

# Diffrazione

Immagine fenditura in app. geometrica

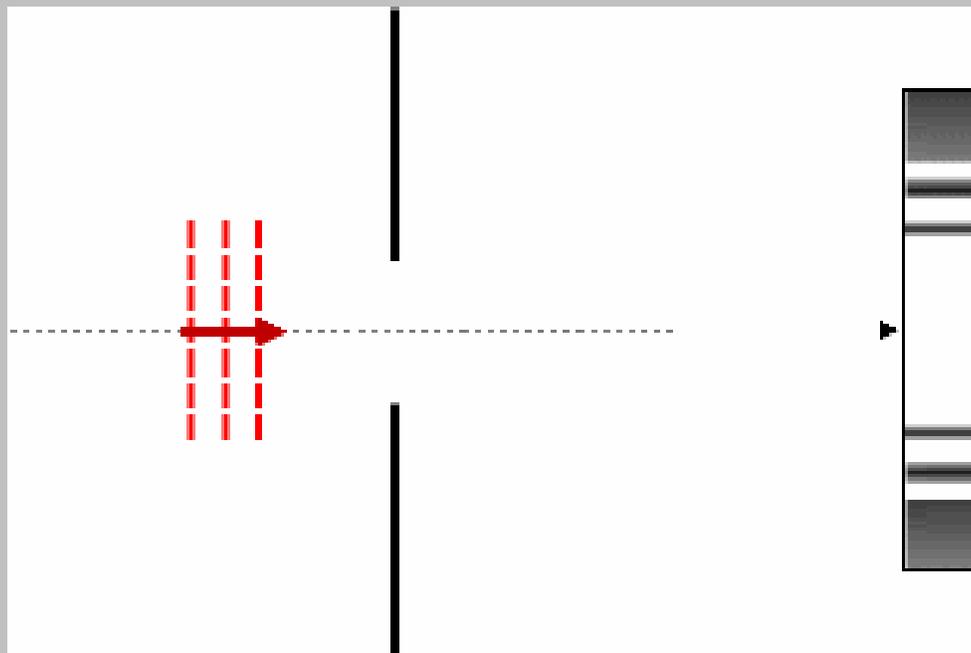
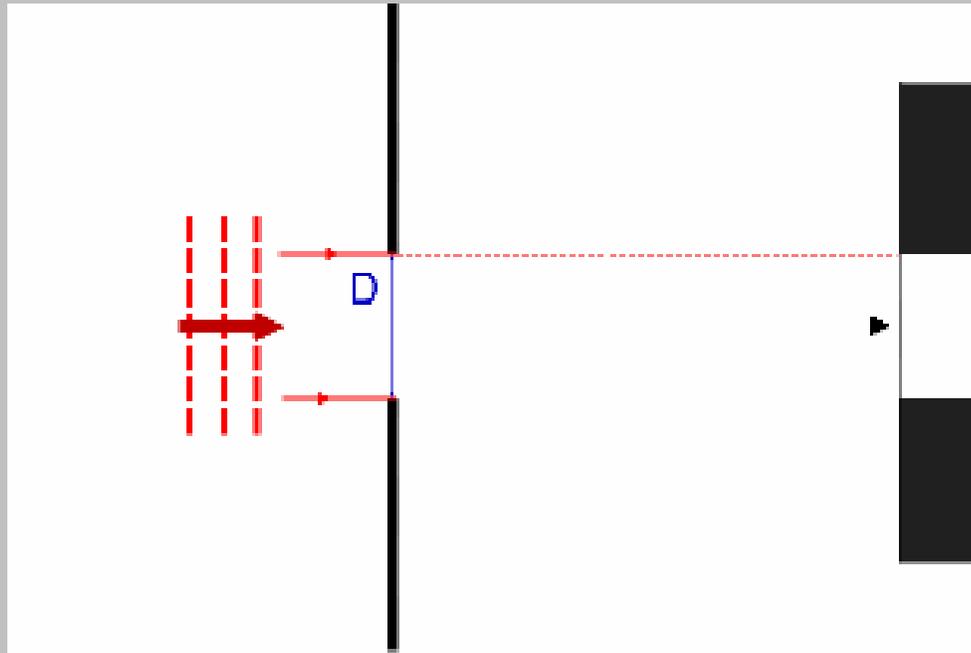


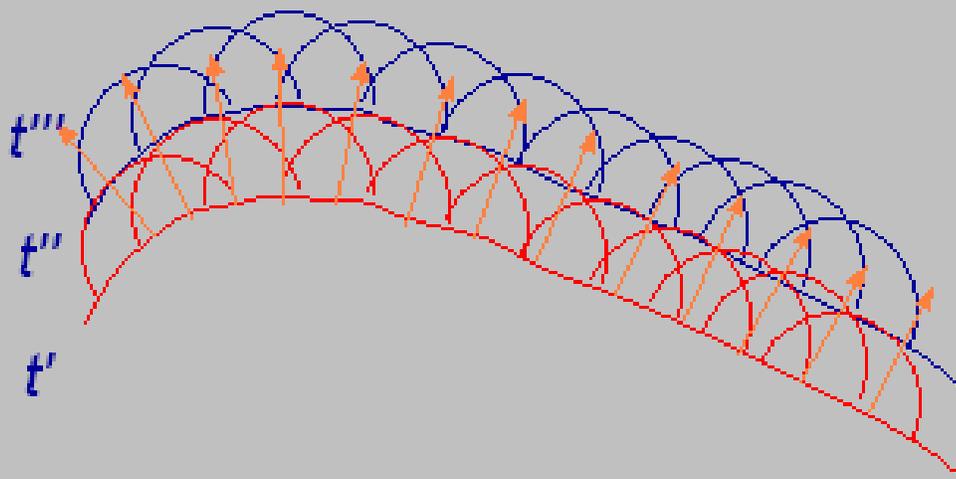
Immagine fenditura come e' in realta'

