Somma di due onde piane - 1

$$E_1 = E_1^0 \cos\left(k_1 x - \omega_1 t + \varphi_1\right)$$
$$E_2 = E_2^0 \cos\left(k_2 x - \omega_2 t + \varphi_2\right)$$

Se:

$\omega_1=\omega_2=\omega$
$k_1=k_2=k$
coerenti
(stessa direzione di pol.lineare)

$$E = E_1 + E_2 = E_1^{(0)} \cos\left(kx - \omega t + \varphi_1\right) + E_2^{(0)} \cos\left(kx - \omega t + \varphi_2\right)$$

Allora, prendendo per semplicita' $E_1^0=E_2^0$:

$$E = E^{(0)} \cos\left(kx - \omega t + \varphi_1\right) + E^{(0)} \cos\left(kx - \omega t + \varphi_2\right)$$
$$= 2E^{(0)} \cos\left[\left(\frac{k+k}{2}\right)x - \left(\frac{\omega+\omega}{2}\right)t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]$$
$$\cos\left[\left(\frac{k-k}{2}\right)x - \left(\frac{\omega-\omega}{2}\right)t + \frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$
$$= 2E^{(0)} \cos\left[kx - \omega t + \frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right] \cos\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$

Somma di due onde piane - 2

Poiche' intensita' proporzionale a E^2

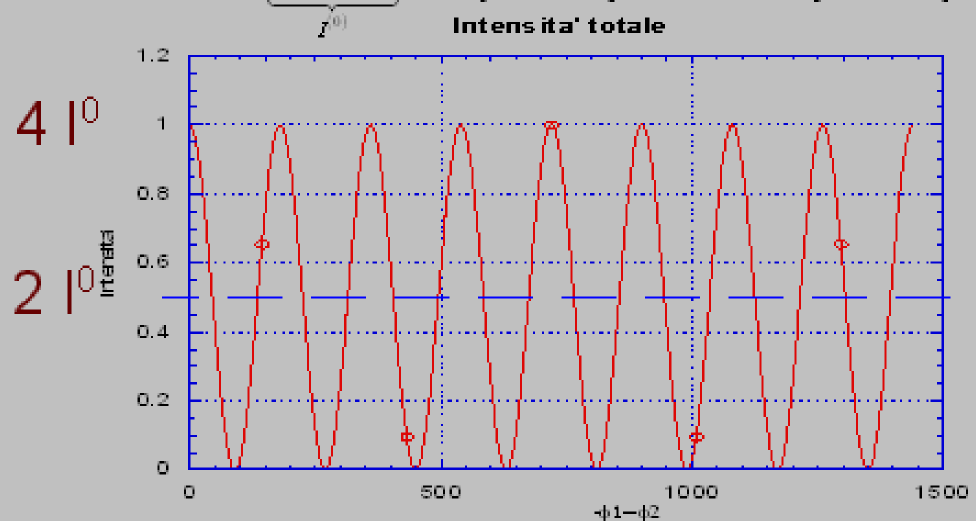
$$I \propto E^2 = 4E^{(0)2}\cos^2\left[kx-\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\cos^2\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$

Se prendiamo la media temporale:

$$I \propto E^2 = 4\left(E^{(0)}\right)^2\cos^2\left[kx-\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\cos^2\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$

$$\langle I\rangle_{t\gg T} = 4\left(E^{(0)}\right)^2\underbrace{\left\langle\cos^2\left[kx-\omega t+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}\right]\right\rangle}_{=\frac{1}{2}}\cos^2\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$

$$\langle I\rangle_{t\gg T} = 4\underbrace{\frac{1}{2}\left(E^{(0)}\right)^2}_{I^{(0)}}\cos^2\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right] = 4I^{(0)}\cos^2\left[\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right]$$



Sfasamento distribuito statisticamente fra *0* e 2π

$\rightarrow I_{tot} = 4\ I_0 \langle\cos^2\Delta\phi\rangle = 4\ I_0\ 1/2 = 2\ I_0 = I_1+I_2$

