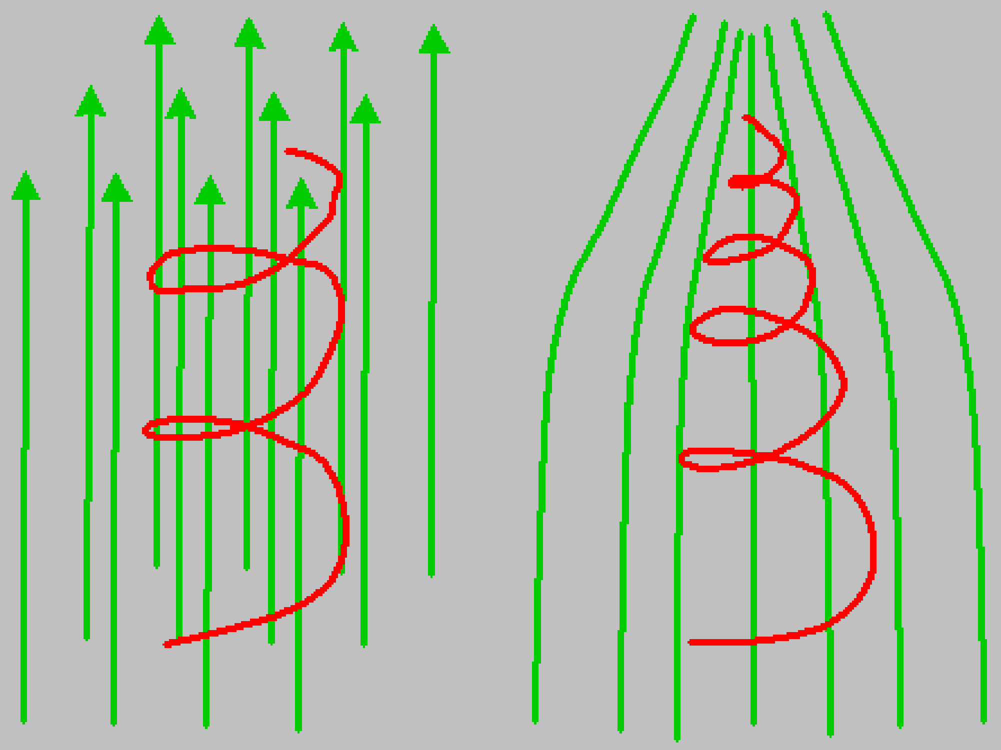
Forza cambia la direzione di **v**, ma non il modulo
Se velocita' iniziale perp. a B:

moto circolare uniforme

$$\left.\begin{aligned} F &= \frac{mv^2}{r} \\ F &= qvB \end{aligned}\right\} \rightarrow r = \frac{mv}{qB}, \omega = \frac{v}{r} = \frac{qB}{m}$$

Moto di cariche in campi magnetici

Se **v** non e' perp. a **B**:



Campo uniforme:
elica cilindrica

Campo non uniforme:
spirale a raggio variabile

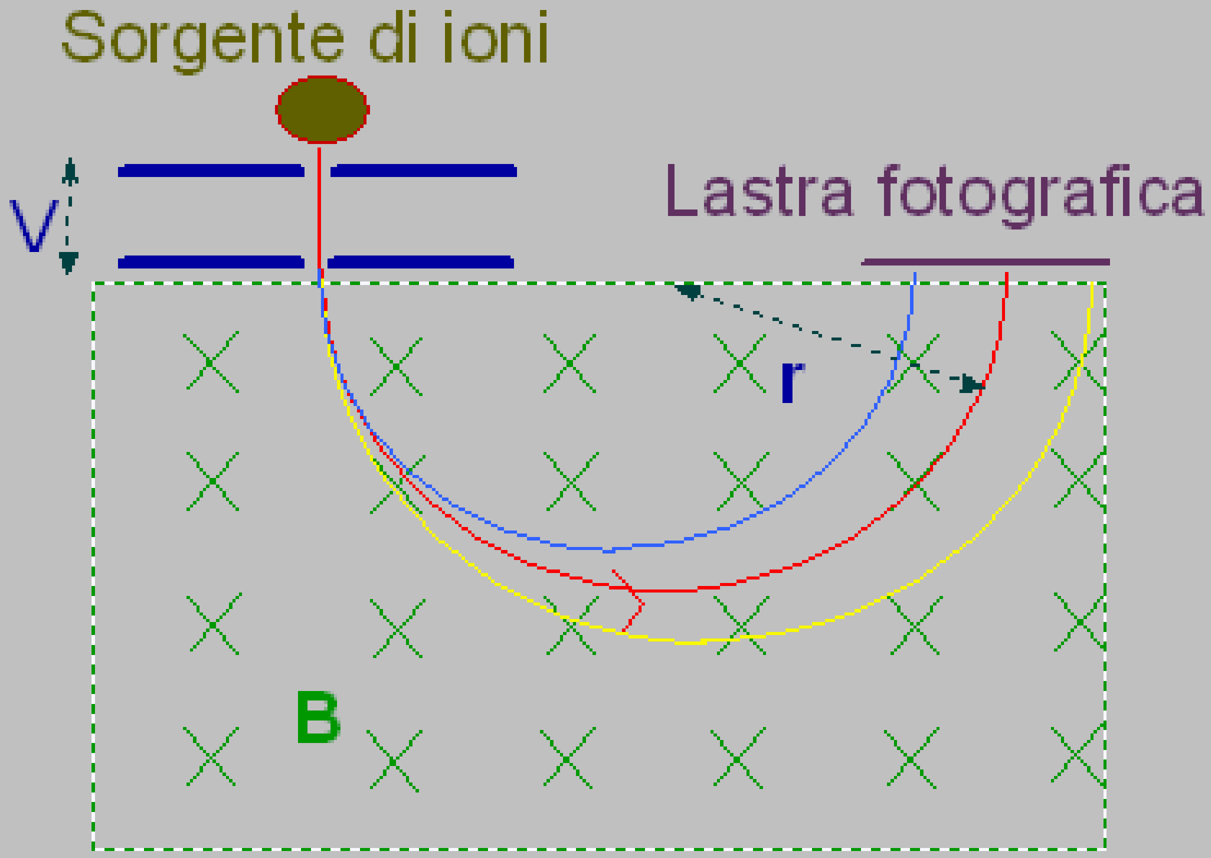
In ogni caso:

$$\mathbf{F}_{magn} = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{F}_{magn} \perp \mathbf{v}$$

$$\rightarrow dL_{magn} = \mathbf{F}_{magn}\cdot d\mathbf{s} = \mathbf{F}_{magn}\cdot\frac{d\mathbf{s}}{dt}dt = \mathbf{F}_{magn}\cdot\mathbf{v}dt = 0$$

$\rightarrow$ La forza magnetica non compie lavoro sulle cariche!

