

Riepilogo legge di Faraday - 1

Validita' generale:

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \frac{d\Phi_s}{dt} \quad \nabla \times \mathbf{E} = - \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

1) *Interpretazione in termini di forza di Lorentz/c.eletttrico equilibrante*

Tutte le volte che c'e' moto relativo fra conduttore e campo magnetico

(NB: se nel sistema di riferimento usato il conduttore e' fermo occorre invocare leggi di trasformazione fra diversi sistemi che mescolino le componenti di E e B)

2) *Difficolta' di interpretazione per conduttori a circuito chiuso:*

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} \neq 0$$

non giustificabile per c.elettrostatico

Riepilogo legge di Faraday - 2

3) *Interpretazione piu' generale:
generazione di un c.elettrico di
nuovo tipo ogni volta che c'e' un
c.magnetico variabile*

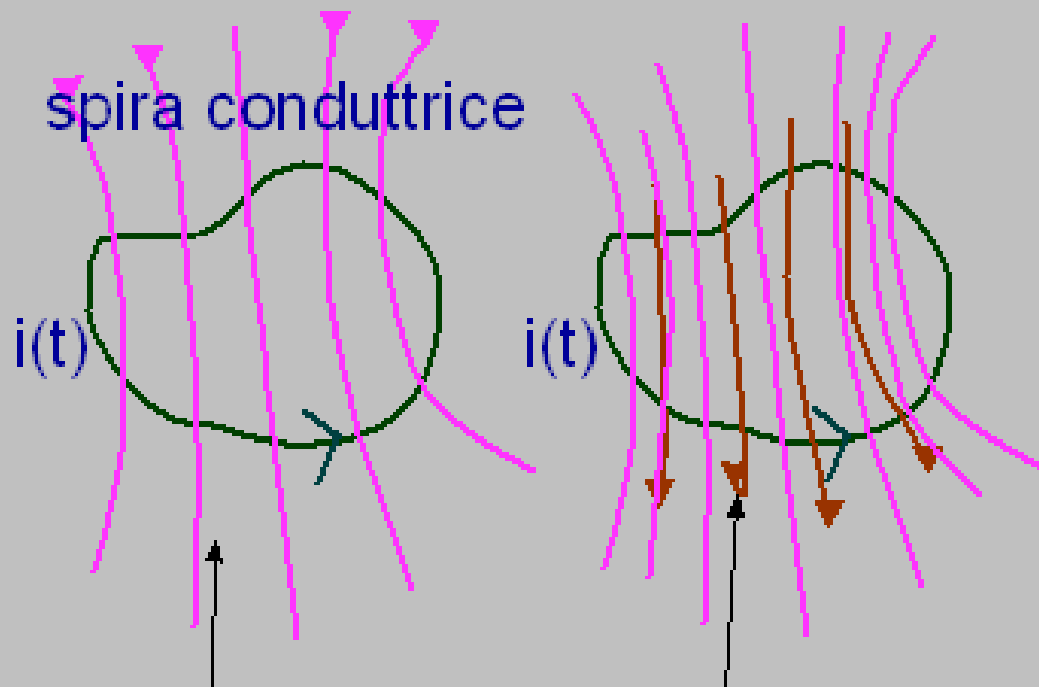
Interpretazione necessaria quando la variazione di flusso e' dovuta a c.magnetico variabile, in assenza di moto relativo fra campo e circuito (se $v=0$ non c'e' forza di Lorentz).

Il c.elettrico viene generato nello spazio vuoto, anche in assenza di circuiti in cui circoli corrente.

Il campo e' di nuovo tipo perche' la sua circuitazione non e' in generale nulla, diversamente da un c. statico

Interpretazione della legge di Lenz

Presenza di un segno meno davanti alla derivata del flusso: ??

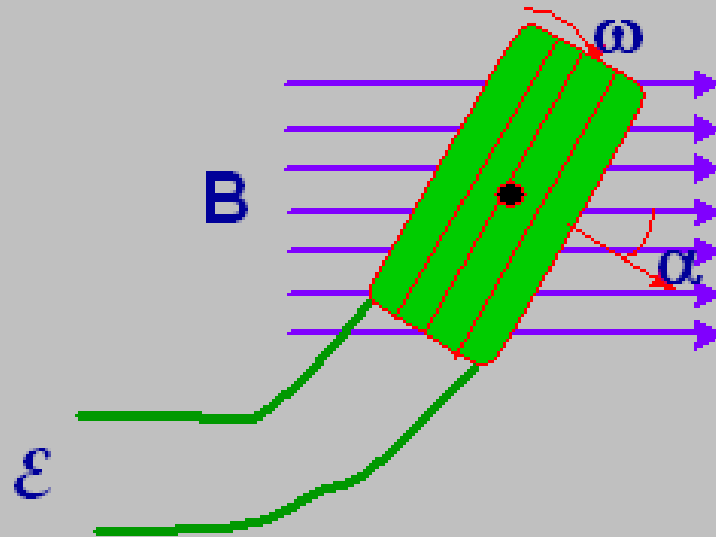


C.magnetico aumenta $\Rightarrow$ c.elettrico
indotto $\Rightarrow$ f.e.m. indotta $\Rightarrow$ corrente
indotta $\Rightarrow$ c.magnetico auto-indotto