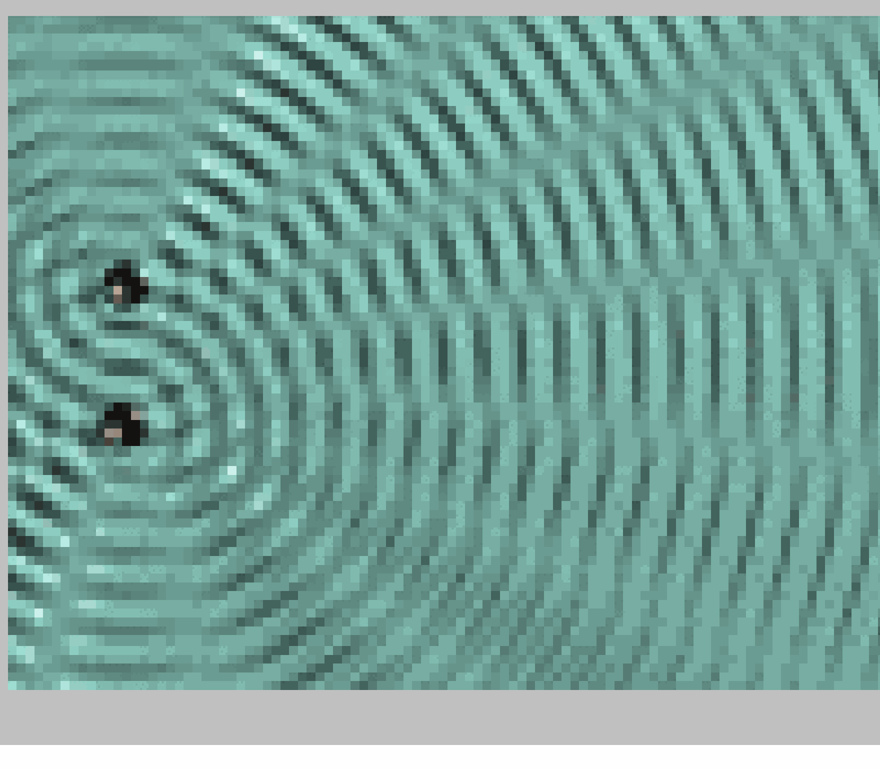
Interferenza di due sorgenti

Caso visto prima: 2 onde piane con la stessa direzione

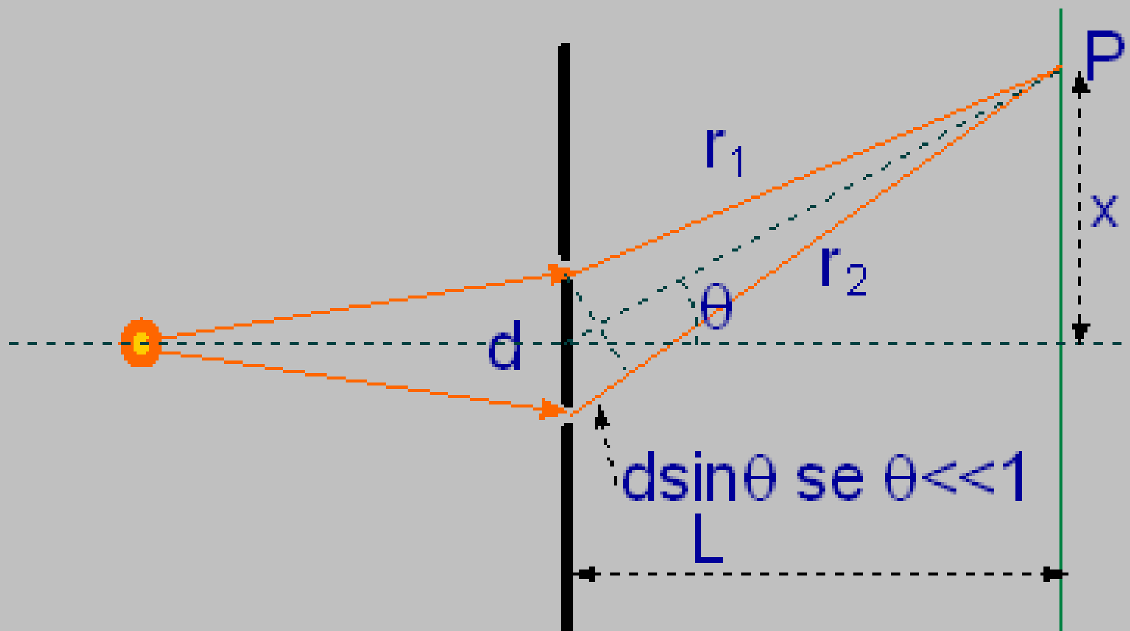
Interferenza "globale":
intensita' media, proporzionale a $\Delta\phi$, costante in tutti i punti del tronte d'onda ($\Delta\phi$ non dipende dalla posizione)

