

Dielettrici

Confrontati con i conduttori:

*elettroni legati permanentemente agli
atomi/molecole*

non ci sono elettroni liberi

non ci puo' essere conduzione

Effetti elettrici nei dielettrici:

polarizzazione

Due tipi di atomi/molecole:

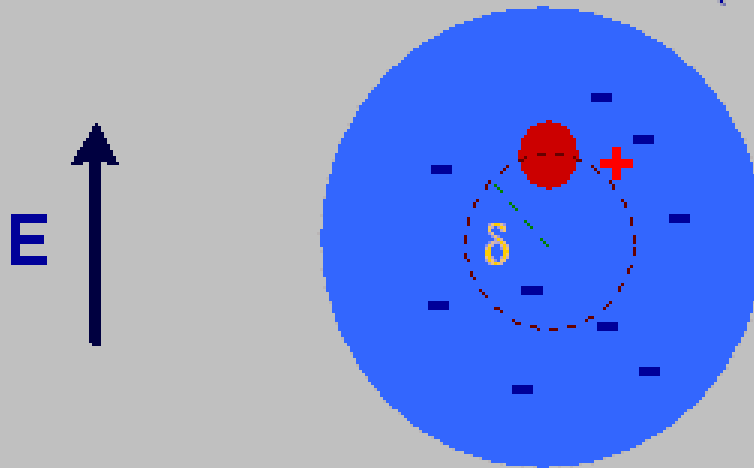
*privi di momento di dipolo proprio
(es. atomo di H)*

*con momento di dipolo proprio
(es. molecola H_2O)*

Modello atomico semplificato

Carica +va puntiforme (nucleo)

Carica -va distribuita (elettroni)



Campo nel punto in cui si trova il nucleo:
quello dovuto alla carica contenuta entro il
raggio δ

$$E_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q(\delta)}{\delta^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^3} \delta$$

$$\rightarrow F = ZeE_{\text{int}} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R^3} \delta$$

In condizioni di equilibrio:

$$ZeE_{\text{int}} = ZeE$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Ze)^2}{R^3} \delta = ZeE \rightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Ze}{R^3} \delta = E$$

$$\rightarrow \delta = 4\pi\epsilon_0 \frac{R^3}{Ze} E$$

Momento di dipolo indotto

Il campo esterno distorce leggermente la struttura atomica inducendo un *momento di dipolo elettrico*