Se fosse concorde con il c.magnetico originale, il sistema sarebbe instabile (variazione piccola a piacere darebbe c.magnetico crescente senza limiti...)

Alternatore

N spire (avvolgimento) in rotazione in c.magnetico



Flusso attraverso avvolgimento:

$$\Phi_s(B) = N\mathbf{B} \cdot \mathbf{A} = BAN \cos \alpha$$

$$\alpha = \omega t$$

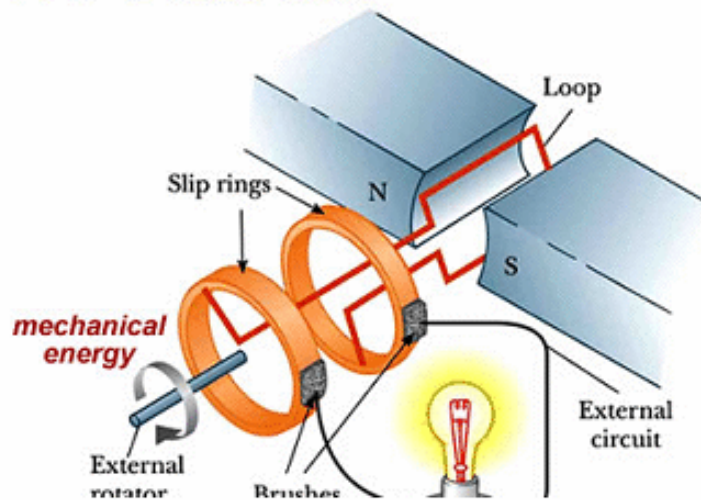
$$\rightarrow \Phi_s(B) = BAN \cos \omega t$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -BAN\omega \sin \omega t$$

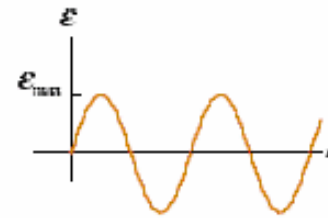
f.e.m. indotta, alternata: trasformazione di energia meccanica in energia elettrica

