Proprieta' magnetiche della materia

Situazione analoga a quella dei materiali isolanti in presenza di c.elettrici (polarizzazione,...)

Materiali: possono magnetizzarsi in presenza di un campo magnetico esterno

Per i dielettrici: *riarrangiamento di cariche*
Per i materiali magnetici: *correnti?*

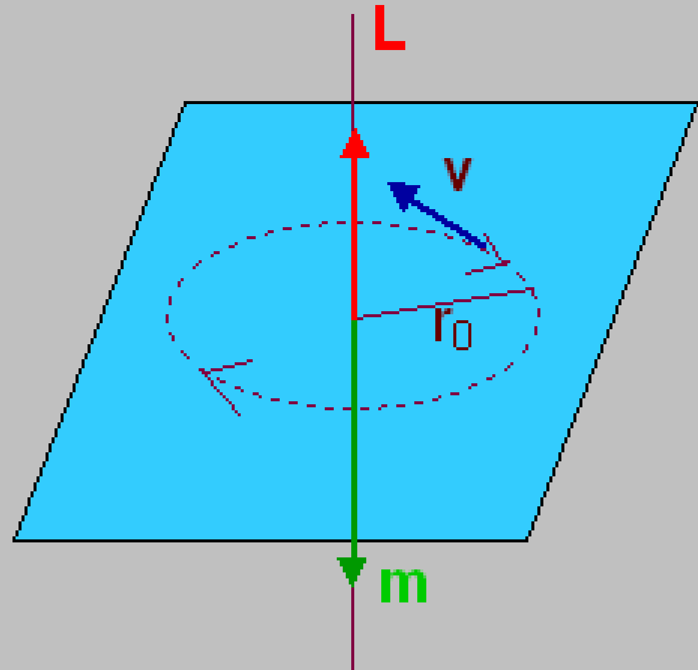
Moto degli elettroni: *correnti atomiche*
Quindi: *momenti di dipolo magnetico*

Materiali *paramagnetici*: molecole dotate di momento magnetico proprio

Materiali *ferromagnetici*: come i paramagnetici, ma danno luogo a magnetizzazione permanente

Materiali *diamagnetici*: molecole prive di momento di dipolo magnetico proprio

Momenti di dipolo atomici



Modello semplificato: elettrone in orbita circolare attorno a protone

$$m_e \frac{v^2}{r_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_0^2} \rightarrow v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r_0}} \quad \text{velocita' elettrone}$$

$$\tau = \frac{2\pi r_0}{v} = 2\pi r_0 \sqrt{\frac{4\pi\varepsilon_0 m_e r}{e^2}} = \frac{4\pi}{e}\sqrt{\pi\varepsilon_0 m_e r_0^3} \quad \text{periodo orbita}$$

$$L = m_e v r_0 \quad \text{mom. angolare orbitale}$$

$$\mu_{orb} = \pi r_0^2 i = -\pi r_0^2 \frac{e}{\tau} = -\frac{1}{2} e r_0 v \quad \text{mom. dipolo magnetico orbitale}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m_e}\mathbf{L}$$

Momenti orbitali e di spin

Moto orbitale: simile a quello di rivoluzione annua della Terra attorno al Sole

In piu': moto di spin (rotazione dell'elettrone attorno al suo asse), anaolgo alla rotazione diurna della Terra

Effetto totalmente quantistico-relativistico

Come per il moto orbitale:
momento magnetico di spin μ_{spin}

Momento magnetico totale:

$$\boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_{orb} + \boldsymbol{\mu}_{spin}$$

Somma vettoriale si fa con le regole quantistiche, puo' essere 0 anche se L # 0

Paramagnetismo

μ_{atomo} # 0: orientamento dipoli

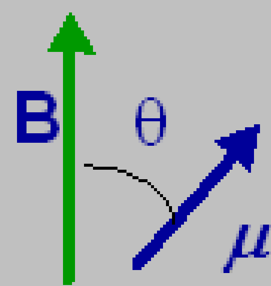
Diamagnetismo

$\mu_{atomo} = 0$

L_{atomo} # 0 precessione di Larmor

Magnetizzazione per orientamento - 1

Situazione simile a quella dei dielettrici polari:



En. potenziale dipolo in c. esterno:

$$U = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}$$

Fattore di Boltzmann (distribuzione di frequenza statistica per energia U):

$$f(U)\,dU \propto e^{-\frac{U}{kT}}dU$$

Valor medio componenti dipolo:

$$\langle \mu_x \rangle = \langle \mu_y \rangle = 0$$

$$\langle \mu_z \rangle \propto \int_{U_{\min}}^{U_{\max}} \mu_z e^{-\frac{U}{kT}} dU = \int_{+1}^{-1} \mu_a \cos\theta e^{\frac{\mu_a \cos\theta}{kT}} \mu_a d\left(\cos\theta\right)$$

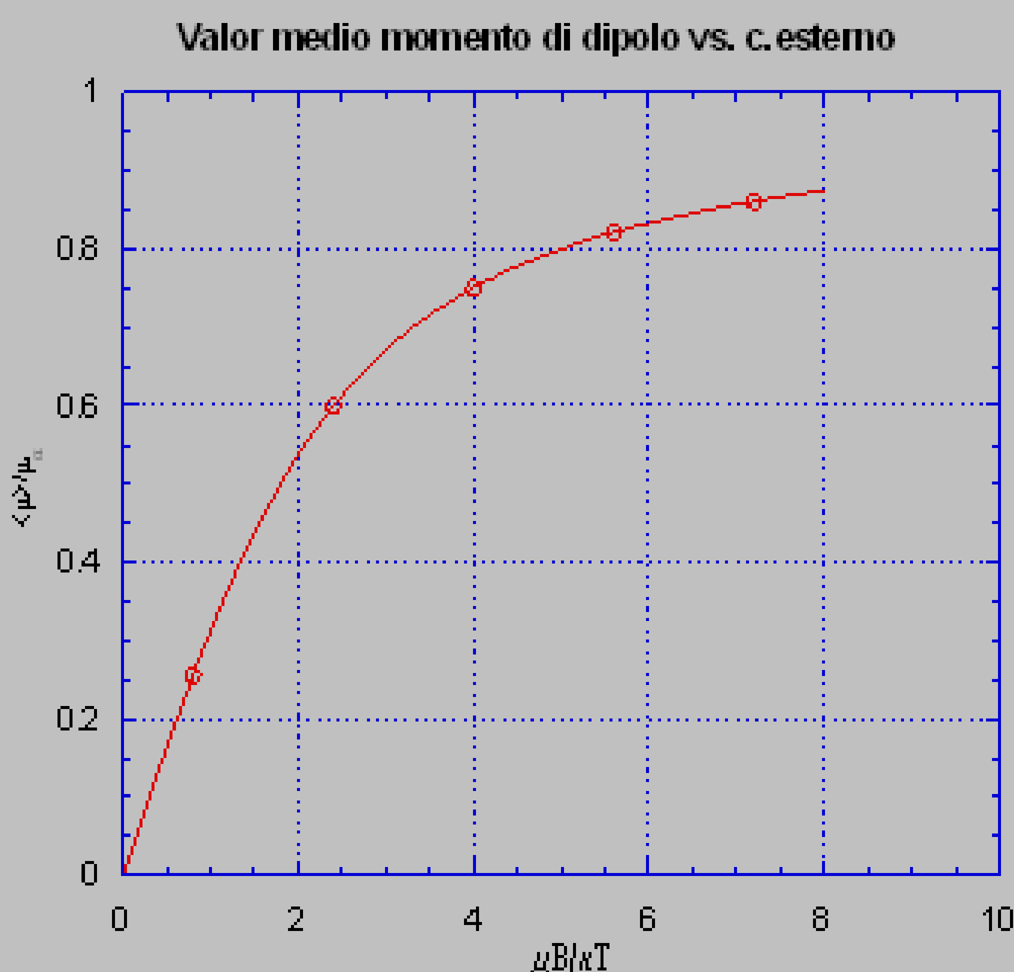
Magnetizzazione per orientamento - 2

Risultato del calcolo:

$$\langle \mu_z \rangle \simeq \frac{1}{3}\frac{\mu_{at}^2 B}{kT}$$

valida per alte temperature

Andamento completo:



Diamagnetismo - 1

Spira equivalente immersa in campo esterno : *raggio costante* (v.dopo)
Si consideri la variazione del ampo. esterno da 0 al valore B:

$$V = -\frac{\partial \Phi(\mathbf{B})}{\partial t} = -A\frac{\partial B}{\partial t} \text{ legge di Faraday}$$

$$E = \frac{V}{2\pi r} \text{ c. elettrico indotto}$$

$$\rightarrow E = \frac{V}{2\pi r} \rightarrow m\frac{dv}{dt} = eE = e\frac{V}{2\pi r} = -\frac{e}{2\pi r}\frac{\partial \Phi(\mathbf{B})}{\partial t}$$

Quindi:

$$m_e\frac{dv}{dt} = -\frac{e}{2\pi r}\frac{\partial \Phi(\mathbf{B})}{\partial t} \rightarrow \Delta v = -\frac{e}{2\pi r m_e}\Delta\Phi$$

$$v = \omega r \rightarrow \Delta v = \Delta\omega r$$

$$\rightarrow \Delta\omega \equiv \omega_L = -\frac{e}{2\pi r^2 m_e}\Delta\Phi = -\frac{e}{2\pi r^2 m_e}\pi r^2 B$$

$$\rightarrow \omega_L = -\frac{e}{2m_e}B$$

Diamagnetismo - 2

Quindi: frequenza di rivoluzione decrementa di ω_L; quindi cambia la corrente equivalente:

$$i = \frac{e}{\tau} = \frac{ev}{2\pi r} = \frac{e\omega}{2\pi} \rightarrow i = \frac{e\left(\omega + \omega_L\right)}{2\pi}$$

$$\rightarrow i = \frac{e\left(\omega - \dfrac{e}{2m_e}B\right)}{2\pi}$$

$$\rightarrow \Delta\mu = \pi r^2 \Delta i = -\frac{e^2 r^2}{4m_e} B \text{ mom. dipolo indotto}$$

Nel caso generale si dimostra

$$\Delta\mu = -\frac{Ze^2 r^2}{6m_e} B \quad \text{mom. dipolo indotto}$$

(effetto di diverse orbite possibili in un atomo con Z elettroni)

Diamagnetismo - 3

Perche' raggio = costante?
Durante il processo, B cresce
Sull'elettrone agisce, istante per istante, la forza di Lorentz:

$$\mathbf{F} = e\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

$$v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r_0}} \rightarrow F = \frac{e^2 B}{\sqrt{4\pi\varepsilon_0 m_e r_0}}$$

Alla fine della variazione di B:

$$\boldsymbol{F}_L = e\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$$

$$\boldsymbol{v} \simeq \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}} \rightarrow |F_L| \simeq \sqrt{\frac{e^4}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}}B$$

$$\Delta F_{cent} = m_e\frac{(\boldsymbol{v}+\Delta\boldsymbol{v})^2 - \boldsymbol{v}^2}{r} \simeq 2\boldsymbol{v}\Delta\boldsymbol{v}\frac{m_e}{r}, \quad \Delta\boldsymbol{v} \ll \boldsymbol{v}$$

$$\Delta F_{cent} \simeq 2\sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}}\left(-\frac{e}{2\pi r m_e}\pi r^2 B\right)\frac{m_e}{r}$$

$$|\Delta F_{cent}| = \sqrt{\frac{e^4}{4\pi\varepsilon_0 m_e r}}B$$

Quindi:
forza di Lorentz = incremento di forza centripeta necessario a mantenere l'elettrone sull'orbita
$\rightarrow$ raggio costante

Magnetizzazione, suscettivita'

Vettore magnetizzazione: mom. di dipolo per unita' di volume

$$\mathbf{M} = \langle \boldsymbol{\mu} \rangle n$$

no. molecole/unita' di volume

Espressione per **M**:

$$\mathbf{M} = -n \frac{Ze^2 r^2}{6m_e} \mathbf{B} \quad \textit{diamagnetico}$$

$$\mathbf{M} = n \frac{\mu_{at}^2}{3kT_e} \mathbf{B} \quad \textit{paramagnetico}$$

Magnetizzazione totale:

$$\mathbf{M} = n \left(\frac{\mu_{at}^2}{3kT_e} - \frac{Ze^2 r^2}{6m_e} \right) \mathbf{B}$$