$$p = (Ze) \delta = 4\pi\epsilon_0 R^3 E$$

$$p = \alpha E \quad \alpha \text{ polarizzabilita'}$$

$$\rightarrow \alpha = 4\pi\epsilon_0 R^3$$

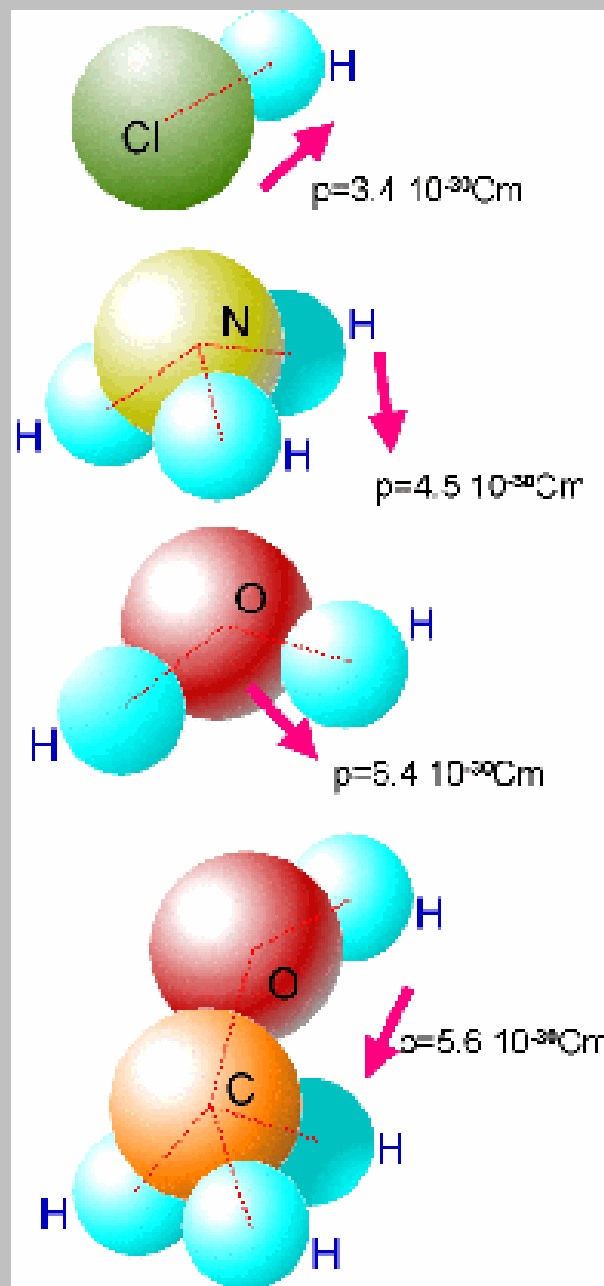
Esempio: atomo di idrogeno

$$\alpha = 4\pi\epsilon_0 R^3$$

$$R = 0.53 \cdot 10^{-10} \text{ m}$$

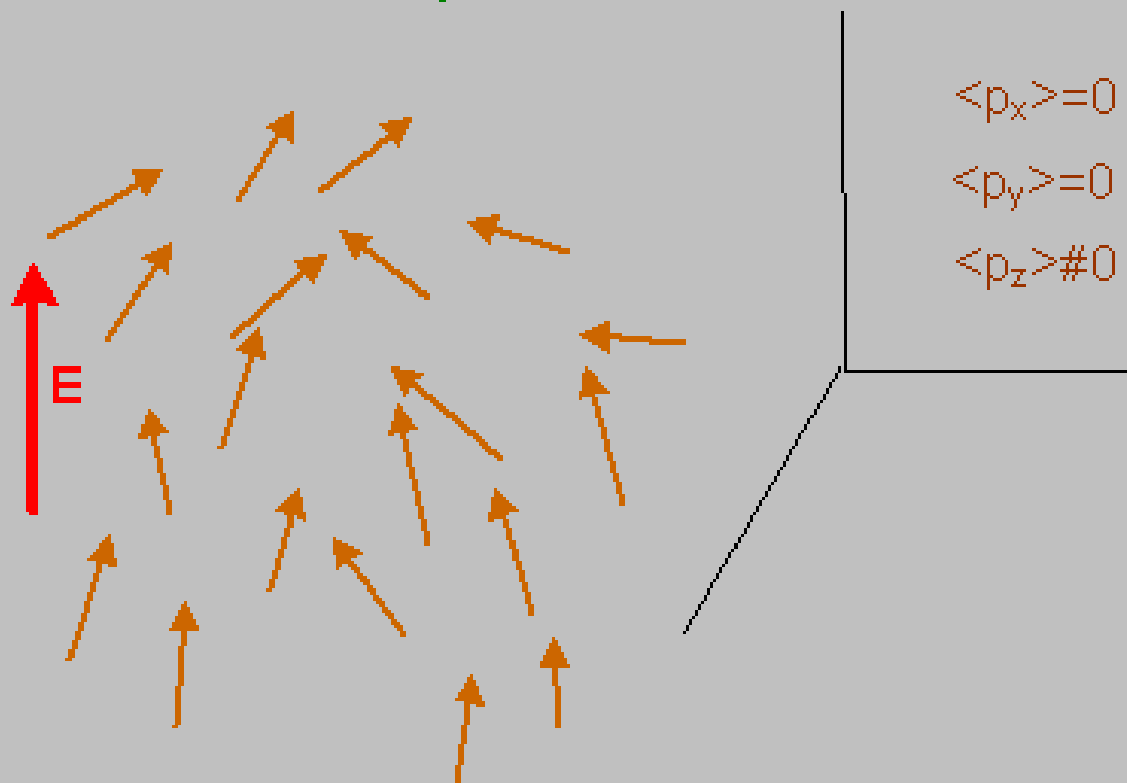
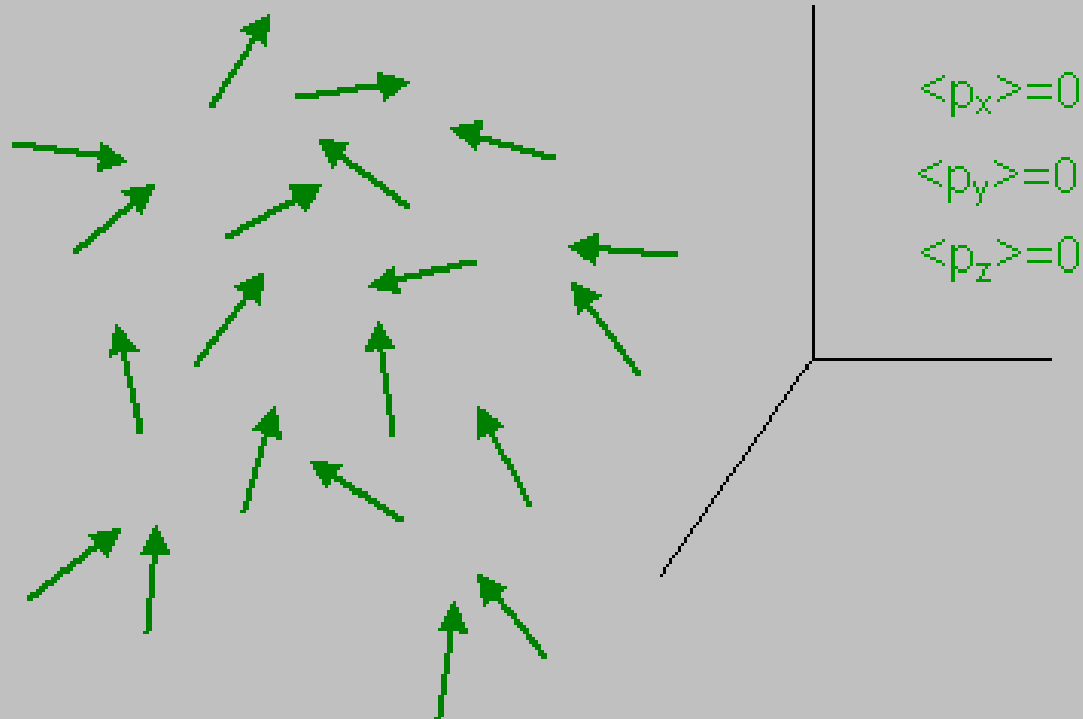
$$\rightarrow \alpha = 12.56 \cdot 8.82 \cdot 10^{-12} \cdot 0.12 \cdot 10^{-30} = 1.3 \cdot 10^{-41} \text{ Fm}^2$$

Momento di dipolo permanente



(da V.Gracco - Fisica generale II)

Polarizzazione per orientamento



Polarizzazione per orientamento - 1

Allineamento con il campo esterno:
contrastato da agitazione termica

Energia potenziale di un dipolo in c. esterno:

$$U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$$

Quanti dipoli avranno energia U quando il
dielettrico sta alla temperatura T ?

Distribuzione di Boltzmann:

$$\frac{dn}{dU} \propto e^{-\frac{U}{kT}}$$

Quindi:

$$\frac{dn}{dU} \propto e^{-\frac{U}{kT}} = e^{\frac{pE}{kT}}$$

Polarizzazione per orientamento - 2

Se avessimo un sistema 1-dimensionale:
differenza fra numero di dipoli allineati e
antiallineati

$$\left. \frac{dn}{dU} \right|_+ - \left. \frac{dn}{dU} \right|_- \propto e^{\frac{pE}{kT}} - e^{-\frac{pE}{kT}}$$

Differenza frazionaria:

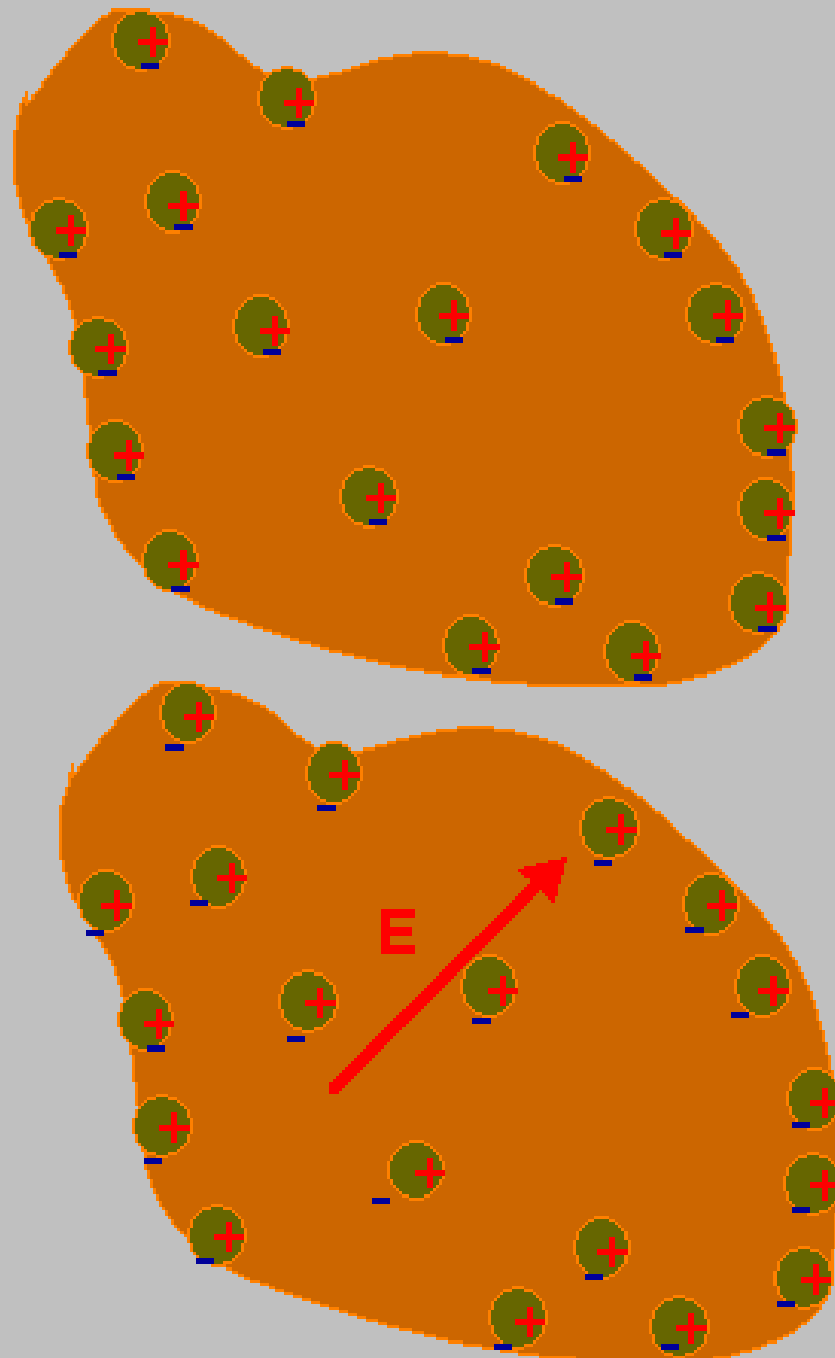
$$\frac{\left. \frac{dn}{dU} \right|_+ - \left. \frac{dn}{dU} \right|_-}{\left. \frac{dn}{dU} \right|_+ + \left. \frac{dn}{dU} \right|_-} \propto \frac{e^{\frac{pE}{kT}} - e^{-\frac{pE}{kT}}}{e^{\frac{pE}{kT}} + e^{-\frac{pE}{kT}}}$$

Si dimostra che, in 3 dimensioni:

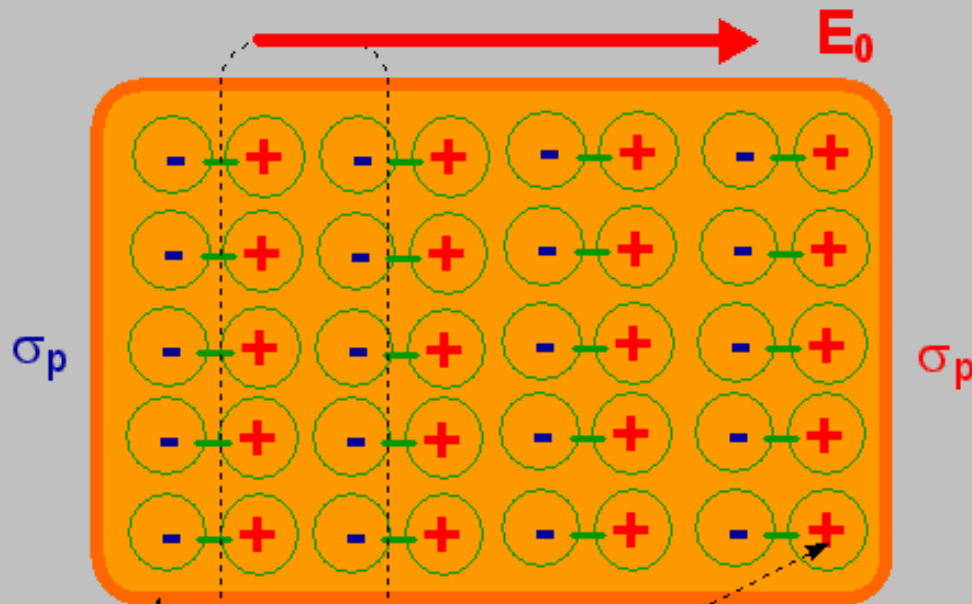
$$\langle p_z \rangle \simeq \frac{1}{3} \frac{p^2 E_z}{kT}$$

Dielettrico in un campo esterno - 1

Sia per orientamento, sia per induzione dei dipoli il dielettrico si *polarizza* (separazione delle cariche)



Dielettrico in un campo esterno - 2



$Q=0$ se $\mathbf{P}$ uniforme entro il dielettrico

Cariche superficiali non compensate
cariche di polarizzazione

Vettore polarizzazione:
momento di dipolo per unita' di volume

$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$ momento di dipolo

$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = nq\mathbf{d}$ vettore polarizzazione

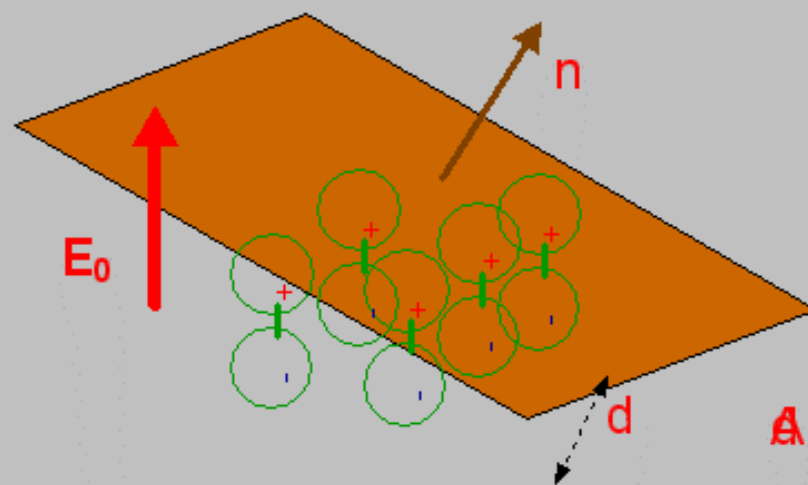
In generale:

se $\mathbf{P}$ non e' uniforme, anche densita' di volume di cariche di polarizzazione

Dielettrico in un campo esterno - 3

Densita' superficiale di carica di polarizzazione: carica per unita' di superficie

Quella contenuta nell'elemento di volume di spessore d :