Generatori

AC Generator

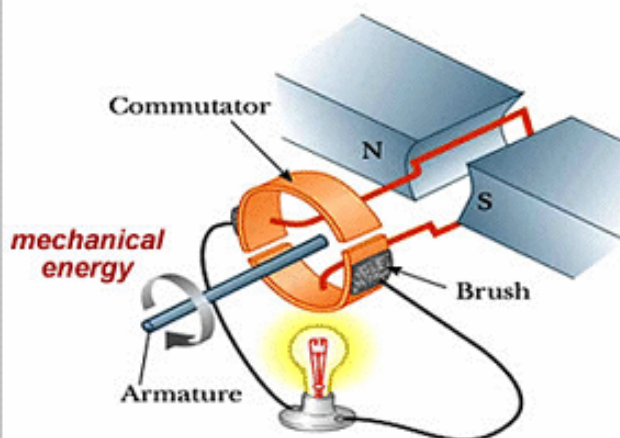


Alternatore

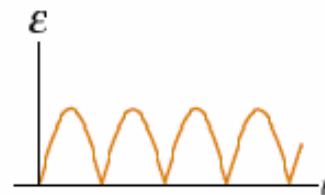


$$\epsilon = NAB\omega$$

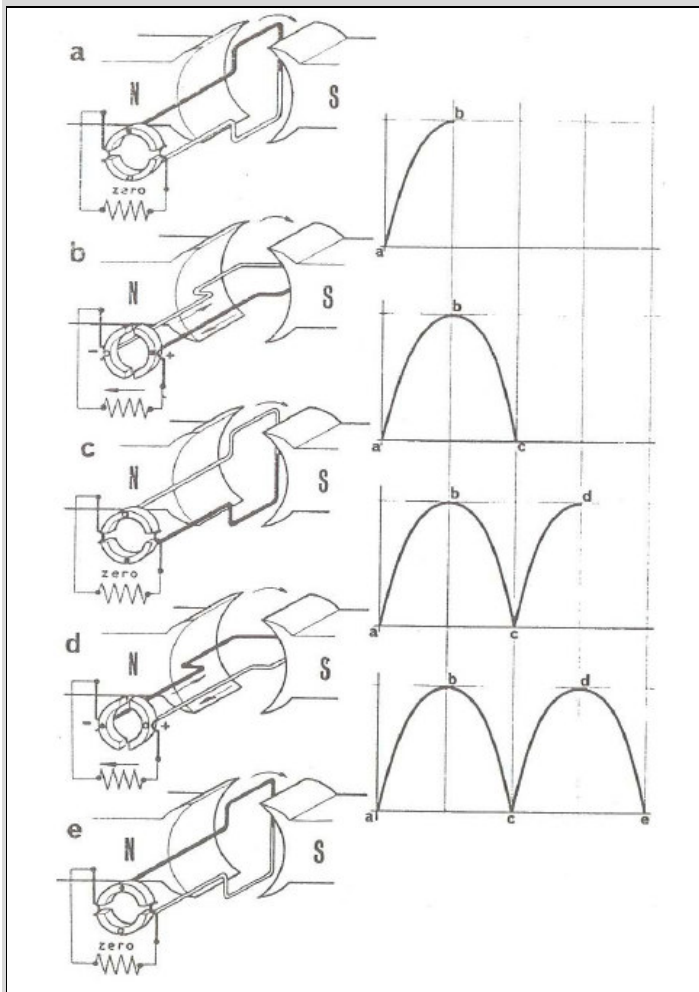
DC Generator



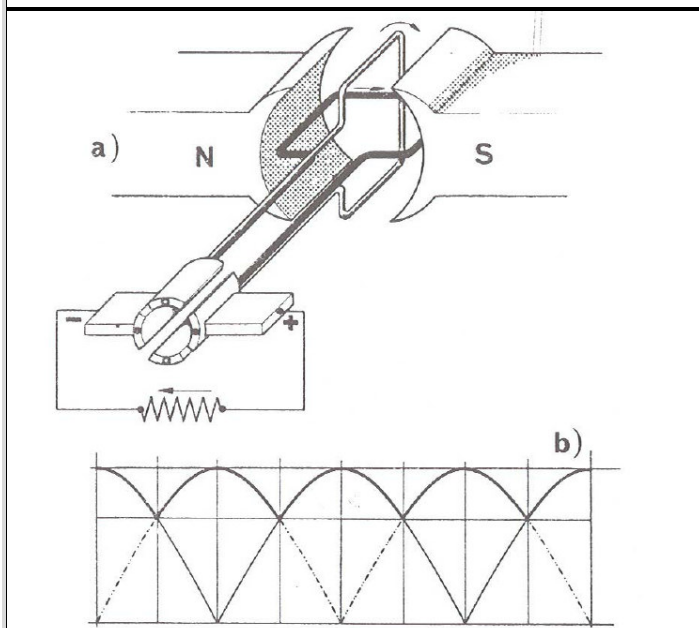
Dinamo



Dinamo



Un avvolgimento

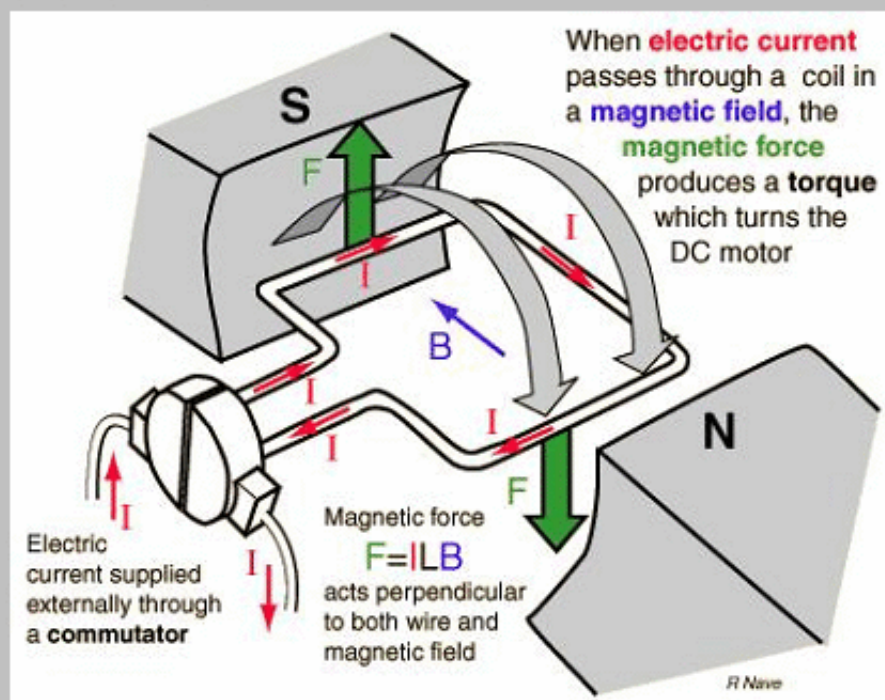


Due avvolgimenti