Altra situazione: 2 onde con direzioni diverse

Interferenza "locale":
intensita' media, proporzionale a $\Delta\phi$, modulata spazialmente ($\Delta\phi$ dipende dalla poszione)



Realizzazione semplificata



Sorgenti in fase; onde sferiche
Intensita' media nel punto P:

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

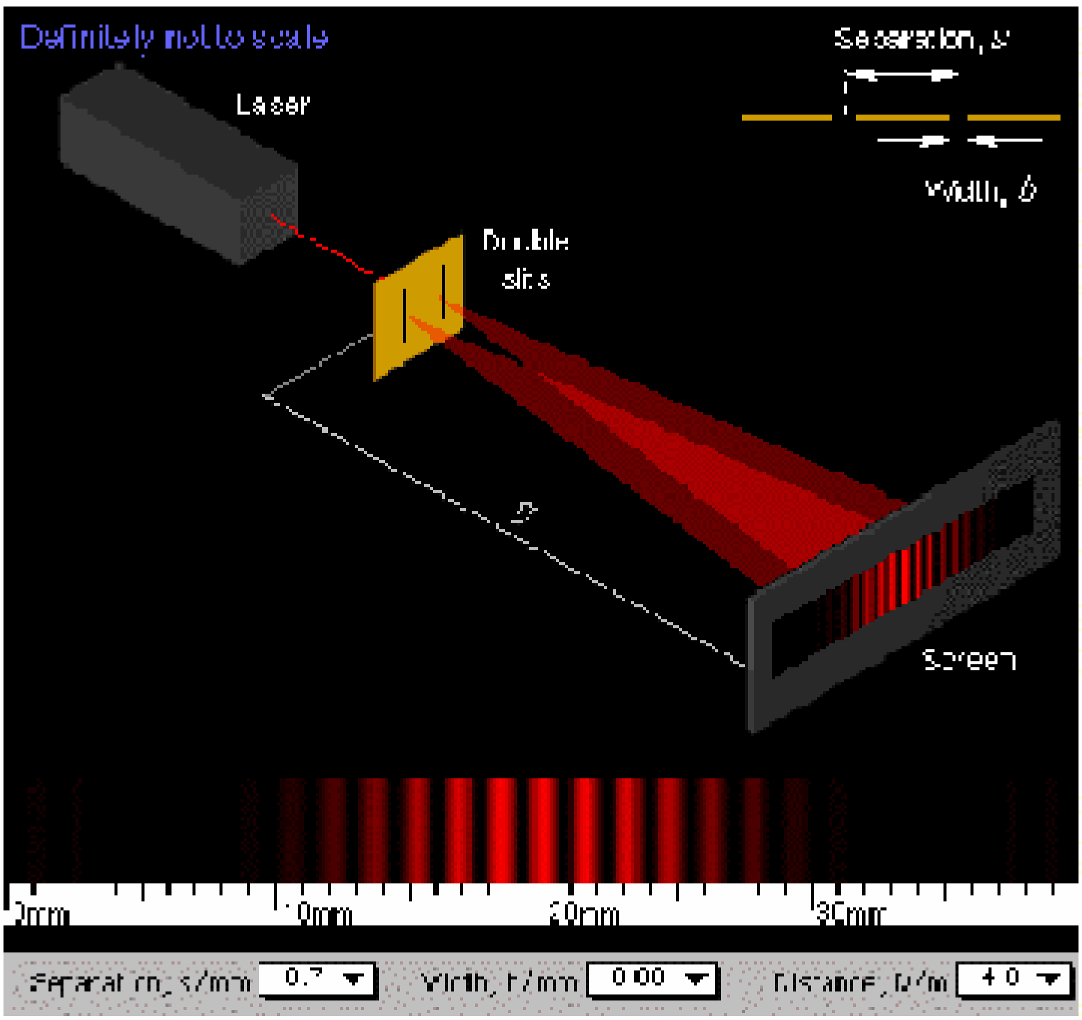
$$\rightarrow \langle I \rangle = 4 I_0 \cos^2\left(k \frac{r_1 - r_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right)$$