# Principio di Huygens

Propagazione di una perturbazione ondosa:  
si puo' descrivere in base alla seguente regola

*ogni punto di una data superficie d'onda  
diventa sorgente di onde secondarie (sferiche)  
che propagano la perturbazione al passo  
successivo*

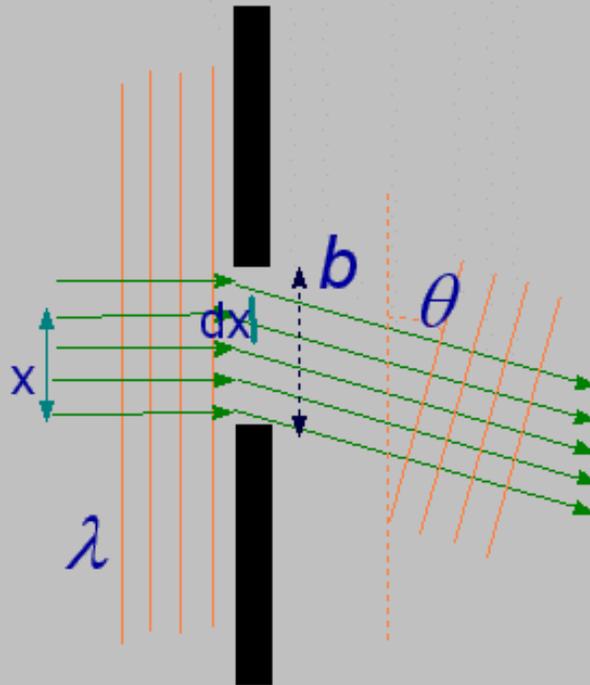
## Esempio



Si puo' far vedere che e' in accordo con  
l'equazione delle onde (Kirchoff)

## Diffrazione da una fenditura - 1

Ogni punto della fenditura sorgente di onde sferiche: *raggi* in tutte le direzioni



Differenza di cammino fra raggio ad  $x$  e raggio iniziale per luce in direzione  $\theta$ .

$$\Delta r = x \sin \theta$$

$$\rightarrow \delta = \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}$$

Sfasamento

Vero per distanza di osservazione  $\rightarrow \infty$ : angoli piccoli, ossia *diffrazione alla Fraunhofer*

## Diffrazione da una fenditura - 2

L'ampiezza totale dell'onda diffratta in una data direzione  $\theta$  e' la somma delle ampiezze elementari da ogni segmento di fenditura:

$$dE(r,t) = E_0 \cos\left(kr - \omega t + \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}\right) dx$$

Ogni ampiezza ha uno sfasamento dato da

$$\delta = \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}$$

Quindi l'ampiezza totale e'

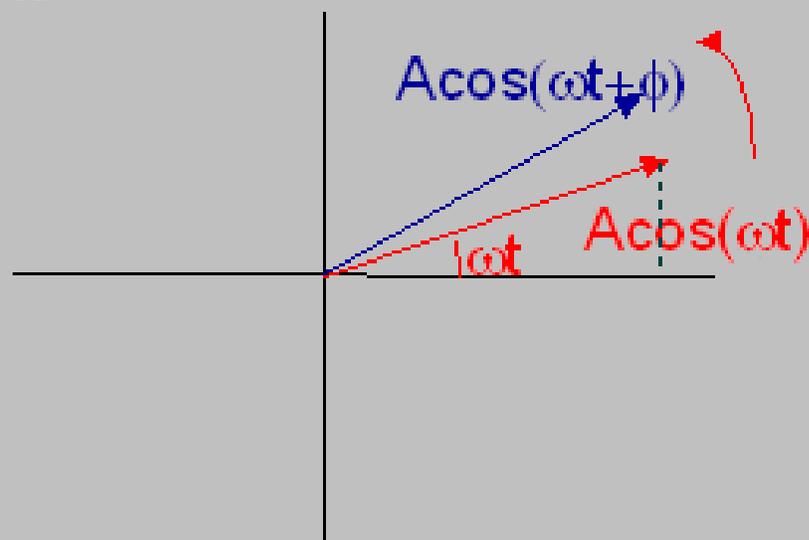
$$E(r,t) = \int_0^b E_0 \cos\left(kr - \omega t + \frac{2\pi x \sin \theta}{\lambda}\right) dx$$

Problema: come calcolare l'integrale?

