Proprieta' dei 3 vettori elettrici

Campo elettrico: legato a tutte le cariche
Campo che fissa la forza agente su una carica di prova

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \rho = \text{densita' di carica } totale$$

Spostamento elettrico: campo legato alle cariche libere (non di polarizzazione).
Polarizzazione: campo legato alle cariche di polarizzazione
Infatti:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \nabla \cdot \left(\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}\right) = \varepsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} + \nabla \cdot \mathbf{P}$$

$$\rightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon_0 \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0} + \nabla \cdot \mathbf{P}$$

$$\oiint_S \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} dA = -\iiint_V \rho_{pol} dV \left(= -\iint_S \sigma dA \right)$$

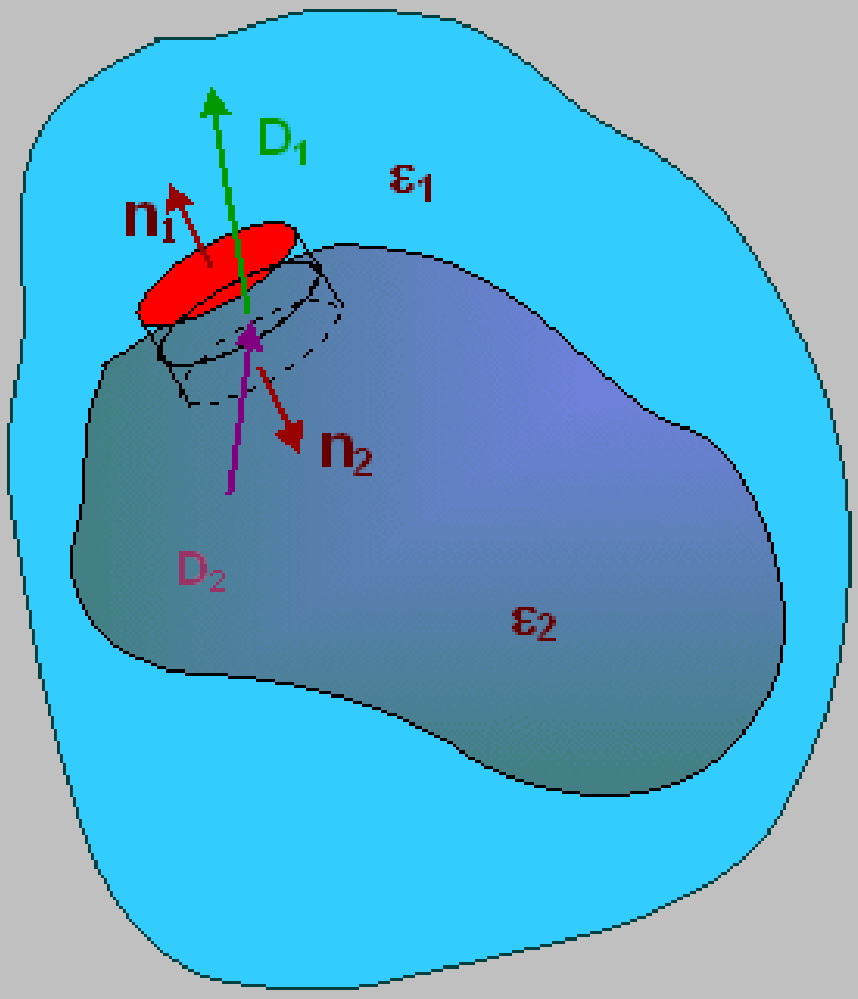
Teorema della divergenza:

$$\nabla \cdot \mathbf{P} = -\rho_{pol}$$

$$\rightarrow \nabla \cdot \mathbf{D} = \varepsilon_0 \frac{\rho_{tot}}{\varepsilon_0} - \rho_{pol} = \rho_{lib}$$

Significato del segno -
div=lim flusso/superficie
Ma per ***P***, su un volumetto alla superficie del dielettrico:
flusso ***entrante*** $\rightarrow q$ **+va**
flusso ***uscente*** $\rightarrow q$ **-va**
(opposto a quel che accade con ***E***) $\rightarrow$ segno -