$$= 4 I_0 \cos^2\left(k \frac{r_1 - r_2}{2} \right)$$

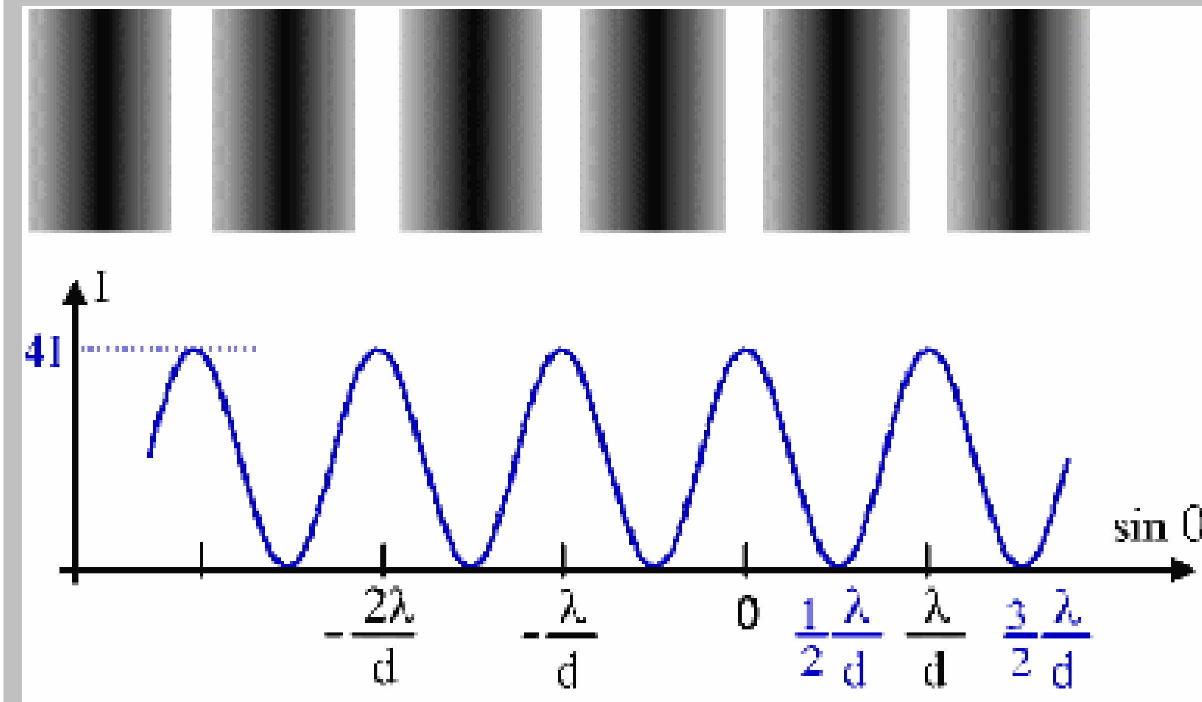
Dalla geometria:

$$\langle I \rangle = 4 I_0 \cos^2\left(k \frac{d \sin\theta}{2} \right) = 4 I_0 \cos^2\left(\frac{d \sin\theta}{2\lambda} \right)$$