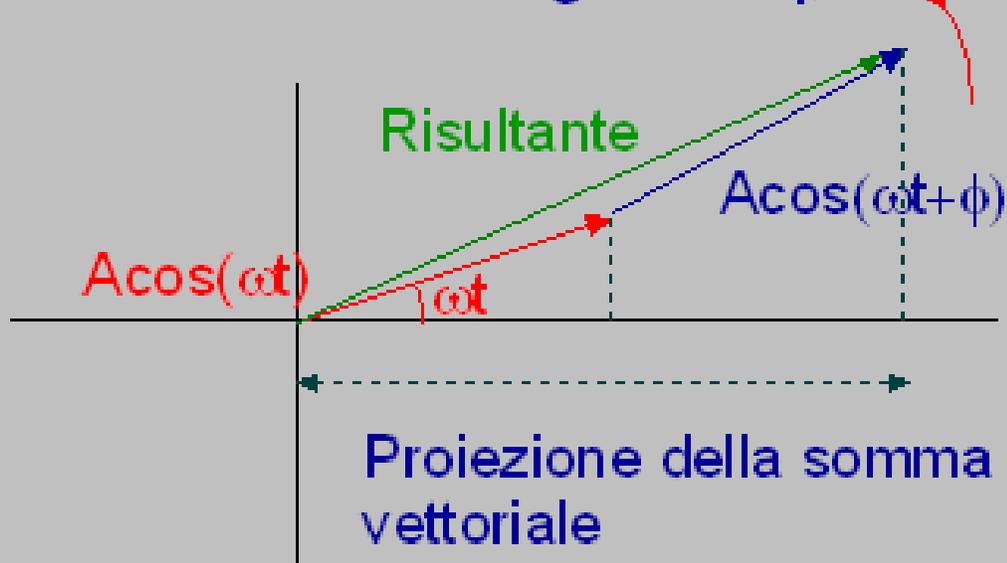
Lo sfasamento di ogni contributo cresce proporzionalmente ad  $x$

## Diffrazione da una fenditura - 3

Somma di molti termini uguali:  
ognuno, che e' una funzione sinusoidale del tempo, puo' essere rappresentato dalla proiezione di un vettore rotante con velocita' angolare  $\omega$

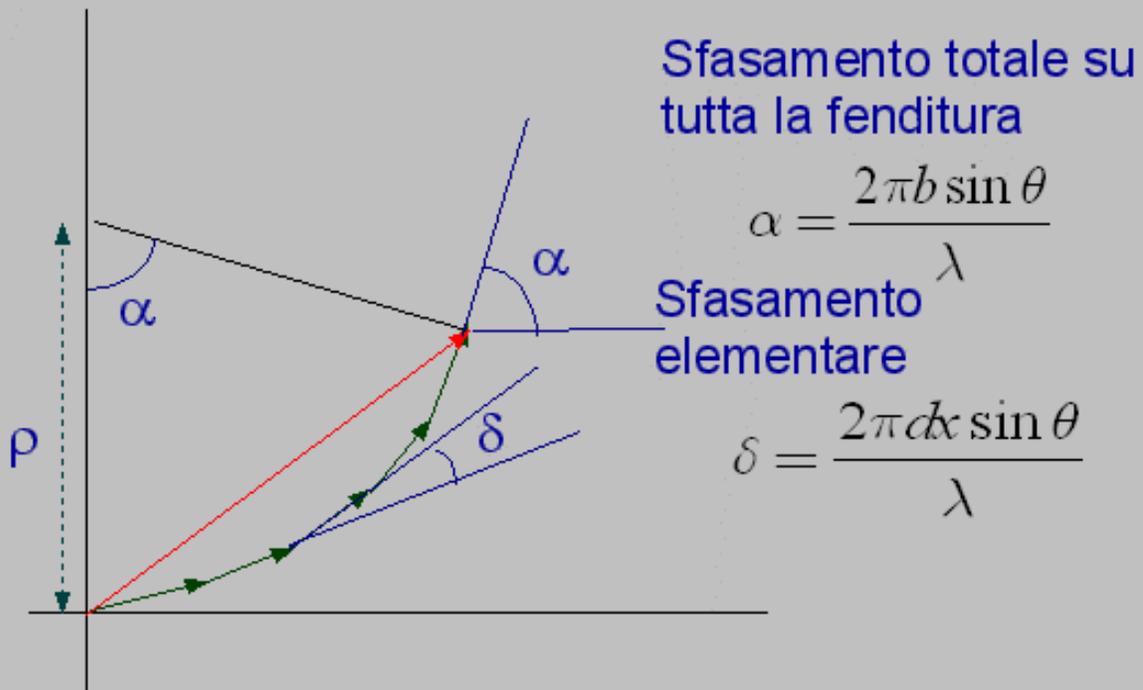


Somma di 2 funzioni di uguale ampiezza:



## Diffrazione da una fenditura - 4

Allora la somma di tutti i contributi della fenditura e' la proiezione della somma vettoriale:



Nel limite in cui  $dx \rightarrow 0$ ,  $N \rightarrow \infty$ :

Ampiezza risultante (corda rossa):

$$E = 2\rho \sin \frac{\alpha}{2} = 2\rho \sin \left( \frac{\pi b \sin \theta}{\lambda} \right)$$

Ampiezza max (arco verde):

$$E_0 = \rho \alpha = \rho \frac{2\pi b \sin \theta}{\lambda}$$

Ampiezza max: per  $\theta \rightarrow 0$ ,  $\alpha \rightarrow 0$ , e  $\rho \rightarrow \infty$

$\alpha \rightarrow 0, \rho \rightarrow \infty$ ,  $\alpha\rho$  finito: arco = somma di tutti i moduli