Spettrometro di massa



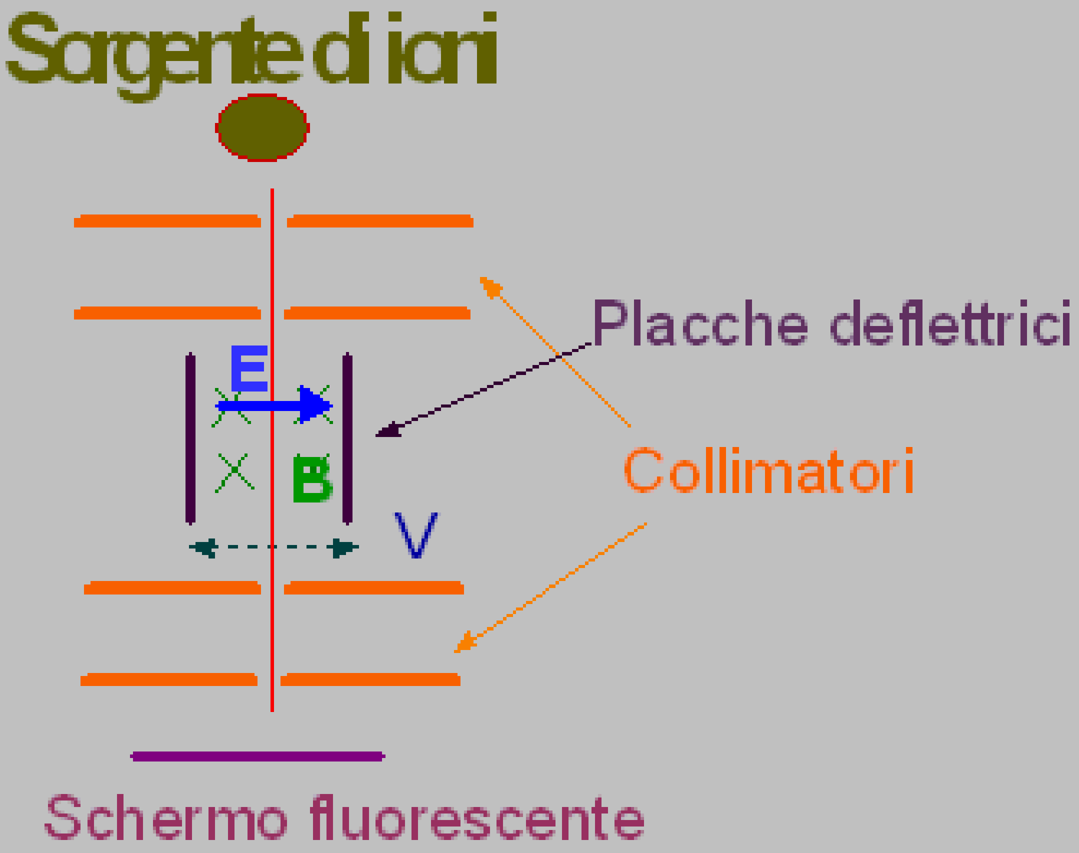
$$E = \frac{1}{2}mv^2 = qV \text{ en. cinetica dopo accelerazione}$$

$$m\frac{v^2}{r} = qvB \text{ eq. forza centripeta}$$

$$\rightarrow \frac{2qV}{r} = qvB = q\left(\frac{2qV}{m}\right)^{1/2} B$$

$$\rightarrow \frac{q}{m} = \frac{2V}{r^2 B^2}$$

Filtro di velocita'