Motori elettrici - 1

Essenzialmente:
Generatori funzionanti al contrario

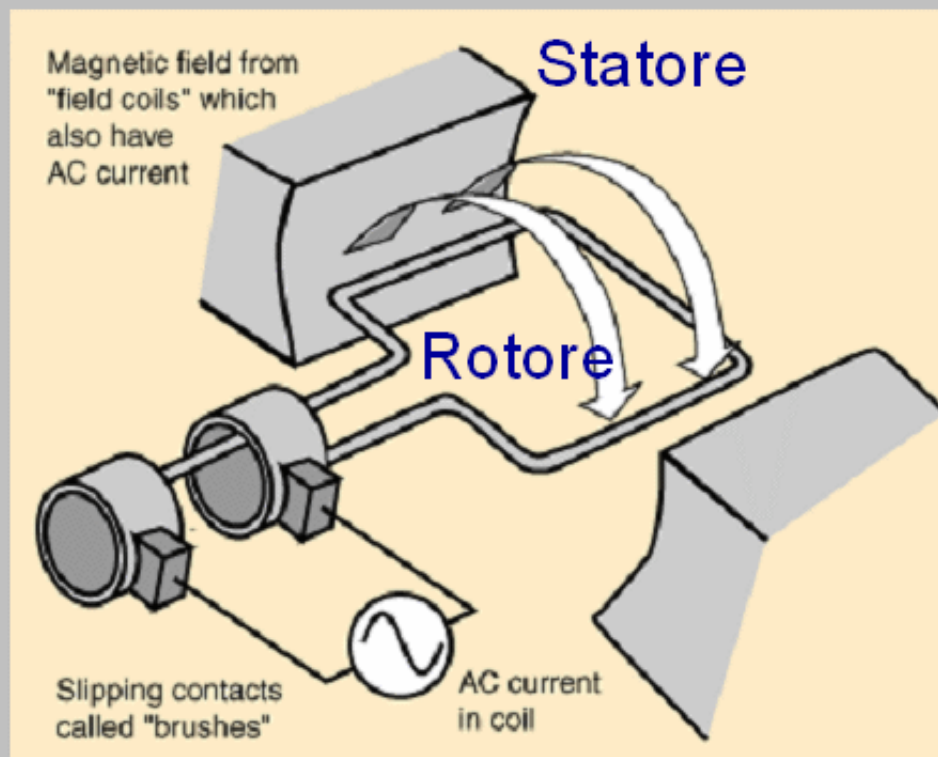
Motore in c.c.



Commutatore: serve a invertire il
senso della corrente ogni mezzo giro

Motori elettrici - 2

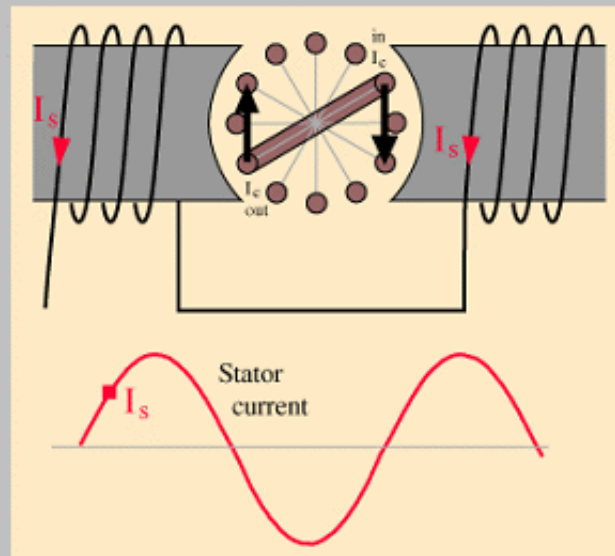
Motore in c.a.



Poco usato: corrente elevata, consumo spazzole, guasti, ...