Quindi: Ampiezza e' max. per  $\theta = 0$

# Diffrazione da una fenditura

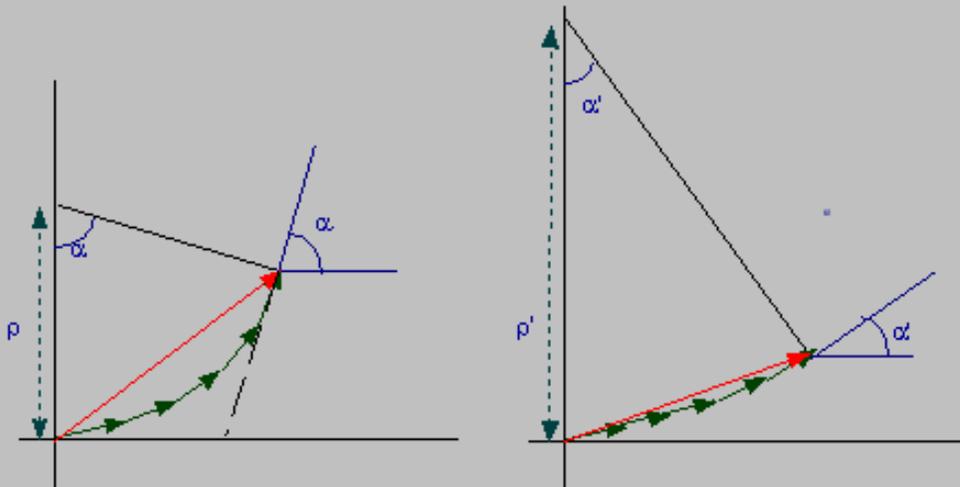
## Nota

Quando  $\theta=0$ , tutti i contributi sono in fase

→ i vettori sono tutti collineari

Come stimare la lunghezza dell' "arco" in questo caso, quando si tratta di un segmento di retta?

Considerando valori di  $\theta \rightarrow 0$ ,  $\rho \rightarrow \infty$



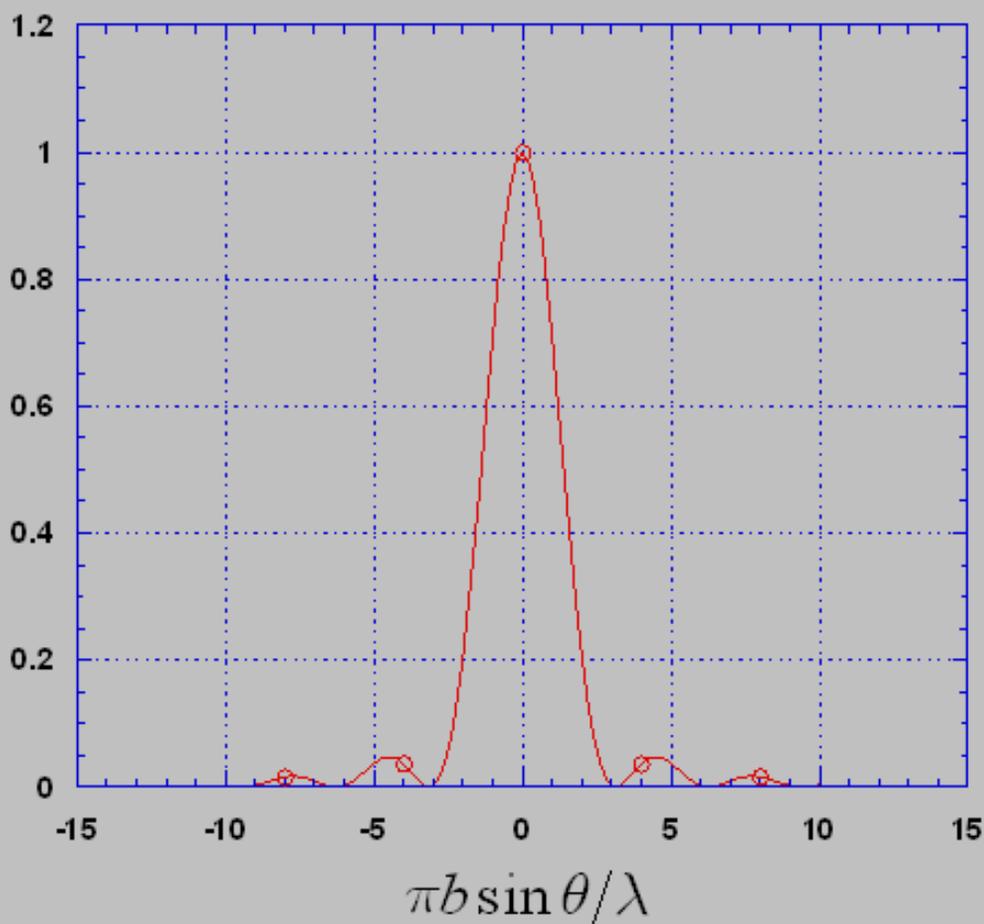
La lunghezza dell'arco tende a quella del segmento