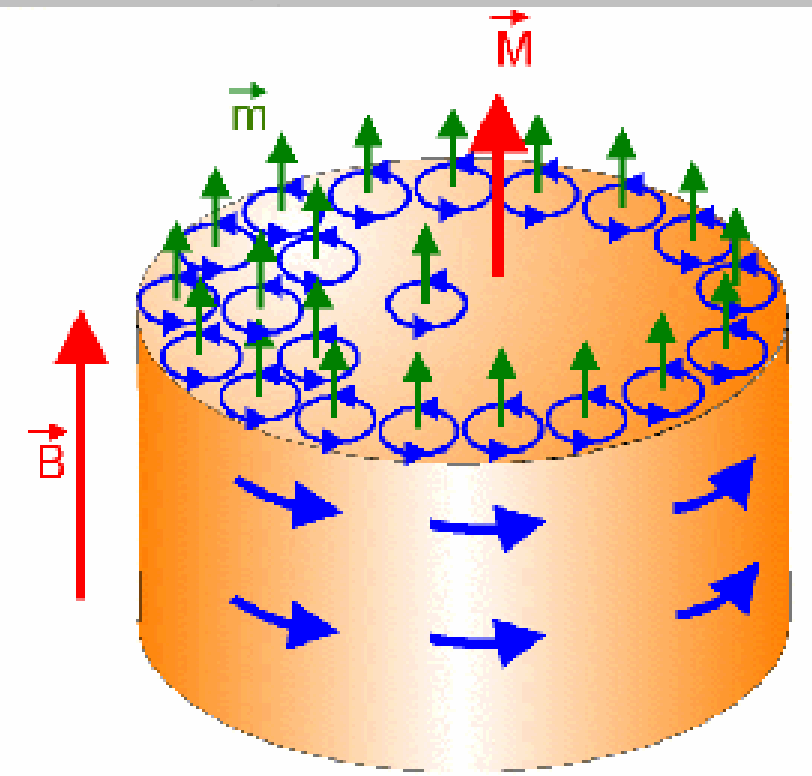
$$\mathbf{M} = \frac{\chi_m}{\mu_0 (1 + \chi_m)} \mathbf{B}, \quad \chi_m \ \textit{suscettivita' magnetica}$$

$$\chi_m \cong n\mu_0 \left(\frac{\mu_{at}^2}{3kT_e} - \frac{Ze^2 r^2}{6m_e} \right) \quad \text{se } \chi_m \ll 1$$

Interpretazione della magnetizzazione - 1

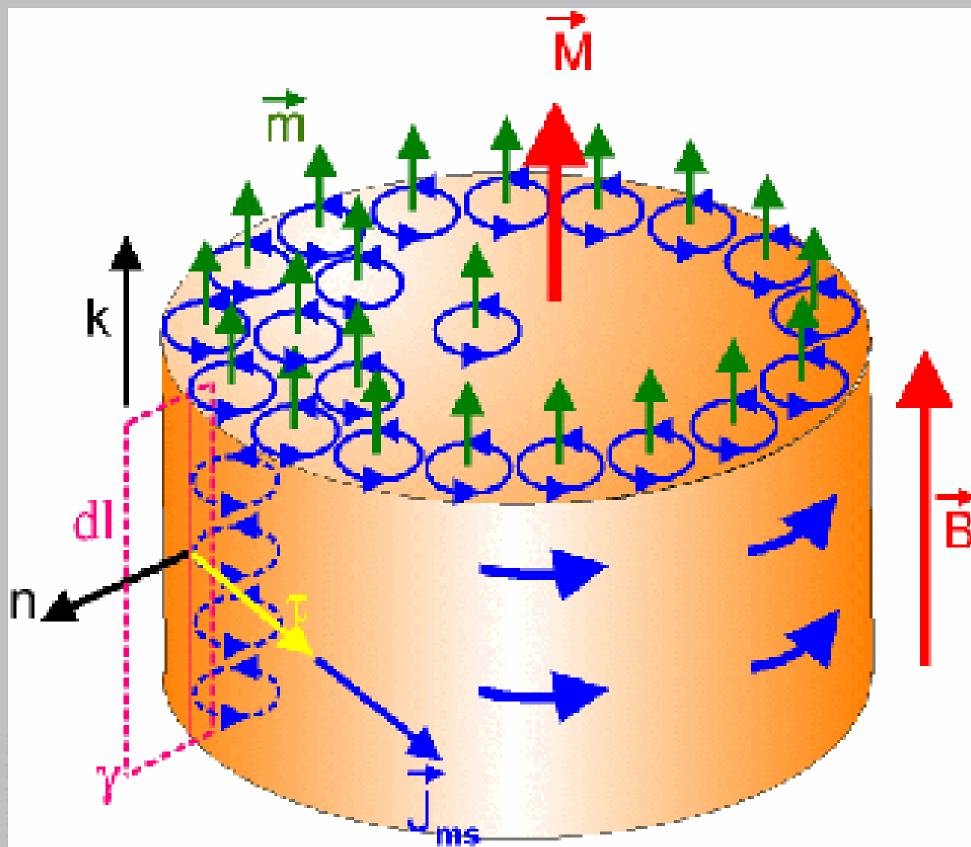
Procedura analoga al caso della polarizzazione dielettrica:

cariche superficiali-polarizzazione
correnti superficiali-magnetizzazione



$$\vec{M} = \lim \frac{\sum_{1}^{n} \vec{m}_i}{\Delta V} = \lim \frac{n < \vec{m} >}{\Delta V} = N < \vec{m} >$$

Interpretazione della magnetizzazione - 2



$$dI_{super} = \vec{J}_{ms} \cdot \vec{\tau}\, dl$$

$$\boxed{\vec{J}_{ms} = \vec{M} \times \hat{n}}$$

Valori tipici di suscettivita'

Permeabilita' relative

Materiale	μ_r	$\chi_m = \mu_r - 1$
Paramagnetico		
Alluminio	1.000021	$2.0 \; 10^{-5}$
Magnesio	1.000012	$1.2 \; 10^{-5}$
Palladio	1.00082	$8.2 \; 10^{-4}$
Titanio	1.00018	$1.8 \; 10^{-4}$
Diamagnetico		
Bismuto	.99983	$-17 \; 10^{-5}$
Oro	.99996	$-4 \; 10^{-5}$
Argento	.99998	$-2 \; 10^{-5}$
Rame	.99999	$-1 \; 10^{-5}$
Ferromagnetico		
Nickel	250	249
Cobalto	600	599
Ferro(puro)	4000	
Mumetal	100000	

Vettori magnetici

Situazione analoga a quella nei materiali dielettrici:

B vettore *campo magnetico* (e' quello che compare nell'equazione della forza) - legato a tutte le correnti, vere e di magnetizzazione

M vettore *magnetizzazione* - legato alle correnti di magnetizzazione

H vettore *campo magnetizzante* - legato alle correnti vere

Relazione fra i 3 vettori:

permeabilita' magnetica

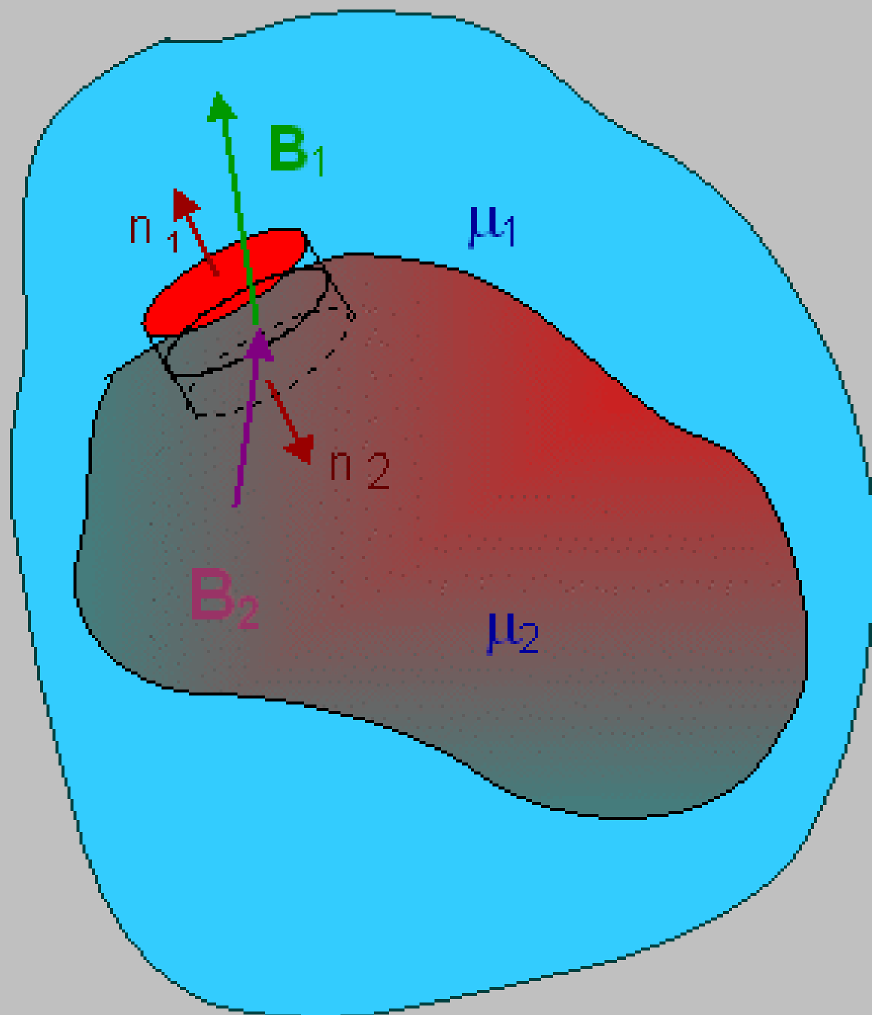
$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

