Forza elettromotrice indotta

Situazione nuova:

campi variabili nel tempo

Fatti sperimentali:

moto di un conduttore in un campo magnetico → *f.e.m. indotta*

moto di un circuito in un campo non uniforme → *corrente nel circuito*

Origine: f.e.m. mozionali

circuito in un campo esterno variabile nel tempo → *corrente nel circuito*

Origine:??

Forza elettromotrice mozionale

Moto di conduttori in un campo magnetico esterno

Effetto della forza di Lorentz sui portatori liberi

- Separazione delle cariche
- Campo elettrico all'equilibrio

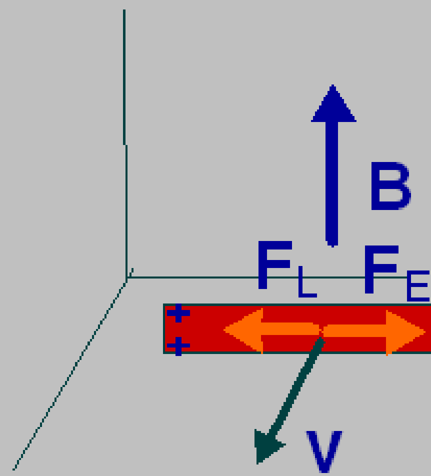
Integrale di linea di E:
Talvolta chiamato f.e.m. mozionale

Situazione simile *nei suoi effetti* a quella originata da una batteria

Non sempre si hanno effetti di corrente indotta (solo in circuiti chiusi), mentre si ha sempre un campo elettrico

Tipi di f.e.m. indotte - 1

f.e.m. mozionale



Sbarra conduttrice in moto in campo esterno: su cariche libere

$$\mathbf{F}_L = q\mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$\longrightarrow$ accumulo di cariche opposte agli estremi della sbarra

$\longrightarrow$ campo elettrico interno

$\longrightarrow$ forza elettrica (equilibrio)

Quindi:

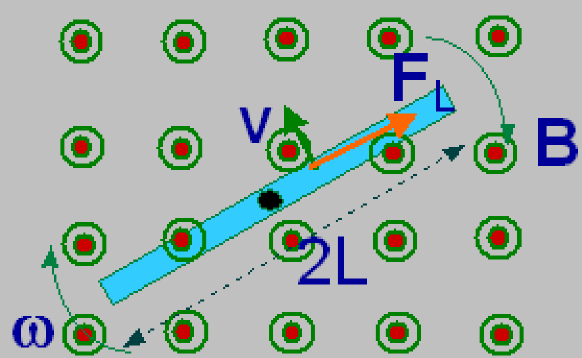
$$\mathcal{E} = \int (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = \int (d\mathbf{s} \times \mathbf{v}) \cdot \mathbf{B}$$

$$\mathcal{E} = \int \left(d\mathbf{s} \times \frac{d\mathbf{l}}{dt} \right) \cdot \mathbf{B} = -\frac{d}{dt}(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}) = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

Tipi di f.e.m. indotte - 2

f.e.m.mozionale

Sbarra conduttrice rotante in c. magnetico esterno



Forza di Lorentz su cariche libere

Accumulazione di carica

→ Campo elettrico equilibratore

$$\mathbf{E} = -\frac{\mathbf{F}_L}{q} = -(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

$$v = \omega r$$

$$\mathcal{E} = -\int_{meta'sbarra} (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = -\int_0^{+L} \omega r B dr = -\frac{1}{2}\omega B L^2$$

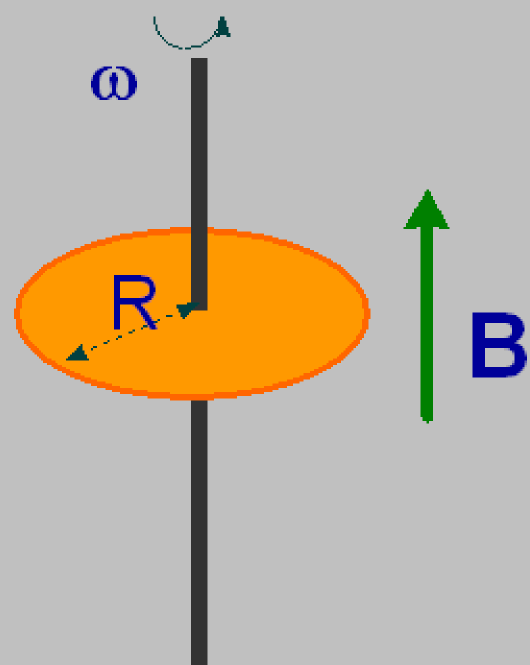
$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\int_{meta'sbarra} (d\mathbf{l} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt}\int_{area} \underbrace{(d\mathbf{s} \times d\mathbf{l})}_{dA} \cdot \mathbf{B}$$