## Diffrazione da una fenditura - 5

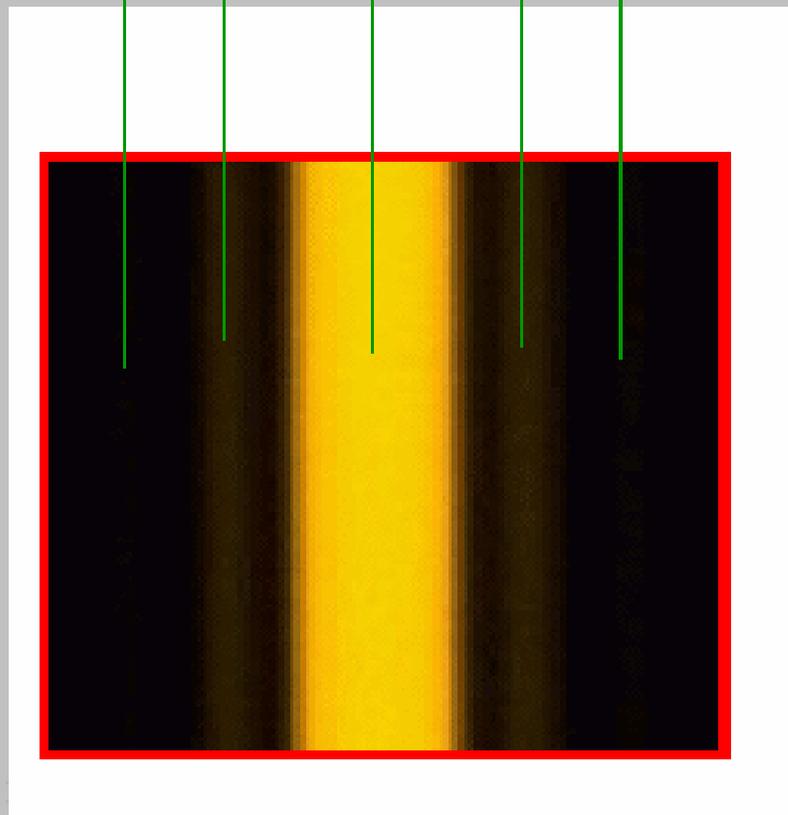
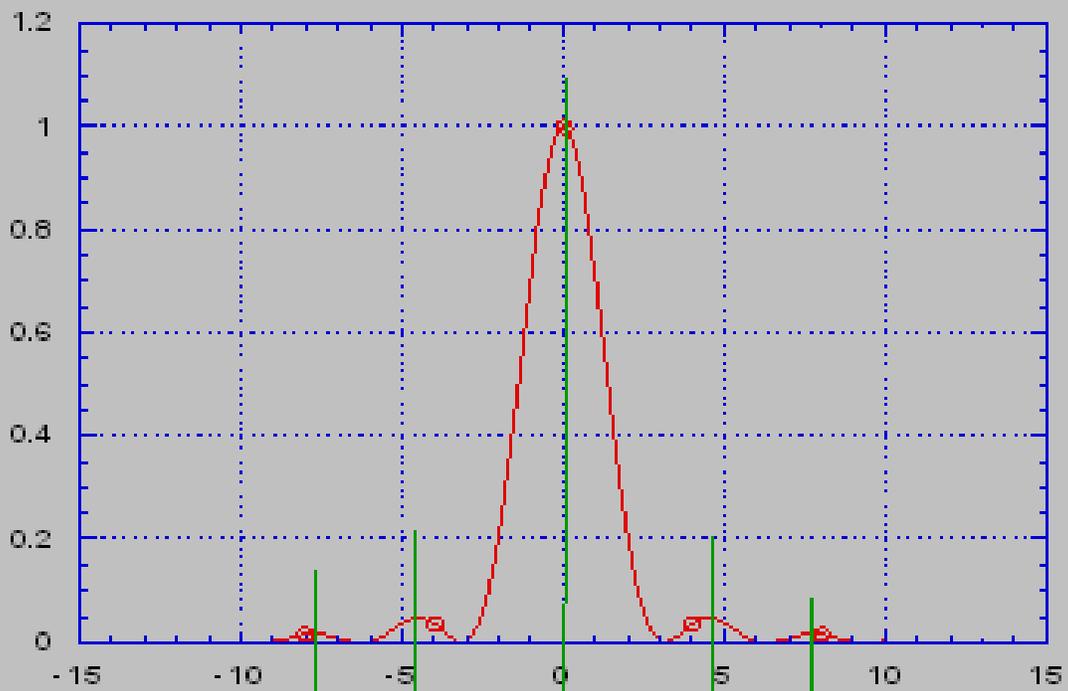
Rapporto intensita'/intensita' max:

$$\frac{I}{I_0} = \left( \frac{E}{E_0} \right)^2 = \left[ \frac{\sin(\pi b \sin \theta / \lambda)}{\pi b \sin \theta / \lambda} \right]^2 = \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2$$

Rapporto delle intensita'

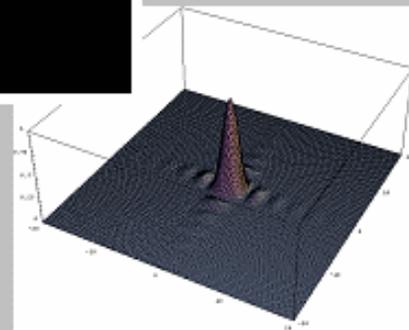
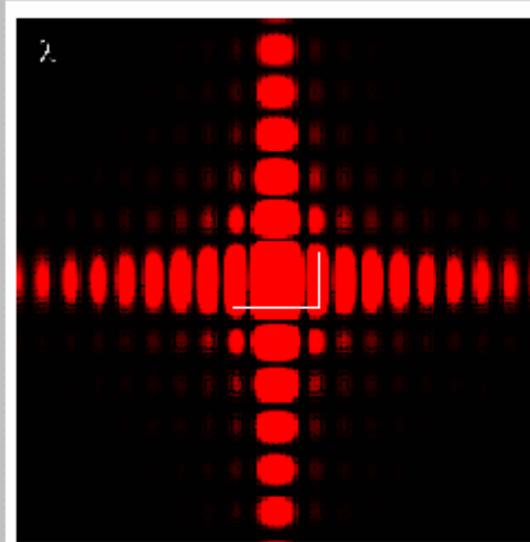