Doppia fenditura



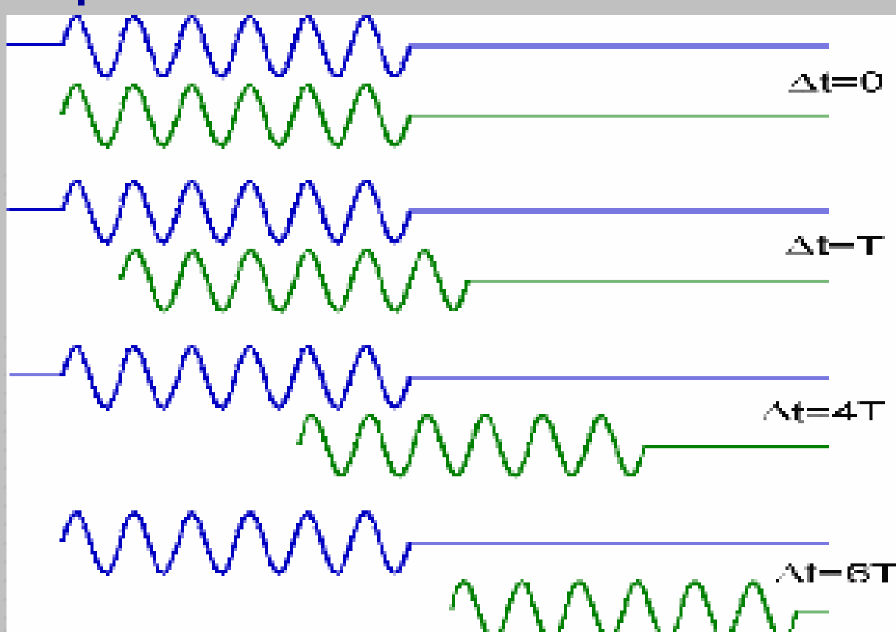
Frange di interferenza



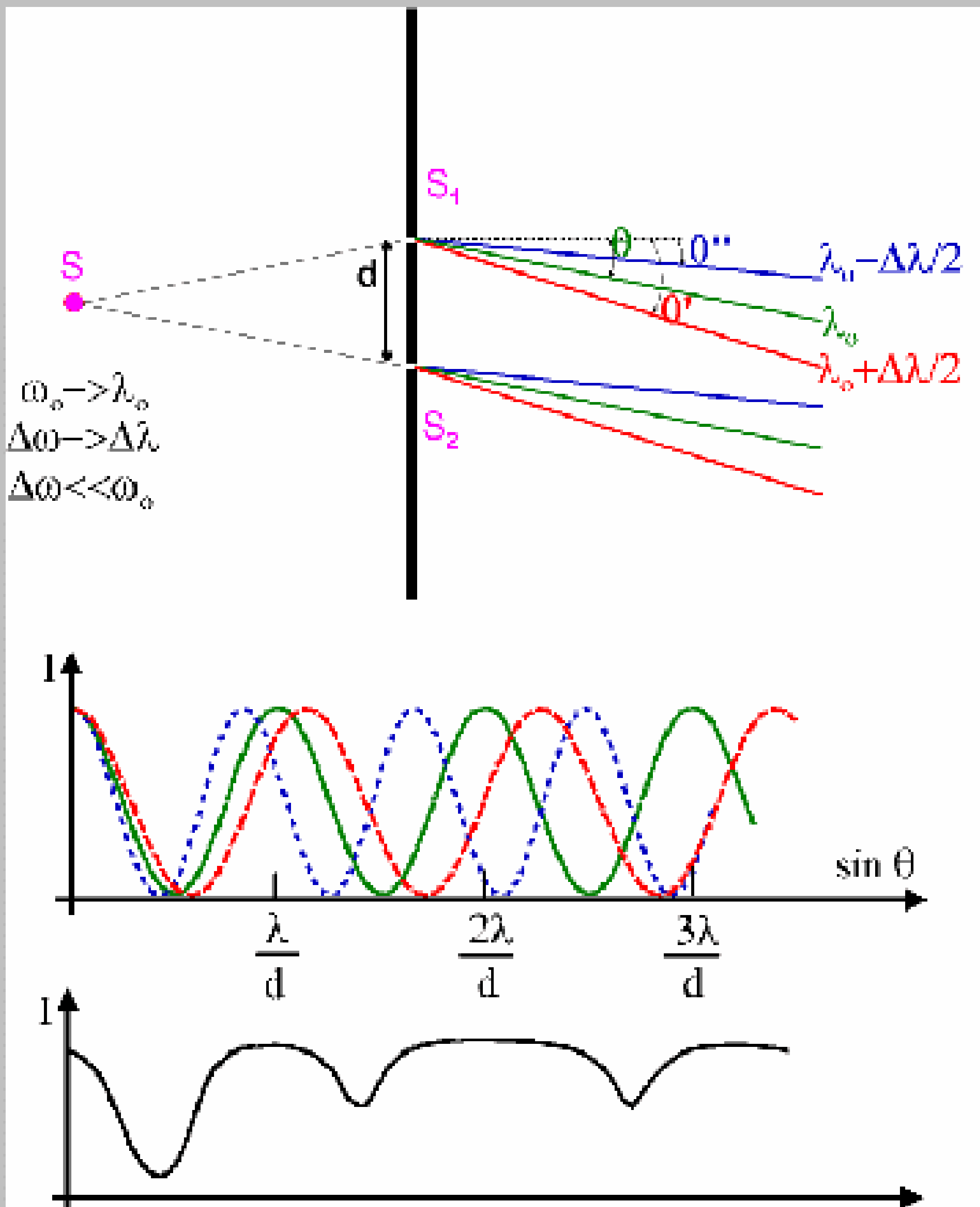
Condizione necessaria per il fenomeno di interferenza:

coerenza delle sorgenti

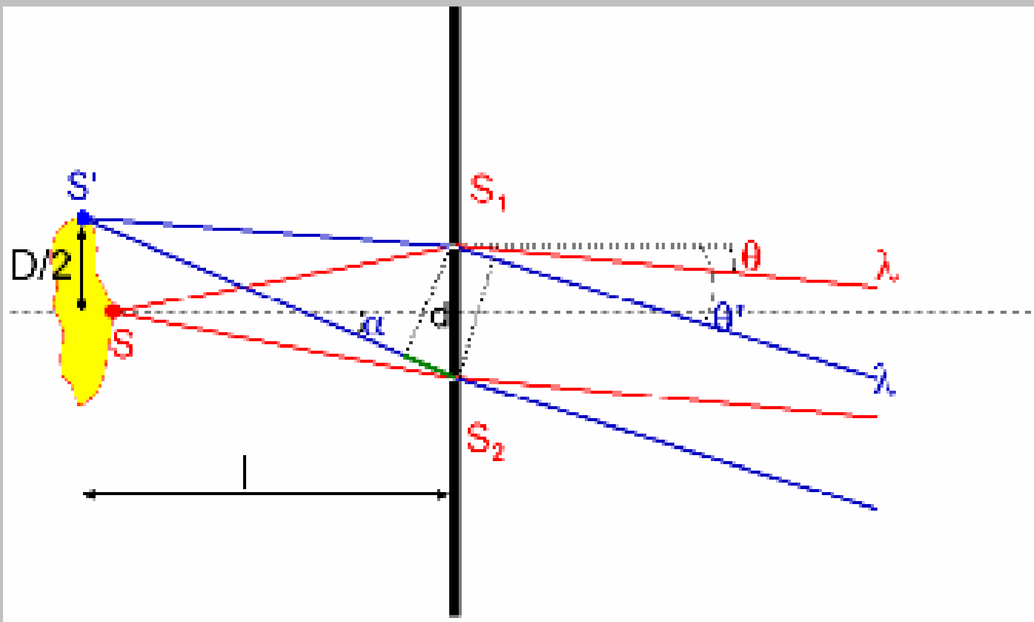
Esempi di coerenza/incoerenza



Effetto non monocromaticita' delle sorgenti

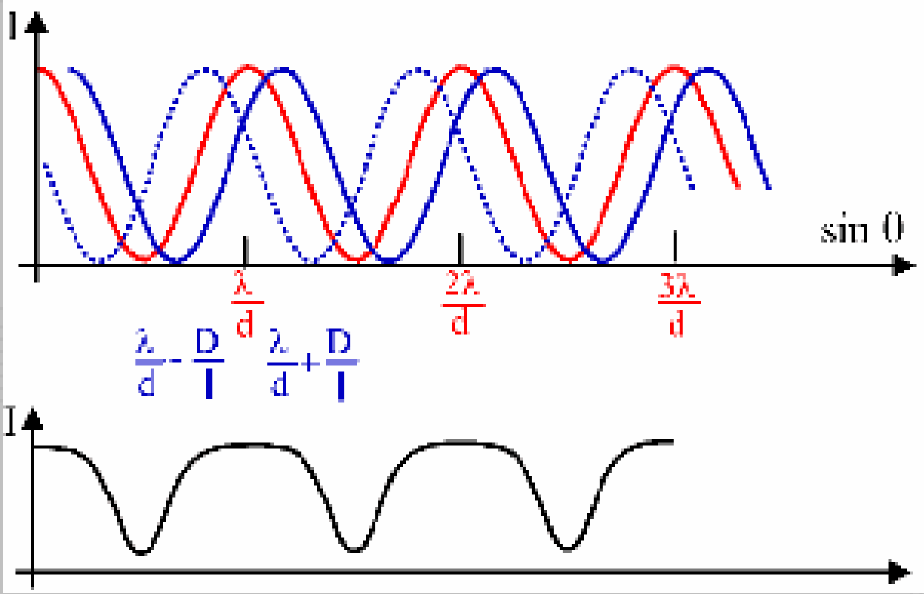


Effetto dimensione finita delle sorgenti



interferenza positiva : $d \sin \theta = n \lambda$

: $d \sin \theta' - d \sin \alpha = n \lambda$



Propagazione in mezzi trasparenti

Fenomeno complesso
Caratteristica saliente:

la propagazione avviene con velocita' < c

Velocita':

$$\mathrm{v} = \frac{c}{n}$$

n e' l'*indice di rifrazione* del mezzo, che e' una funzione della lunghezza d'onda