Proprieta' di E e D all'interfaccia fra 2 mezzi - 1



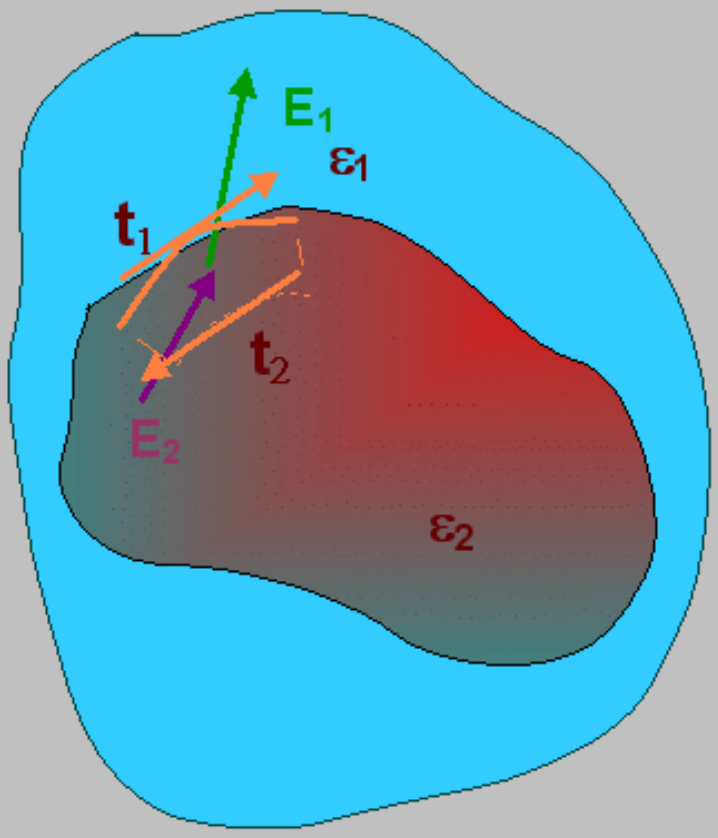
$$\Phi_{cil}(\mathbf{D}) = q_{lib} = 0$$

$$\text{Flusso sup.laterale} \rightarrow 0$$

$$\rightarrow \mathbf{D}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{D}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2$$

La componente normale di **D** si conserva

Proprieta' di E e D all'interfaccia fra 2 mezzi



$$\oint_C \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} = 0$$

Circuitazione lati corti $\rightarrow 0$

$$\rightarrow \mathbf{E}_1\cdot\hat{\mathbf{t}}_1 = \mathbf{E}_2\cdot\hat{\mathbf{t}}_2$$

Valida per campi statici

In generale:

$$\oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} = -\frac{\partial \Phi_C(\boldsymbol{B})}{\partial t}$$

Ma: se *h(percorso)* $\rightarrow 0$ allora

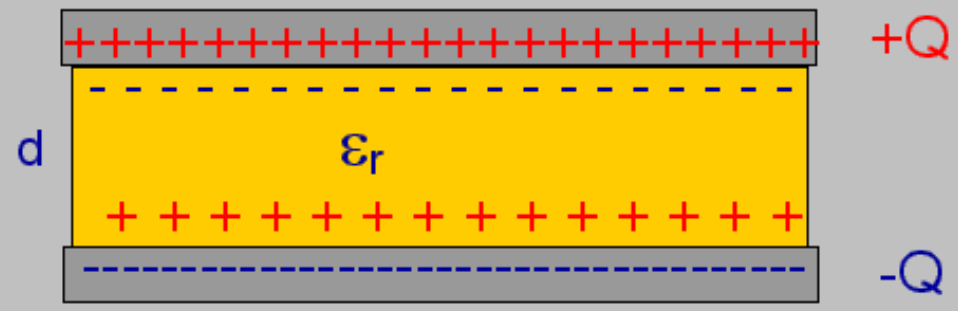
$$\Phi_C(\boldsymbol{B}) \approx \boldsymbol{B}\cdot\boldsymbol{A} \rightarrow 0$$

$$\rightarrow \oint_C \boldsymbol{E}\cdot d\boldsymbol{s} \rightarrow 0$$

anche per campi variabili

La componente tangenziale di **E** si conserva

Condensatore con dielettrico



E,D uniformi e perpendicolari alle armature

D legato alle cariche libere

$$D = D_n = \sigma_{lib} = \frac{Q}{A}$$

$$\rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$$

Diff. di potenziale e polarizzazione:

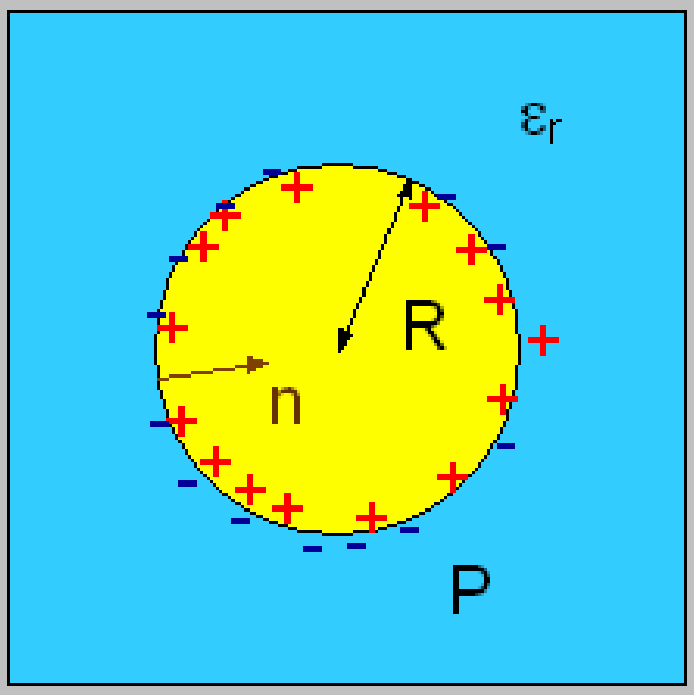
$$V = Ed = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A} d$$