### Rapporto delle intensita'

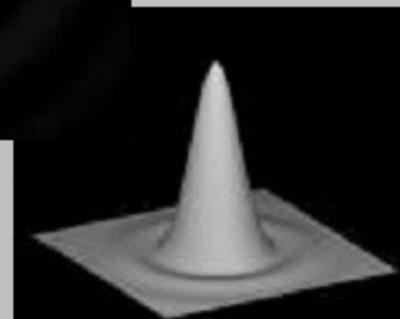
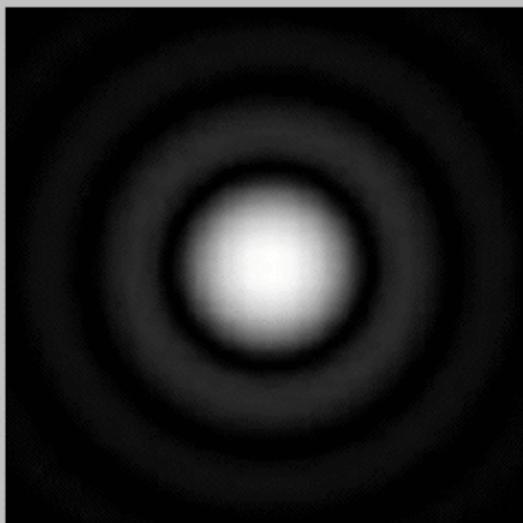


# Diffrazione in 2 dimensioni

Apertura  
rettangolare



Apertura  
circolare



# Diffrazione e formazione dell' immagine

Diffrazione: conseguenza della *sottrazione* di una parte del fronte d'onda dal totale

Esempi visti: *aperture*

Esempi equivalenti: *schermi sagomati*

NB: Equivalenza di *apertura* e *sagoma* della stessa forma e dimensione: **Principio di Babinet** (conseguenza del meccanismo della diffrazione)

Ombra di un disco

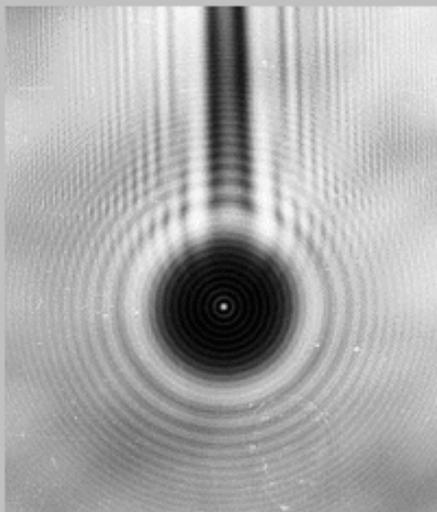
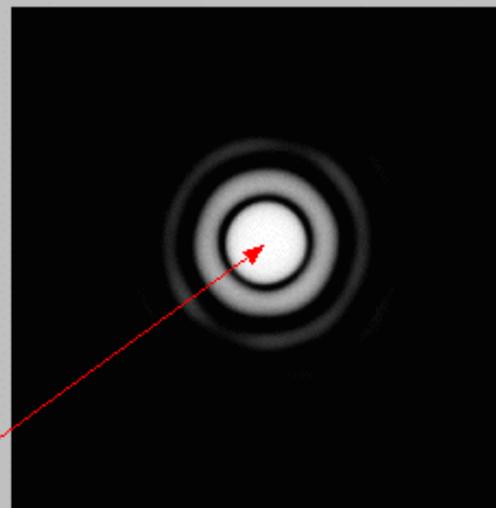
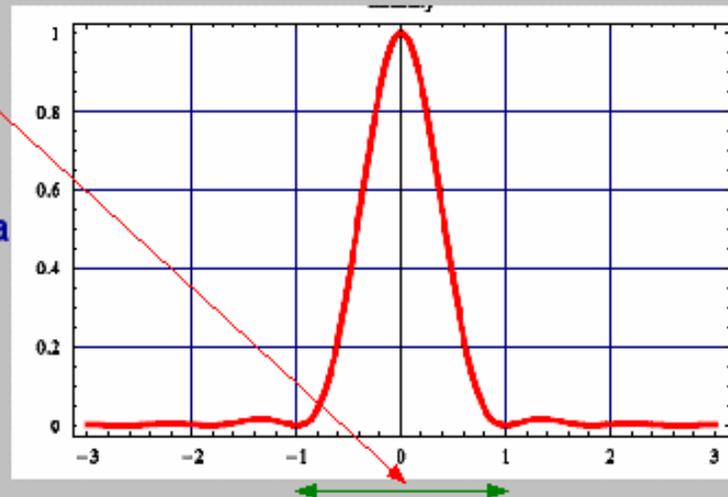


Immagine di un foro



Disco di Airy

Profilo della figura di diffrazione di un'apertura circolare)

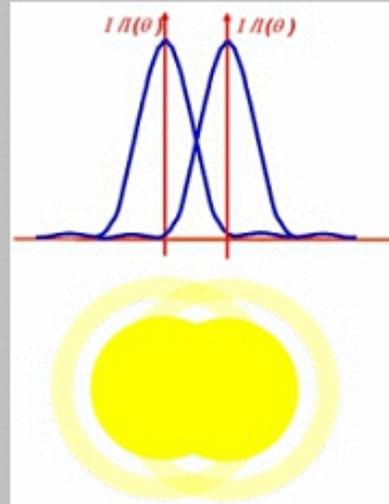


# Diffrazione e potere risolutivo

Strumenti ottici: raccolta di *una parte* del fronte d'onda → diffrazione limita risoluzione  
 Immagine di un punto: disco di Airy