Motori elettrici - 3

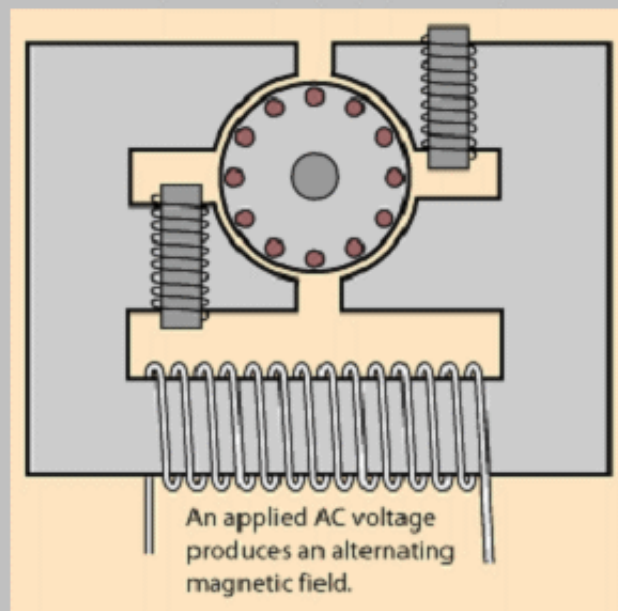
Motore a induzione



Principio di funzionamento:

Corrente nel rotore indotta da $d\Phi(\mathbf{B}_{statore})/dt$

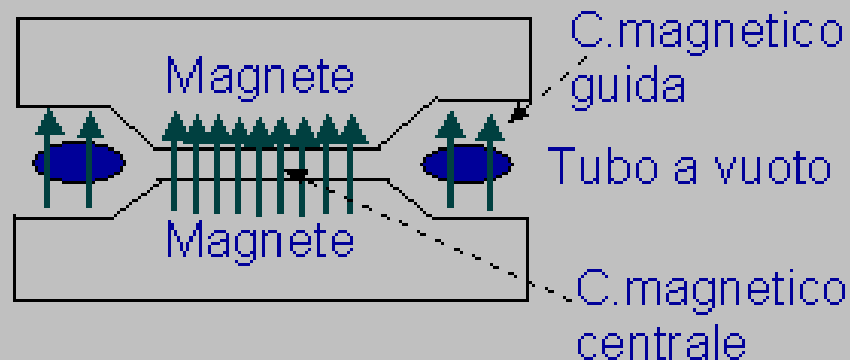
Schema piu' realistico:



Betatrone

Acceleratore di elettroni basato
sull'induzione elettromagnetica

Elettroni iniettati tangenzialmente nel tubo
vuoto all'inizio di ogni ciclo di variazione di B



C.magnetico alternato: c.elettrico indotto
Quindi: accelerazione

$$2\pi R_{orbita} E = - \frac{d\Phi(B_{centrale})}{dt} = -\pi R_{orb}^2 \frac{dB_{centr}}{dt}$$
$$\rightarrow E = - \frac{R_{orb}}{2} \frac{dB_{centr}}{dt}$$

Azione del c.guida: forza di Lorentz

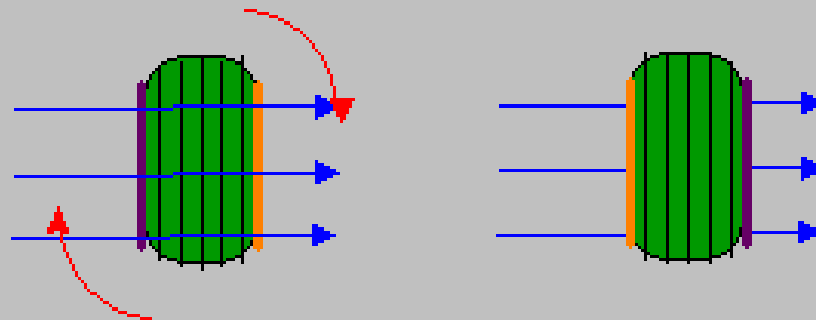
$$evB_{guida} = m \frac{v^2}{R} \rightarrow eB_g = \frac{p}{R_{orb}}$$

$$\frac{dp}{dt} = eE = e \frac{R_{orb}}{2} \frac{dB_{centr}}{dt} = eR_{orb} \frac{dB_g}{dt}$$

$$\rightarrow B_{centr} = 2B_g \text{ eq. del betatrone}$$

Flussometro

Avvolgimento (bobina), collegato a "integratore", immerso nel campo magnetico da misurare. Rotazione della bobina di 180° :



$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt}$$

$$\rightarrow \int_0^\infty - \frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} dt = \Delta\Phi(\mathbf{B})$$

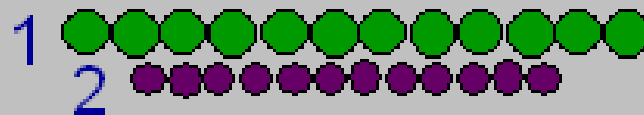
$$\rightarrow \int_0^\infty \mathcal{E} dt = \Delta B N_{spire} A \rightarrow \Delta B = \frac{\int_0^\infty \mathcal{E} dt}{N_{spire} A}$$