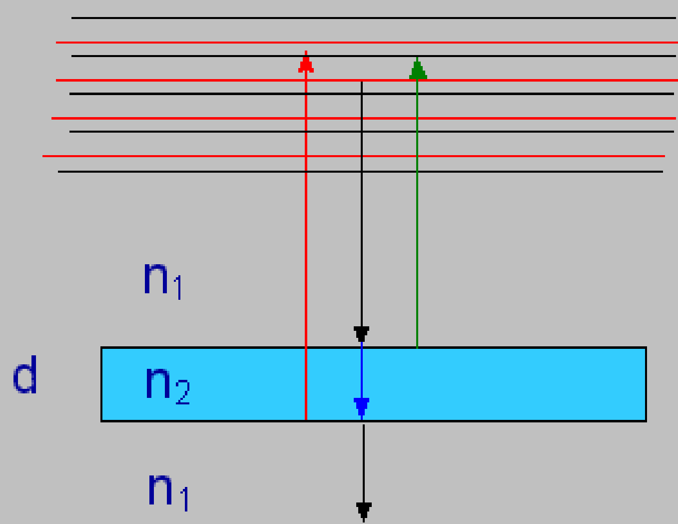
Per un'onda armonica, la frequenza e' indipendente dal mezzo, mentre k e λ dipendono dall'indice di rifrazione

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \frac{2\pi}{k} \\ \nu &= \frac{c}{\lambda} \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{aligned} \lambda' &= \frac{\lambda}{n} = \frac{2\pi}{kn} = \frac{2\pi}{k'} \\ \nu' &= \nu \end{aligned}$$

$$(kx - \omega t) \rightarrow (k'x - \omega t) = \left(k \underbrace{\underbrace{nx}_{=\xi}}_{\text{cammino ottico}} - \omega t \right) = (k\xi - \omega t)$$

Come risultato, una differenza di fase fra 2 onde puo' essere originata da una differenza di *cammino ottico*

Interferenza in lamine sottili



Interferenza fra onda incidente e riflessa dalla faccia superiore della lamina: *divisione di ampiezza* $\rightarrow$ onda *trasmessa* (parzialmente) nel mezzo trasparente (blu)+ onda *riflessa* indietro nel vuoto (verde)
Interferenza fra onda trasmessa e onda *riflessa* dalla faccia inferiore della lamina: *divisione di ampiezza* $\rightarrow$ onda *trasmessa* (parzialmente) nel vuoto oltre la lamina (nera) + onda *riflessa* indietro (rossa)
Onde rossa e verde interferiscono:

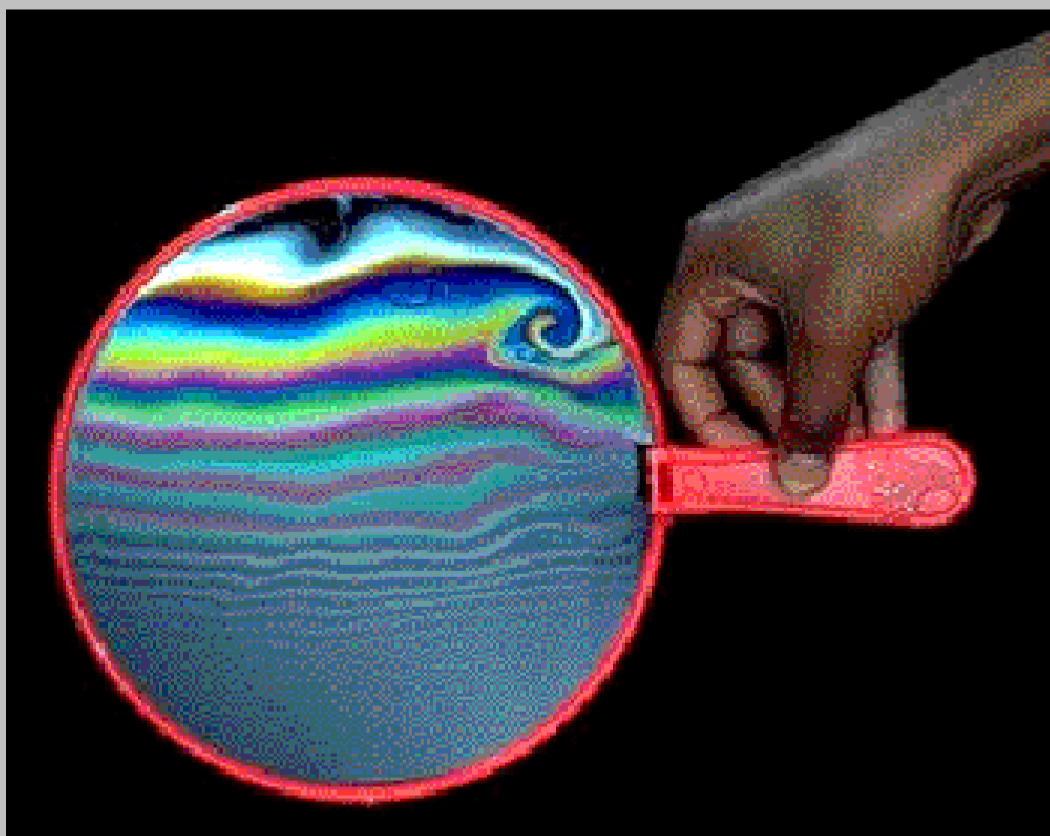
Differenza di cammino ottico
Termine π nella fase dell'onda riflessa dalla faccia superiore della lamina (extra)

$$\delta = kn_2\left(\underbrace{2d}_{avanti+indietro}\right)+\pi \quad \text{assumendo } \mathrm{n}_1 = 1$$

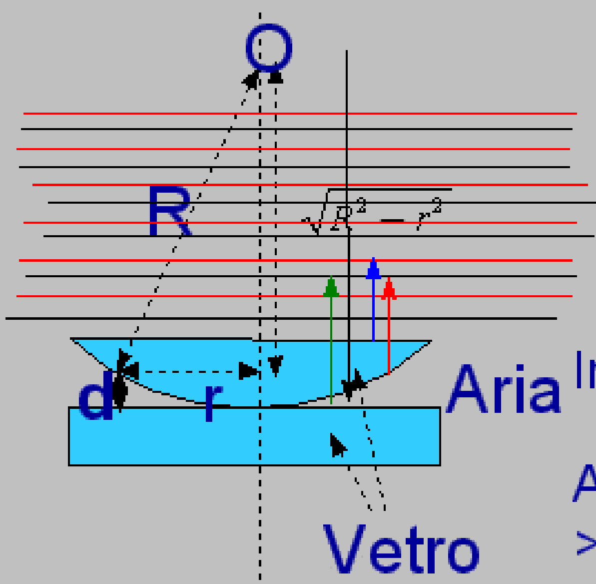
$$\rightarrow \delta = 2kdn_2 + \pi = 2\frac{2\pi d}{\lambda}n_2 + \pi = \left(4\frac{dn_2}{\lambda}+1\right)\pi \rightarrow \frac{dn_2}{\lambda} = \begin{cases} 0, 1/2, 1, 3/2, \ldots \textit{distruttiva} \\ 1/4, 3/4, 5/4, \ldots \text{cos}\textit{truttiva} \end{cases}$$

Interferenza in lamine sottili - 2

Strato sottile di acqua saponata



Anelli di Newton



Onde riflesse:

da faccia piana lente
da faccia sferica lente
da faccia superiore vetro

Interferenza: *rossa-verde*

Altre trascurabili (spessori >> λ)

Variazione con *r* dello spessore *d* di aria : la differenza di cammino ottico *rossa-verde* e' *2d*

$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}\right)$$

$$d \simeq R\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\right] = R\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{r^2}{2R}$$

Termine π extra (rifl)

Interferenza costruttiva (anelli chiari):

$$2d = \text{no. intero di } \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots$$

$$d = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \rightarrow r = \sqrt{(2m+1)\frac{R\lambda}{2}}, m = 1, 2, \ldots$$

Interferenza distruttiva (anelli scuri):

$$2d = \text{no. semi-intero di } \lambda + \frac{\lambda}{2} = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots$$

$$d = m\frac{\lambda}{2} \rightarrow r = \sqrt{mR\lambda}, m = 1, 2, \ldots$$

Esempi di anelli di Newton