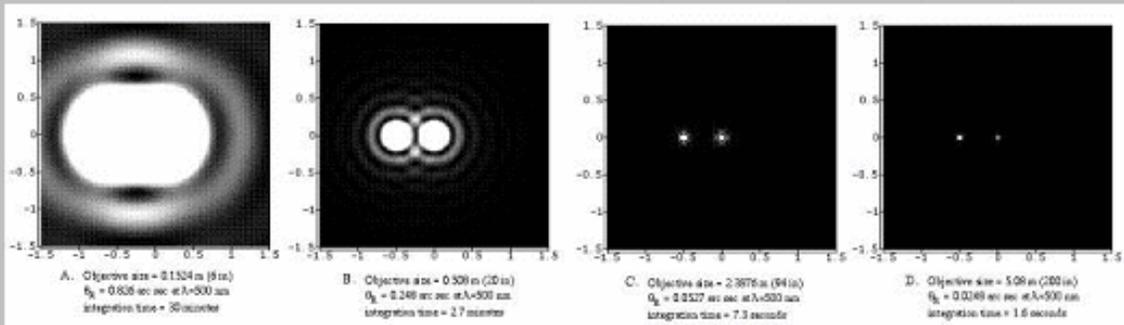
Criterio di Rayleigh  
 Per separare due sorgenti:  
 massimo centrale di una su  
 primo minimo dell'altra

$$\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$$



D=15 cm  
 Esp. 30'

D=500 cm  
 Esp. 1.6"

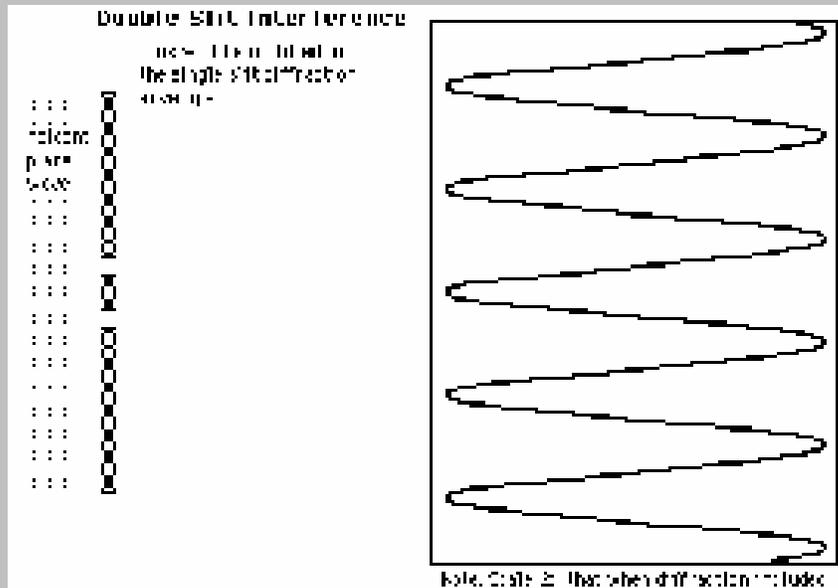


ζ Orionis - D=25 cm  
 2" d'arco

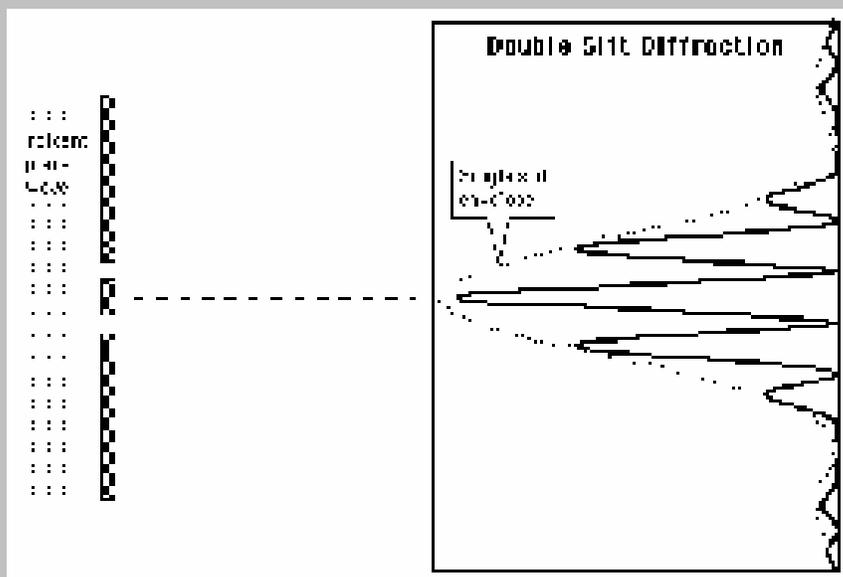


# Fenditure multiple - 1

## Composizione effetti di diffrazione e interferenza



## Solo interferenza



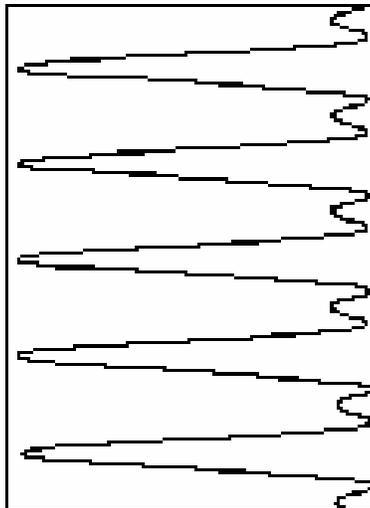
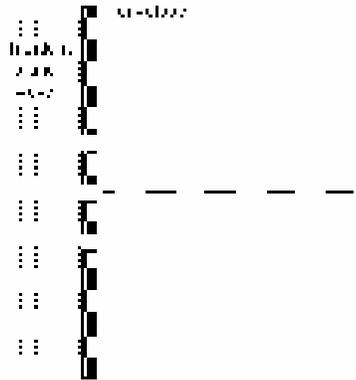
## Interferenza + diffrazione