$\Delta B = 2B_{avv}$, componente di $\mathbf{B}$ attraverso la bobina

Si ottiene così una misura della componente di $\mathbf{B}$ perpendicolare alla bobina

Trasformatore

Avvolgimenti accoppiati, con raggi molto simili:



Se ϕ e' il flusso attraverso una spira, circa uguale per 1 e 2:

f.e.m. autoindotte:

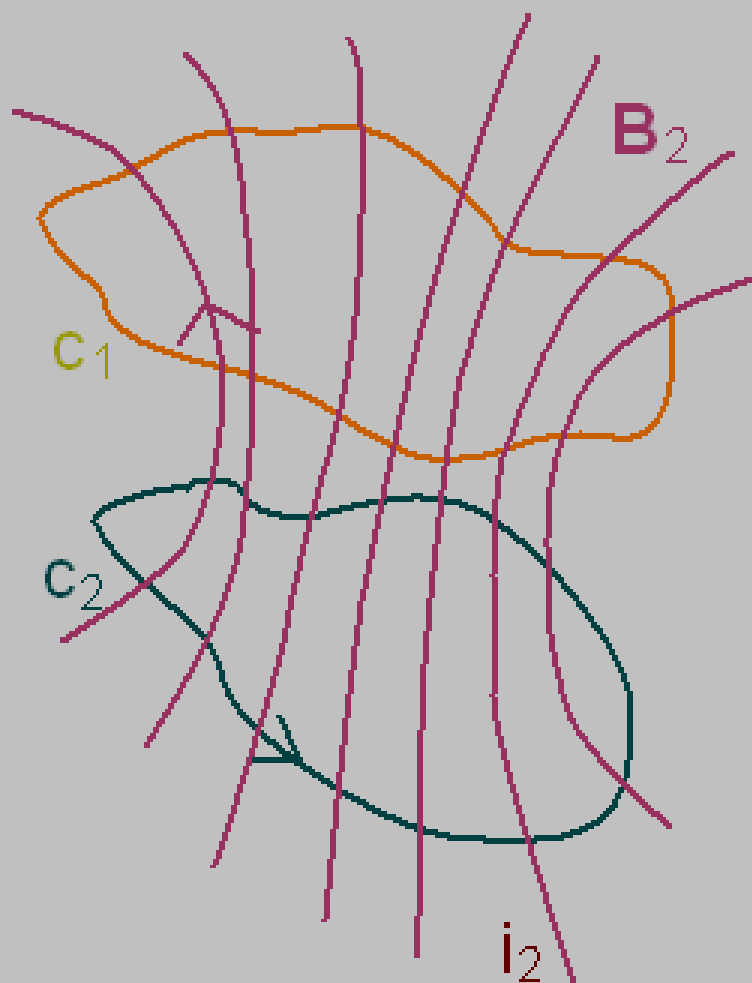
$$\mathcal{E}_1 = - \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} = -N_1 \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\mathcal{E}_2 = - \frac{\partial \Phi_2}{\partial t} = -N_2 \frac{\partial \phi}{\partial t}$$