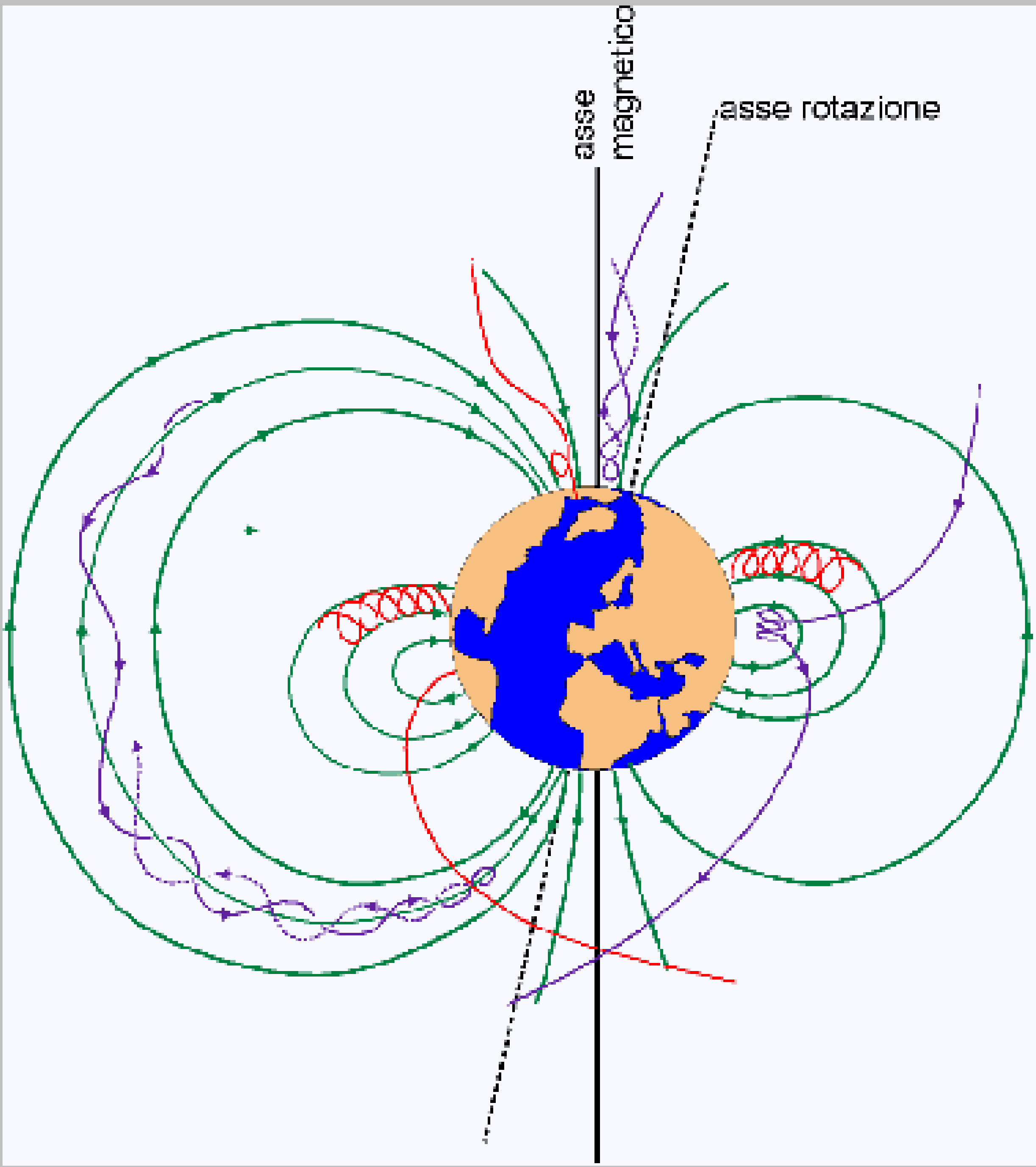
$$\mathbf{F}_e = q\mathbf{E}$$

$$\mathbf{F}_m = q\mathbf{v}\times\mathbf{B} \rightarrow \parallel \mathbf{E}$$

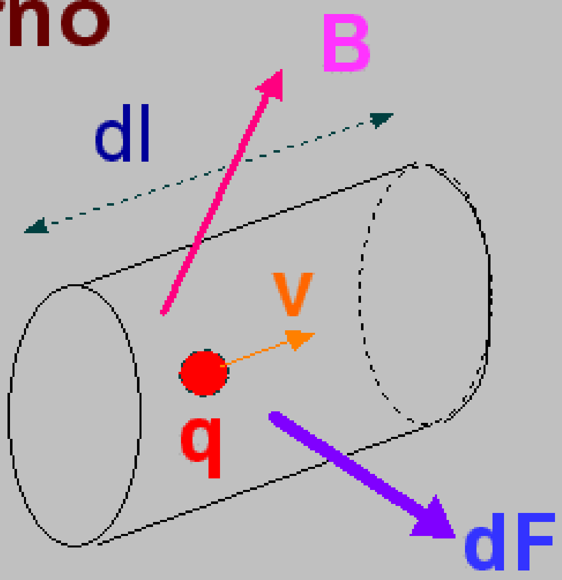
Per equilibrio (fascio indeflesso)

