

Confronto fra i 3 vettori elettrici e magnetici

Materiale *lineare, isotropo*

Relazioni fra i vettori elettrici:

$$\underbrace{D}_{\text{cariche vere}} = \varepsilon_0 \underbrace{E}_{\text{tutte le cariche}} + \underbrace{P}_{\text{cariche polarizzazione}}$$

$$P = \varepsilon_0 \chi E \quad \chi = n\alpha \approx n \left(4\pi R^3 + \frac{1}{3\varepsilon_0} \frac{P^2}{kT} \right) > 0$$

$$\rightarrow D = \varepsilon_0 E + \varepsilon_0 \chi E = \varepsilon_0 (1 + \chi) E = \varepsilon_0 \varepsilon_r E$$

$$E = \frac{D}{\varepsilon_0} - P$$

Il campo creato dalle cariche di polarizz. si *sottrae* da quello esterno (sempre)

Relazioni fra i vettori magnetici:

$$\underbrace{H}_{\text{correnti vere}} = \frac{1}{\mu_0} \underbrace{B}_{\text{tutte le correnti}} - \underbrace{M}_{\text{correnti magnetizzazione}}$$

$$M = \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} B \quad \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \approx n\mu_0 \left(\frac{\mu^2}{3kT} - \frac{Zer^2}{6m_e} \right), \chi_m > opp. < 0$$

$$\rightarrow H = \frac{1}{\mu_0} B - \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} B = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{1}{1 + \chi_m} \right) B = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} B$$

$$B = \mu_0 (H + M)$$

Il campo creato dalle correnti di magnetizz. si *somma* a quello esterno (ma: attenzione al segno di χ_m !)

Magnetostatica nei mezzi materiali

Vuoto:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j}_{est} \end{cases}$$

Materiale:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{j}_{est} + \mathbf{j}_m) \end{cases}$$

Definizione di $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_{est}$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\mu_r - 1}{\mu_r} \mathbf{B}$$
$$\mu_r = 1 + \chi_m$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad \text{Relazione costitutiva}$$

Elettrostatica nei mezzi materiali

Vuoto:
$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_{est}}{\varepsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

Materiale:
$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_{est} + \rho_{pol}}{\varepsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

Definizione di $\mathbf{D}$:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\rho_{lib}}{\varepsilon_0} \\ \nabla \times \mathbf{E} = 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \mathbf{E}$$

$$\varepsilon_r = 1 + \chi$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad \text{Relazione costitutiva}$$

Significato delle equazioni

1) Campo elettromagnetico in un materiale: descritto da 4 vettori

$$\mathbf{E}, \mathbf{D}; \mathbf{B}, \mathbf{H}$$

2) $\mathbf{D}, \mathbf{H}$ vettori ausiliari; definiti da *relazioni costitutive* rispetto a $\mathbf{E}, \mathbf{B}$ (empiriche/ funzioni di T, ω legate a struttura microscopica)

3) Comportamento di $\mathbf{D}, \mathbf{H}$

Divergenza di $\mathbf{D}$

Rotore di $\mathbf{H}$

legati a sole sorgenti vere: semplice

Tuttavia, un campo vettoriale $\mathbf{e}$ è noto se sono noti *divergenza* $\mathbf{E}$ *rotore*

Equazioni di Maxwell nei mezzi materiali

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{lib}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j}_{lib} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

Nel caso piu' semplice:

ε, μ scalari, indipendenti da $\mathbf{E}, \mathbf{B}$,
indipendenti da T , indipendenti da ω