Il volumetto ha spessore d perche' in volumi piu' spessi la carica totale e' zero

$$dQ = dA \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{n}} q N$$

$$\rightarrow \frac{dQ}{dA} = N q \mathbf{d} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}}$$

Densita' superficiale: componente normale del vettore polarizzazione

Campo esterno ed interno

Presenza di cariche di polarizzazione:

Contributo al campo elettrico fuori dal dielettrico

(Essenzialmente: simile a un dipolo)

Campo aggiuntivo entro il dielettrico, con orientazione opposta a quello esterno

Caso semplice:

Geometria rettilinea

Cariche di polarizzazione superficiali

2 strati superficiali con densità $\pm \sigma$:

$$E_p = 2 \times \frac{\sigma_p}{2\epsilon_0} = \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} = \frac{P}{\epsilon_0}$$

$$\rightarrow E_T = E_{ext} - E_p = E_{ext} - \frac{\sigma_p}{\epsilon_0} = E_{ext} - \frac{P}{\epsilon_0} \quad \text{Campo interno totale}$$

$$P = \epsilon_0 \chi E_T \rightarrow E_T = E_{ext} - \chi E_T \rightarrow E_T (1 + \chi) = E_{ext}$$

$$\rightarrow E_T = \frac{E_{ext}}{1 + \chi}$$

Risultato valido in generale

Dielettrico isotropo lineare

In generale, presenza simultanea di polarizzazione per orientamento e per deformazione:

$$\left. \begin{aligned} \langle p_z \rangle_{or} &\approx \frac{1}{3} \frac{p^2 E}{kT} = \varepsilon_0 \alpha_{or} E \\ \langle p_z \rangle_{def} &\approx \varepsilon_0 4\pi R^3 E = \varepsilon_0 \alpha_{def} E \end{aligned} \right\} \rightarrow \langle p_z \rangle = \varepsilon_0 \alpha E$$

$$\alpha = \alpha_{def} + \alpha_{or} = 4\pi R^3 + \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{p^2 E}{kT}$$

(α ri-definita scorporando ε_0)

Per unita' di volume:

$$\langle P_z \rangle = n\varepsilon_0 \left(4\pi R^3 + \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{p^2}{kT} \right) E$$

Componente del vettore polarizzazione

Relazione costitutiva

Relazione "empirica" fra polarizzazione e campo applicato:

$$\mathbf{P} = n\mathbf{p} = \varepsilon_0 n\alpha \mathbf{E} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

$$\chi = n\alpha \approx n \left(4\pi R^3 + \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{p^2}{kT} \right)$$

Suscettività dielettrica: funzione della temperatura e della frequenza

Definizione:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi$$

*Costante dielettrica relativa
Spostamento elettrico*

Valori caratteristici

$\alpha \sim \alpha_{\text{def}} \propto \text{volume} \sim \text{costante}$ per atomi come questi

$$\epsilon_r = 1 + \chi$$

$\chi \propto n \propto \text{densita'}$

$$\text{dens}_{\text{liq}} \sim 1000 \text{ dens}_{\text{gas}}$$

$$\rightarrow \epsilon_{r(\text{liq})} \sim (1 + 1000 * 5 \cdot 10^{-4}) \epsilon_{r(\text{gas})}$$

costanti dielettriche

Valori statici, a T ambiente salvo gas liquefatti

Sostanza	ϵ_r
N ₂ (gas ,1 atm)	1.00059
N ₂ (liquido)	1.454
Ar (gas,1 atm)	1.00055
Ar (liquido)	1.544
O ₂ (gas,1 atm)	1.00053
O ₂ (liquido)	1.510
Vetro	~4.0
Carta	2 - 4
Plexiglas	2.4
Polistirene	2.6
Polietilene	2.3
Benzene	2.28
Gomma	4.1
NaCl	6.12
Quarzo SiO ₂ (⊥ asse ottico)	4.34
" " (// asse ottico)	4.27
Alcol etilico(0 °C)	28.4
H ₂ O distillata(20 °C)	80.

$$\alpha \sim \alpha_{\text{orien}}$$

$$\epsilon_r = 1 + \chi \approx \chi$$