$$qE = qvB \rightarrow v = \frac{E}{B}$$

Traiettorie nel campo terrestre



Forza su circuito in campo esterno



Forza sull'elemento di circuito:
II legge di Laplace

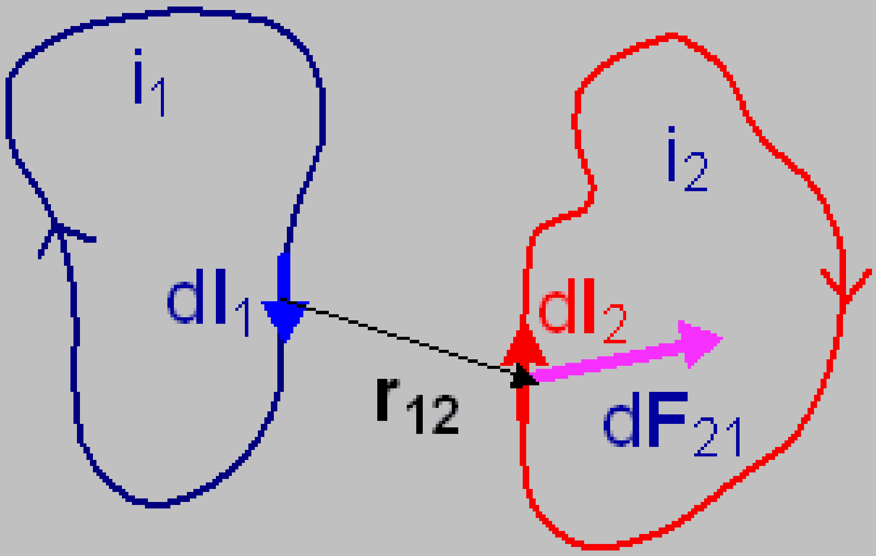
$$\mathbf{F} = q\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad \text{singola carica}$$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = nS\left|d\mathbf{l}\right| q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{v} \parallel d\mathbf{l}$$

$$\rightarrow d\mathbf{F} = i d\mathbf{l} \times \mathbf{B}$$

Forza fra circuiti - 1



Forza esercitata su $d\mathbf{l}_2$ dal circuito 1

$$d\mathbf{F}_{21} = i_2 d\mathbf{l}_2 \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{circ.1} \frac{i_1 d\mathbf{l}_1 \times \hat{\mathbf{r}}_{12}}{r_{12}^2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{circ.1} \frac{i_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

Campo generato dall'intero 1 nel punto in cui sta $d\mathbf{l}_2$

Forza fra circuiti - 2

Se i circuiti sono rigidi:

$$\mathbf{F}_{21} = \oint_{circ.2} i_2 d\mathbf{l}_2 \times \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{circ.1} \frac{i_1 d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \oint_{circ.2} d\mathbf{l}_2 \times \oint_{circ.1} \frac{d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_{12}}{r_{12}^3}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \oint_{circ.2} \oint_{circ.1} \frac{d\mathbf{l}_2 \times \left(d\mathbf{l}_1 \times \mathbf{r}_{12}\right)}{r_{12}^3}$$

$$\mathbf{a} \times \left(\mathbf{b} \times \mathbf{c}\right) = \mathbf{b}\left(\mathbf{a} \cdot \mathbf{c}\right) - \mathbf{c}\left(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}\right) \quad \text{identita' vettoriale}$$

$$\rightarrow \mathbf{dl}_2 \times \left(\mathbf{dl}_1 \times \mathbf{r}_{12}\right) = \mathbf{dl}_1\left(\mathbf{dl}_2 \cdot \mathbf{r}_{12}\right) - \mathbf{r}_{12}\left(\mathbf{dl}_1 \cdot \mathbf{dl}_2\right)$$