# Fenditure multiple - 2

## Three 511t Interference

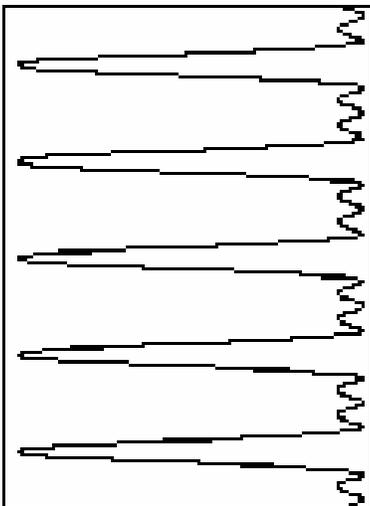
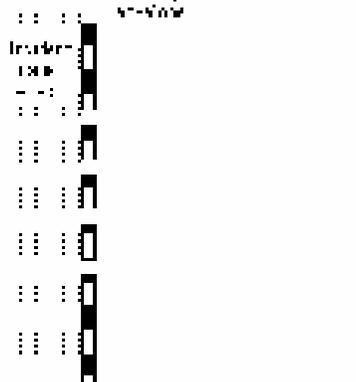
This will be fixed by  
increasing the number  
of cables



Waveform of three 511t interference signals

## Four 511t Interference

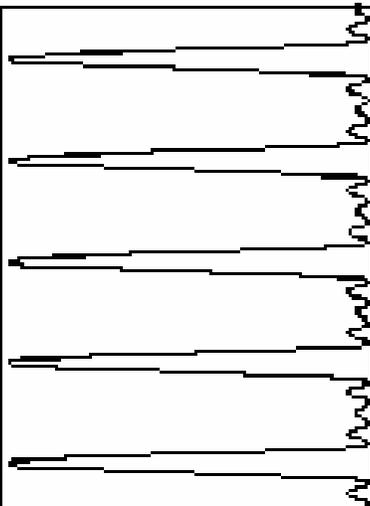
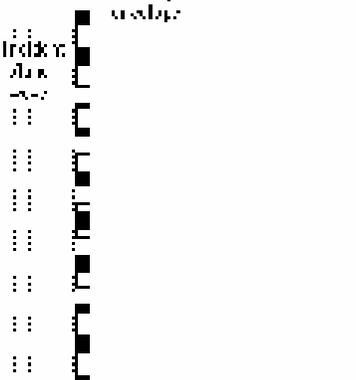
This will be modified by  
the signals will be better  
synchronized



Waveform of four 511t interference signals

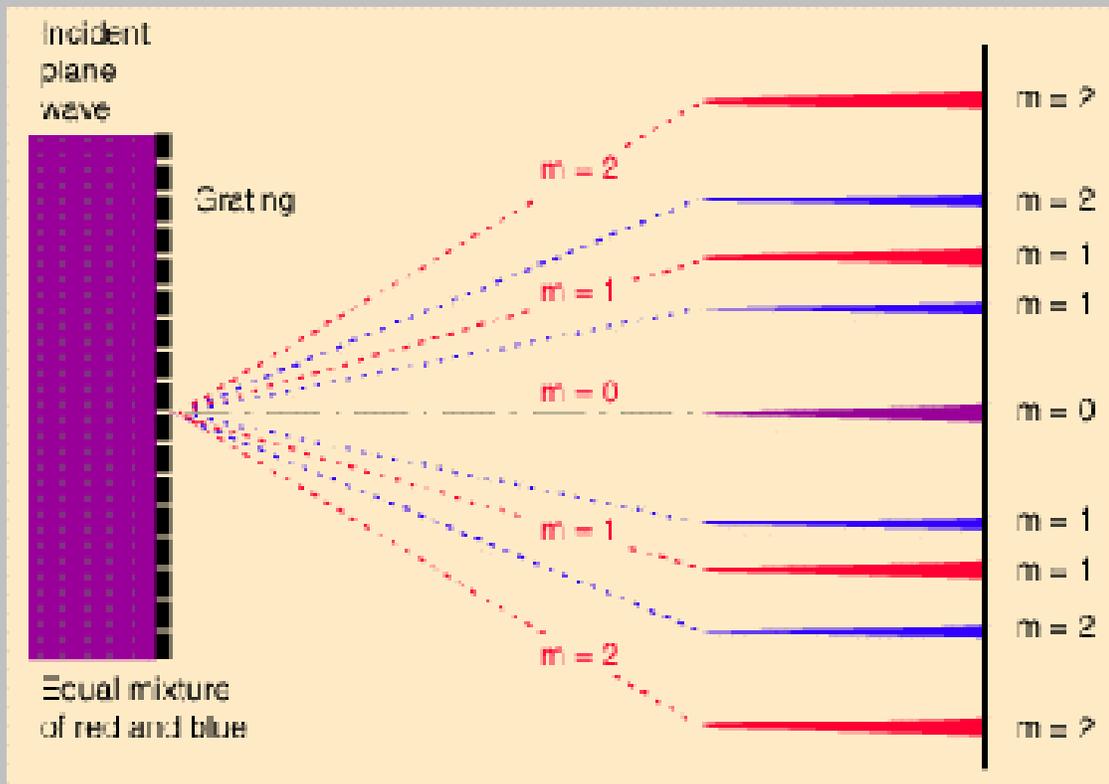
## Five 511t Interference

This will be modified by  
increasing the number  
of cables



Waveform of five 511t interference signals

# Reticolo di diffrazione



$d \sin \theta = m\lambda$  condizione per i max. di intensita'