$$\rightarrow C = \frac{Q}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}{d} = \varepsilon_r C_{vuoto} > C_{vuoto}$$

$$\sigma_{pol} = P_n = P = \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_r - 1\right) \frac{Q}{\varepsilon_r A} = \frac{\left(\varepsilon_r - 1\right) Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$$

Sfera carica in un dielettrico

Sfera metallica



$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{lib} \rightarrow D(r) 4\pi r^2 = Q$$

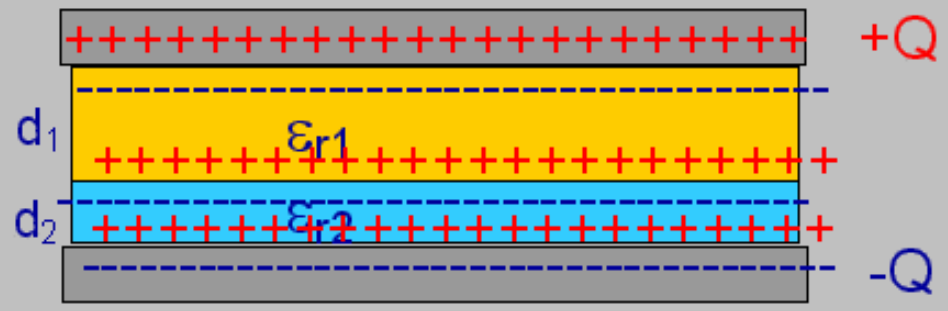
$$D = \frac{Q}{4\pi r^2} \rightarrow E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$$

$$P = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) E = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$$

$$\rightarrow P = \frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r} \frac{Q}{4\pi r^2}$$

$$\sigma_{pol} = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} = -\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r} \frac{Q}{4\pi R^2} = -\frac{(\varepsilon_r - 1)}{\varepsilon_r} \sigma_{lib}$$

Condensatore con 2 dielettrici



E,D uniformi e perpendicolari alle armature

$$D_{n1} = D_{n2} \rightarrow \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} E_2$$

D legato alle cariche libere

$$D_{n1} = D_{n2} = \sigma_{lib} = \frac{Q}{A}$$

$$\rightarrow E_1 = \frac{D_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r1} A}, E_2 = \frac{D_1}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2}} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_{r2} A}$$

Diff. di potenziale:

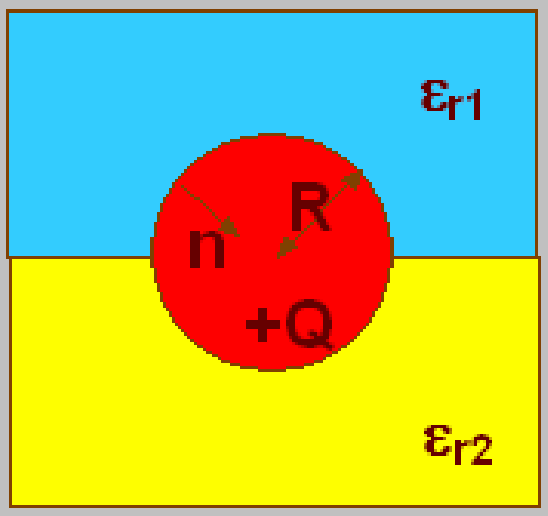
$$V = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}\left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V} = \varepsilon_0 A \left(\frac{d_1}{\varepsilon_{r1}} + \frac{d_2}{\varepsilon_{r2}}\right)^{-1}$$

$$P_1 = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{r1} - 1\right) E_1 \frac{\varepsilon_{r1} - 1}{\varepsilon_{r1}} \frac{Q}{A} = \sigma_{pol1}$$

$$P_2 = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{r2} - 1\right) E_2 \frac{\varepsilon_{r2} - 1}{\varepsilon_{r2}} \frac{Q}{A} = \sigma_{pol2}$$

Sfera metallica fra 2 dielettrici



$$D 4\pi r^2 = Q \rightarrow D = \frac{Q}{4\pi r^2}, r > R$$

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E \rightarrow E = \frac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r r^2}$$

$$\rightarrow E = \begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{r1} r^2} \\ \dfrac{Q}{4\pi \varepsilon_0 \varepsilon_{r2} r^2} \end{cases}$$