Quindi:

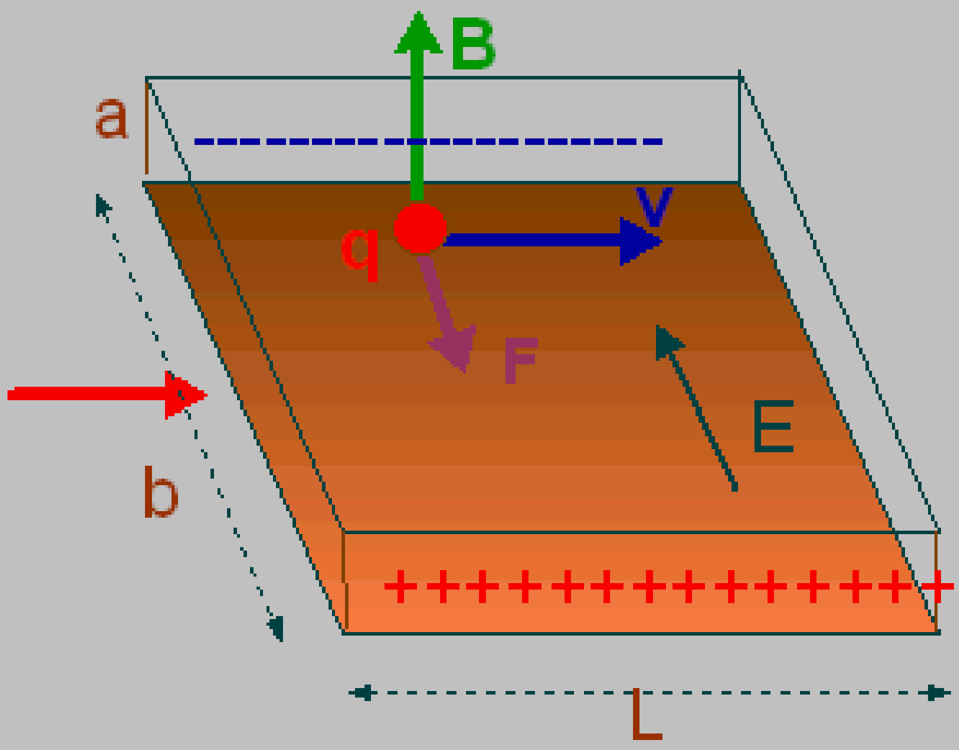
$$\mathbf{F}_{21} = \frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \oint_1 \oint_2 \frac{\underbrace{\mathbf{dl}_1\left(\mathbf{dl}_2 \cdot \mathbf{r}_{12}\right)}_{=0 \text{ quando integrato}} - \mathbf{r}_{12}\left(\mathbf{dl}_1 \cdot \mathbf{dl}_2\right)}{r_{12}^3}$$

$$\rightarrow \mathbf{F}_{21} = -\frac{\mu_0}{4\pi} i_1 i_2 \oint_1 \oint_2 \frac{\mathbf{r}_{12}\left(\mathbf{dl}_1 \cdot \mathbf{dl}_2\right)}{r_{12}^3}$$

fattore puramente geometrico

Effetto Hall

Lamina percorsa da corrente



E: campo creato dall'accumulo di cariche sui lati, dovuto all'effetto di **F**

$$qvB = qE \quad \text{condizione di equilibrio}$$

$$\Delta V = Eb = vBb$$

$$i = jA = qnvab \rightarrow v = \frac{i}{qnab}$$

$$\rightarrow \Delta V_H = \frac{iBb}{qnab} = \frac{iB}{qna} \quad \text{tensione di Hall}$$

$$\rightarrow R_H = \frac{\Delta V_H}{i} = \frac{B}{qna} \quad \text{resistenza di Hall}$$