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}\int_{area} B dA = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Tipi di f.e.m. indotte - 3

f.e.m. mozionale

Disco conduttore rotante in c. magnetico esterno



Solita condizione: forza di Lorentz etc

$$\mathbf{E} = -\mathbf{v} \times \mathbf{B} \rightarrow E = -\omega r B$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = \int_{raggio} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\int_{o}^{R} \omega r B\, dr = -\frac{1}{2} \omega B R^2$$

Legge di Faraday

In tutti i casi considerati:

*il flusso di **B** " tagliato" dal conduttore in moto varia nel tempo*
La variazione del flusso induce una d.d.p. fra punti diversi del conduttore

Legge di Faraday-Neumann:

$$\mathcal{E}_C = -\frac{d\Phi_C(B)}{dt}$$

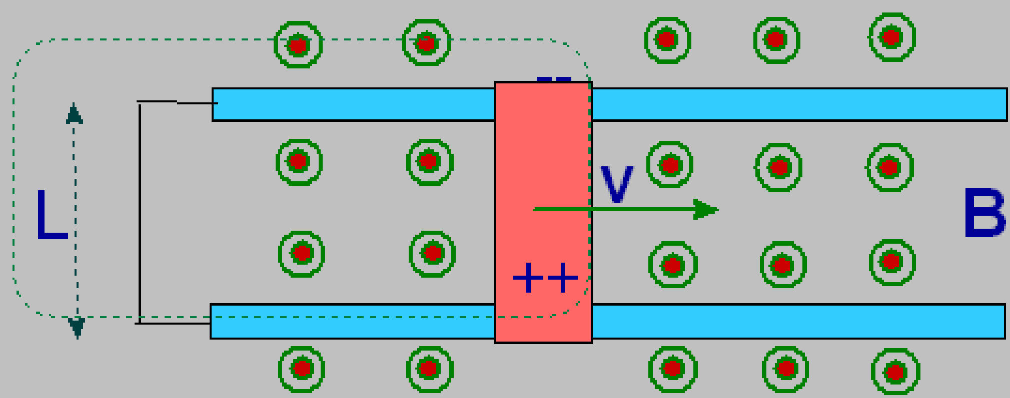
d.d.p. fra gli estremi del circuito,
o "f.e.m. indotta"

derivata del flusso tagliato dal circuito

Tipi di f.e.m. indotte - 4

f.e.m. mozionale

Slitta conduttrice mobile su rotaie conduttrici:



Forza di Lorentz su cariche libere

$\rightarrow$ Cariche messe in movimento da $\mathbf{F}_L$

$\rightarrow$ Corrente

Qual e' la forza elettromotrice che origina la corrente?

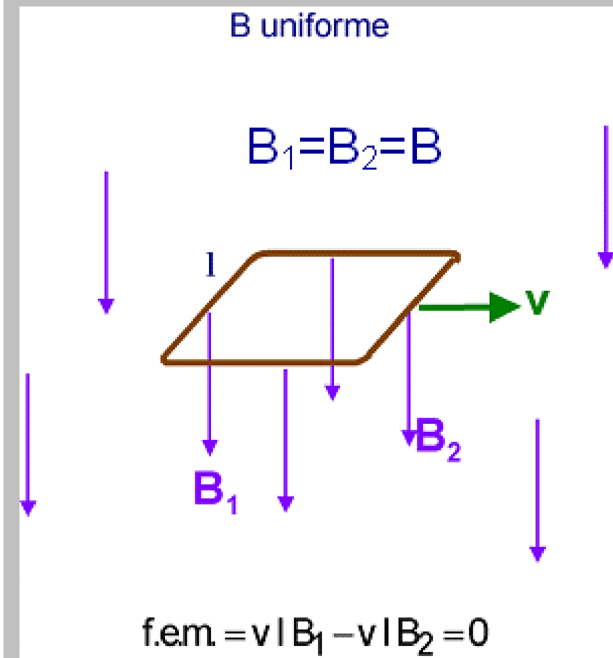
$$\mathcal{E} = -\frac{1}{q}\oint_{circuito} \mathbf{F}_L \cdot d\mathbf{s} = -\frac{1}{q}\int_{slitta} q\left(\mathbf{v}\times\mathbf{B}\right)\cdot d\mathbf{s} = -vBL$$