$$\rightarrow \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0}\frac{\chi_m}{1+\chi_m}\mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0}\frac{\mu_r - 1}{\mu_r}\mathbf{B}$$

$$\rightarrow \mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

Proprieta' di B e H all'interfaccia fra 2 mezzi - 1



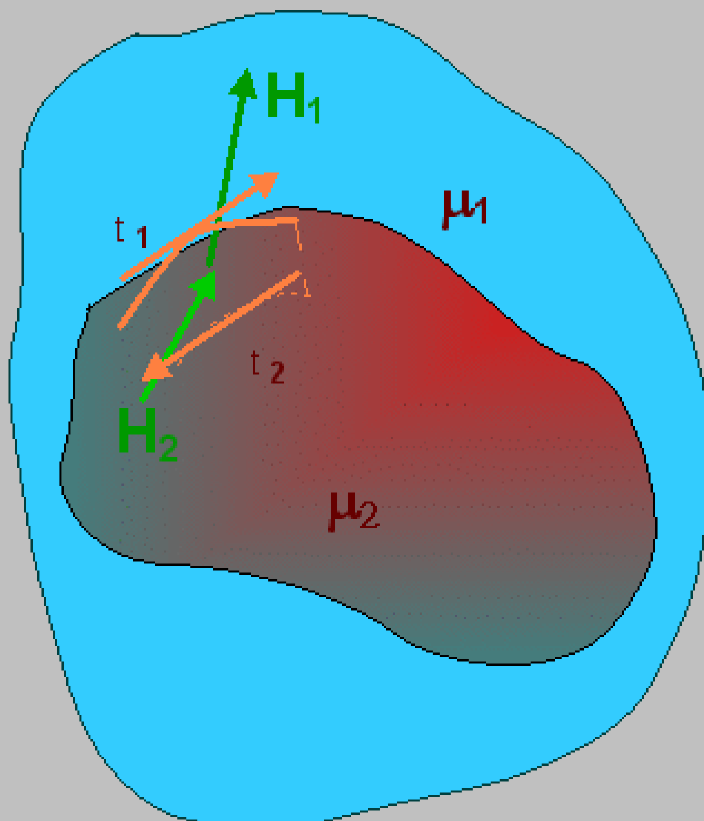
$$\Phi_{cil}\left(\mathbf{B}\right)=0$$

Flusso sup. laterale $\rightarrow 0$

$$\rightarrow \mathbf{B}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 = \mathbf{B}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2$$

La componente normale di ***B*** *si conserva*

Proprieta' di B e H all'interfaccia fra 2 mezzi - 2



$$\oint_C \mathbf{H} \cdot d\mathbf{s} = 0 \text{ in assenza di correnti libere}$$

$$\text{Circuitazione lati corti} \rightarrow 0$$

$$\rightarrow \mathbf{H}_1 \cdot \hat{\mathbf{t}}_1 = \mathbf{H}_2 \cdot \hat{\mathbf{t}}_2$$

La componente tangenziale di **H** si conserva

Risultato valido anche per campi variabili
($\Phi(\mathbf{E}) \rightarrow 0$ se lati corti $\rightarrow 0$)