$$\rightarrow \mathcal{E}_1 = \frac{N_1}{N_2} \mathcal{E}_2$$

Relazione fra le f.e.m. ai capi dei 2

Induttanza-1

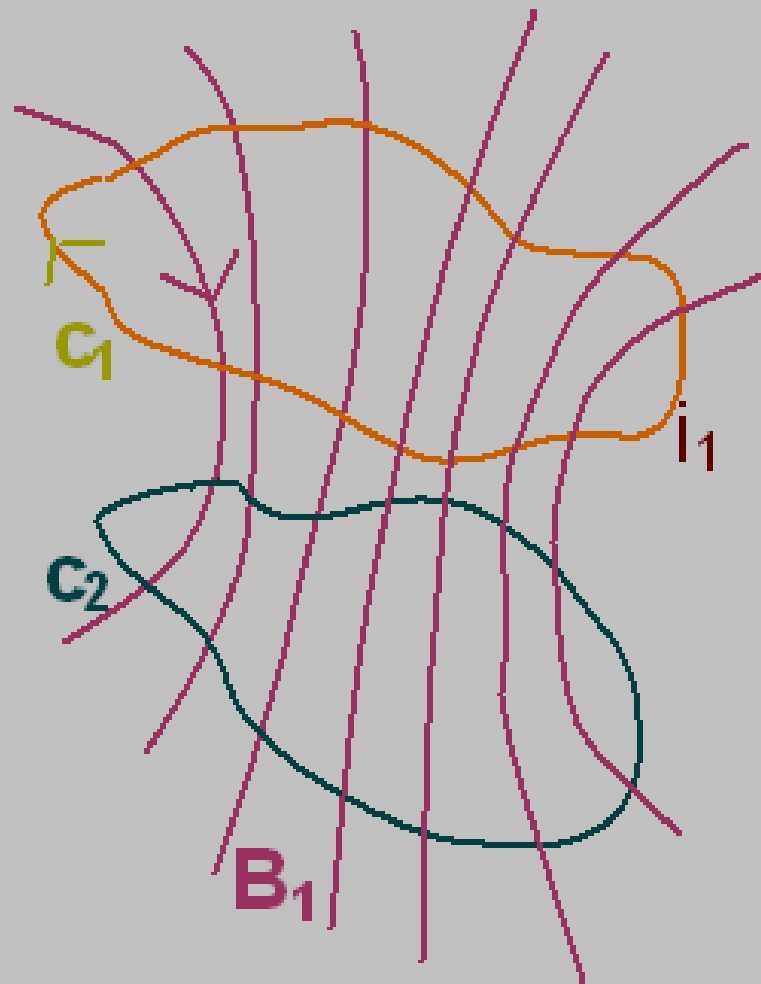


Corrente in 2 concatena flusso in 1

$$i_2 \rightarrow B_2 \rightarrow \Phi_{c1}(B_2) = L_{12}i_2$$

L_{12} coefficiente di mutua induzione

Induttanza-2

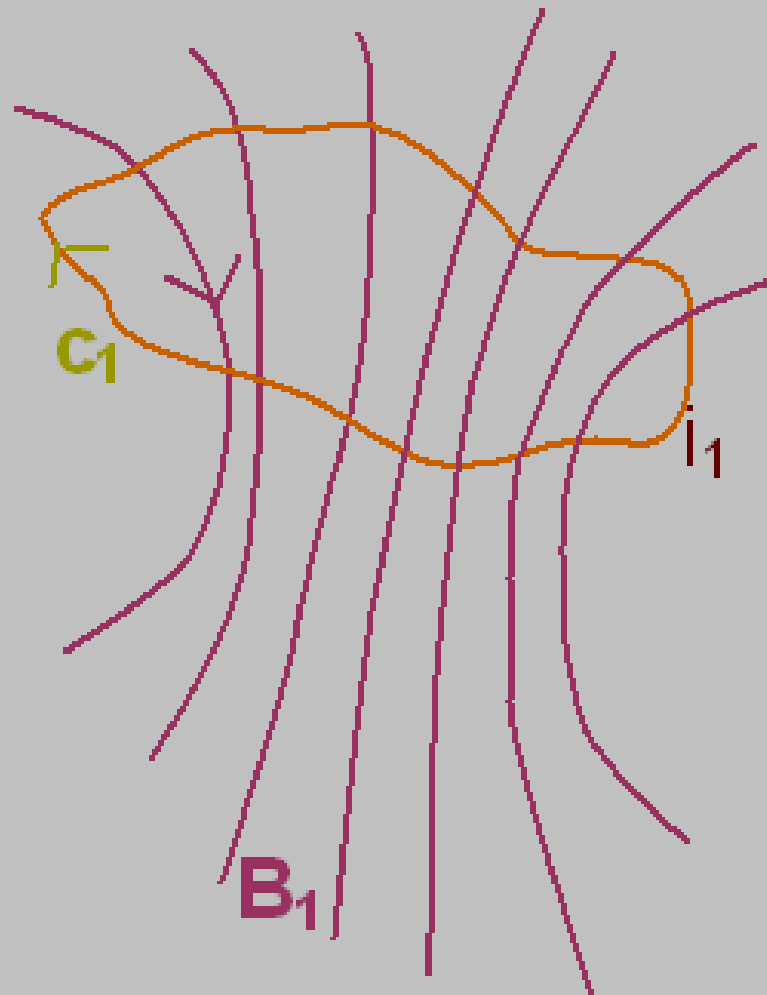


Corrente in 1 concatena flusso in 2

$$i_1 \rightarrow B_1 \rightarrow \Phi_{C_2}(B_1) = L_{21}i_1$$

L_{21} coefficiente di mutua induzione

Induttanza-3



Corrente in 1 concatena flusso in 1

$$\Phi_{c1}(B_1) = Li_1$$

L coefficiente di auto induzione

Significato dell'induttanza - 1

Auto-induttanza: rapporto fra flusso e corrente

Corrente : legata a f.e.m. nel circuito

$$\Phi = Li$$

$$\rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = -\mathcal{E}$$

$$\rightarrow \mathcal{E} = -L \frac{di}{dt}$$

Quindi:

Induttanza = Rapporto fra f.e.m. e variazione della corrente in un circuiti

Significato dell'induttanza - 2

Confronta con capacita':

$$V = \frac{Q}{C}$$

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

$$\rightarrow \frac{dV}{dt} = \frac{i}{C}$$

Capacita': Rapporto fra corrente e variazione della d.d.p. in un condensatore

Confronta con resistenza:

$$V = Ri$$

Resistenza: rapporto fra d.d.p. e corrente in un conduttore

Significato dell'induttanza - 3

Per un insieme di circuiti percorsi da corrente:

Situazione analoga a quella di un insieme di conduttori carichi

Matrice delle capacità:

descrive l'*accoppiamento elettrostatico* fra i conduttori (incluso l'auto-accoppiamento)

Matrice delle induttanze:

descrive l'*accoppiamento magnetico* fra i circuiti (incluso l'auto-accoppiamento)

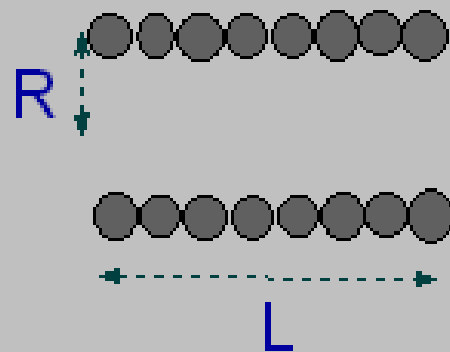
Auto-capacità: rapporto fra carica e potenziale

Capacità mutua: misura dell'effetto dell'induzione elettrostatica fra due conduttori

Auto-induttanza: rapporto fra flusso e corrente

Induttanza mutua: misura dell'effetto dell'induzione elettromagnetica fra due circuiti

Esempio di calcolo di induttanza Solenioide rettilineo



n spire/metro

Usiamo la relazione:

$$\Phi(\mathbf{B}) = Li$$

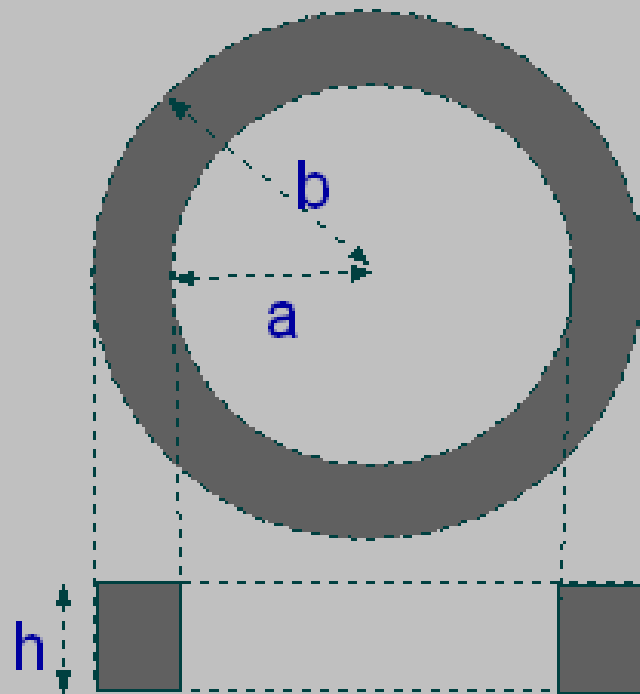
Allora:

$$B = \mu_0 i n = \mu_0 i \frac{N}{l}$$

$$\Phi(\mathbf{B}) = \pi R^2 N \mu_0 i \frac{N}{l} = \pi R^2 \mu_0 \frac{N^2}{l} i$$

$$\rightarrow L = \pi R^2 \mu_0 \frac{N^2}{l}$$

Esempio di calcolo di induttanza Solenoido toroidale



$$B = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r}$$

$$d\Phi = \frac{\mu_0 N i}{2\pi r} N dA = \frac{\mu_0 N^2 i}{2\pi r} h dr$$

$$\rightarrow \Phi(\mathbf{B}) = \int_a^b \frac{\mu_0 N^2 i}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N^2 i}{2\pi} h \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$\rightarrow \Phi(\mathbf{B}) = \frac{\mu_0 N^2 i}{2\pi} h \ln \frac{b}{a}$$

$$\rightarrow L = \frac{\mu_0 N^2}{2\pi} h \ln \frac{b}{a}$$

Riepilogo equazioni dell'elettromagnetismo

Forma integrale

Forma differenziale

$$\oiint_s \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oiint_s \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\oint_c \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_s(\mathbf{B})}{dt}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\oint_c \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 i$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}$$

Versione provvisoria (incompleta)