Considerando il "circuito" indicato:

$$\Phi_{circ}\left(\mathbf{B}\right) = BA\left(t\right) = BLvt$$

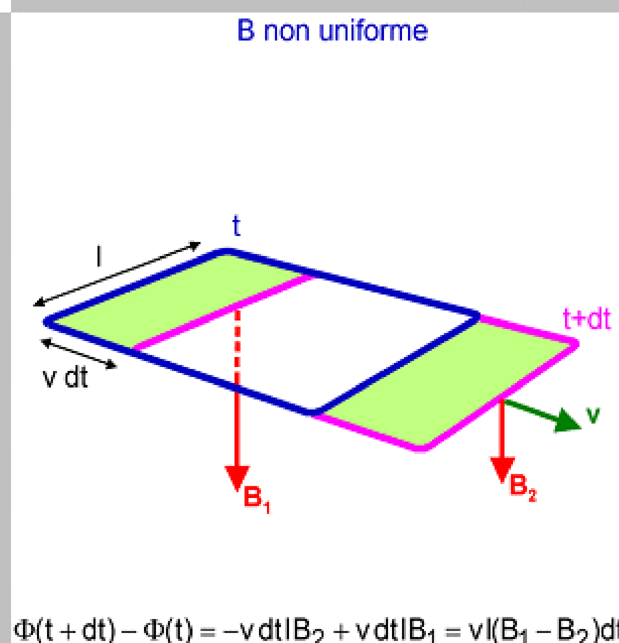
$$\rightarrow \mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Tipi di f.e.m. indotte - 5



Circuito chiuso in moto, B uniforme: f.e.m. = 0

$$f.e.m._1 = vBl$$
$$f.e.m._2 = vBl$$
$$\rightarrow \mathcal{E} = f.e.m._1 - f.e.m._2 = 0$$



Circuito chiuso in moto, B non uniforme: f.e.m. $\neq$ 0

$$f.e.m._1 = vB_1l$$
$$f.e.m._2 = vB_2l$$
$$\rightarrow \mathcal{E} = f.e.m._1 - f.e.m._2 = vl\left(B_1 - B_2\right)$$

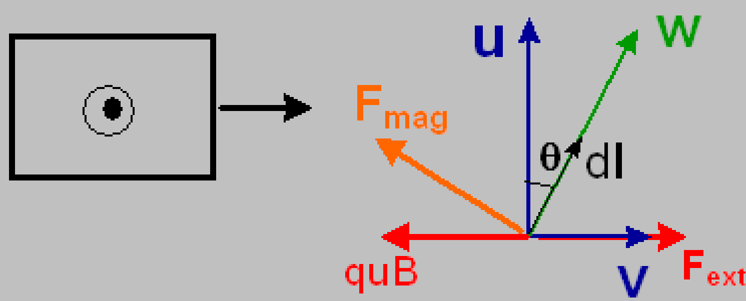
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

Osservazione

Forza di Lorentz: mantiene in movimento le cariche

Corrente: richiede lavoro, vista la resistenza del conduttore

Chi sta compiendo lavoro sulle cariche, visto che $\mathbf{F}_L$ non compie lavoro?



Quando la corrente circola:

u: vel. deriva
v: vel. spira
w: vel. totale
$\mathbf{F}_{ext}$: mantiene in moto la spira
$\mathbf{F}_{mag}$: forza magnetica totale ⊥ vel. totale
d**l**: spostamento elementare

Lavoro elementare forza esterna:

$dL = quB \sin\theta \, dl/\cos\theta = qvB \, dl = d\mathcal{E}$

Legge di Faraday

In tutti i casi considerati:

*il flusso di **B** concatenato con il circuito varia nel tempo*

La forza elettromotrice e' la forza magnetica (forza di Lorentz)

Legge di Faraday-Neumann:

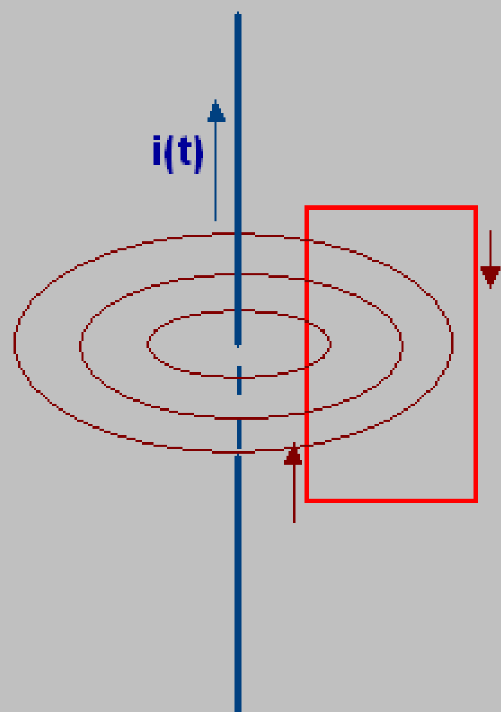
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

f.e.m. indotta

derivata del flusso concatenato al circuito

Quindi:
un flusso variabile induce una f.e.m. distribuita nel circuito

Corrente indotta senza moto del conduttore



Corrente nel filo variabile→Campo magnetico variabile

Anche in questo caso: $\mathcal{E}_C = -\frac{d\Phi}{dt}$

f.e.m. indotta → Corrente indotta nella spira pur in assenza di moto relativo fra filo e spira

Variazione di Φ, in questo caso dovuta alla variazione del *modulo* di ***B***

Campo elettrico indotto

Nell'ultimo esempio, la corrente indotta compare in un circuito fermo.
Unica forza che accelera cariche ferme: forza *elettrica*.
$\rightarrow$La forza elettromotrice deve essere dovuta a un *campo elettrico*
D'altra parte sappiamo che:

$$\mathcal{E} = \oint_{circuito} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

Quindi il campo elettrico elettromotore non soddisfa

$$\oint_{circuito} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = 0 \leftarrow \text{non soddisfatta}$$

Quindi:
il campo elettrico originato da un campo ***B*** *variabile non si puo' scrivere come il gradiente di un potenziale*

Relativita'

Correnti indotte *uguali* sia se avvicino un circuito a un magnete fermo , sia se avvicino un magnete a un circuito fermo.

Spiegazioni diverse nei due casi

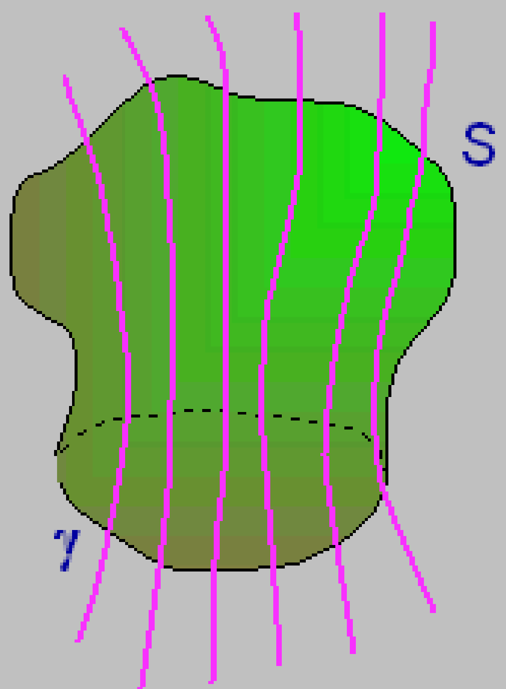
I caso: f.e.m. mozionale (f. magnetica)
II caso: f.e.m. da regola del flusso (f. elettrica)

Ma:

Fenomeni equivalenti , secondo il *principio di relativita'*

→Quello che per un osservatore e' un campo magnetico, per un altro e' anche un campo elettrico
→ Relazione fra E e B in sistemi di riferimento diversi (Einstein 1905)

Forma differenziale della legge di Faraday



$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = \oint_\gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{d}{dt} \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\rightarrow \oint_\gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d}{dt} \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

Teorema del rotore:

$$\oint_\gamma \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \oiint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{A}$$

$$\rightarrow \oiint_S (\nabla \times \mathbf{E}) \cdot d\mathbf{A} = -\frac{d}{dt} \oiint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

$$\rightarrow \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

Significato della legge di Faraday

Come visto prima:

La regola del flusso in forma differenziale associa un campo elettrico *non conservativo* ad ogni campo magnetico *variabile*

Campo elettrico: presente anche in assenza di circuiti! (Quindi: nello spazio vuoto)

Significato chiaro per il caso di circuiti fermi: ma risultato indistinguibile per il caso di circuiti in moto, p. es. osservati nel loro riferimento di quiete (no forze magnetiche: quindi deve esserci un campo elettrico)

Due conclusioni:

E $\leftrightarrow$ cariche *oppure* $\partial \mathbf{B}/dt$

Separazione fra forze elettriche e magnetiche dipende dal sistema di riferimento usato