Isolanti e conduttori

In qualsiasi materiale:

cariche elettriche

In genere, +ve + -ve

Classificazione tradizionale:

isolanti - cariche fisse

conduttori - cariche libere di muoversi

(semiconduttori)

(superconduttori)

Origine delle differenze:

diverse proprieta' atomiche/molecolari

legame chimico

struttura cristallina (solidi)

Comprensione: meccanica quantistica

Proprieta' dei conduttori

$\mathbf{E}_{int}=0$

$\rho_{int}=0$

cariche solo su superficie

sup.conduttore e' equipotenziale

E *ortogonale a superficie*

$\mathbf{E}_{ext}=\sigma/\varepsilon_0\mathbf{n}$

Tutte legate alla presenza di cariche libere

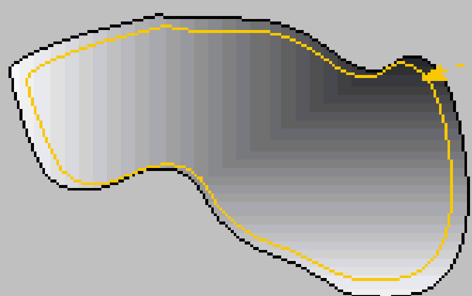
Interpretazione-1

1) **E**=0 all'interno del conduttore

Nel conduttore ci sono cariche libere
Se all'interno **E**#0, le cariche sarebbero in moto, quindi fuori dall'equilibrio.
Quindi: **E**=0 per un conduttore in equillibrio

2) ρ=0 all'interno del conduttore

vedi 1): usiamo il teorema di Gauss



Sup. gaussiana a distanza infinitesima da quella del conduttore

$$\mathbf{E}=0 \rightarrow \Phi(\mathbf{E})=0 \rightarrow q_{int}=0$$

3)cariche solo su superficie

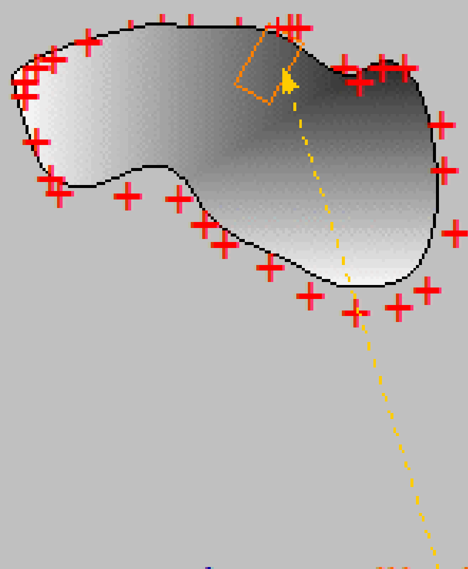
vedi 2): se carichiamo un conduttore, la carica si distribuisce solo sulla superficie

Interpretazione - 2

4)Superficie conduttore: equipotenziale

Se non lo fosse, ci sarebbero dei gradienti di potenziale, quindi dei campi elettrici superficiali che causerbbero il moto delle cariche, quindi non ci sarebbe equilibrio

5)C.elettrico: ortogonale alla superficie



$$\Phi(\mathbf{E}) = \underset{\substack{\text{superficie}\\ \text{cilindro}}}{\oiint} \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} \approx E_{\text{sup}} \Delta S = \frac{\Delta Q}{\varepsilon_0}$$

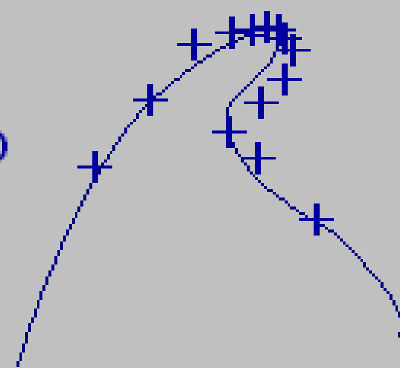
$$\Delta Q = \sigma \Delta S$$

$$\rightarrow E_{\text{sup}} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

Sup. gaussiana: *cilindro*
Base superiore a distanza infinitesima da quella del conduttore

Effetti vari per i conduttori

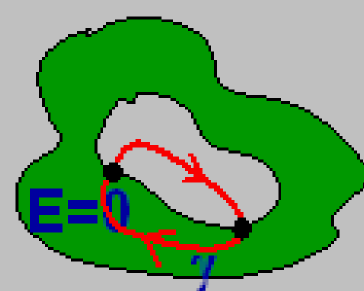
1) Potere delle punte



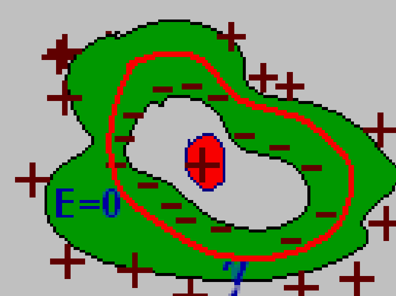
Raggio di curvatura piccolo
Gradiente di V grande
E grande
σ grande
Quindi: carica concentrata vicino alle punte

2)Schermo elettrostatico

Conduttore cavo: E = 0 nella cavita' e sulla parete interna
Altrimenti $\oint_{\gamma} \mathbf{E}\cdot d\mathbf{s} \neq 0$



3) Carica entro cavita'



Carica indotta su parete interna - uguale, opposta
Carica indotta anche su parete esterna - opposta (cons. carica)

Capacita' di un conduttore

Rapporto fra carica e potenziale:

$$C = \frac{Q}{V}$$

Legata alla geometria del conduttore
e alla sua posizione rispetto agli altri

Analogia con gas perfetto:

$$pV = nRT \rightarrow \frac{n}{p} = \left(\frac{V}{RT}\right)$$

analogo a C

Unita' di misura:

$$[C] = [Q]\left[V^{-1}\right] \rightarrow \text{unita}' = 1\ \text{CV}^{-1} = 1\ \text{F (farad)}$$

Capacita' di una sfera

Sfera conduttrice isolata:

campo interno nullo

campo esterno come c.puntiforme

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} \quad r \geq R$$

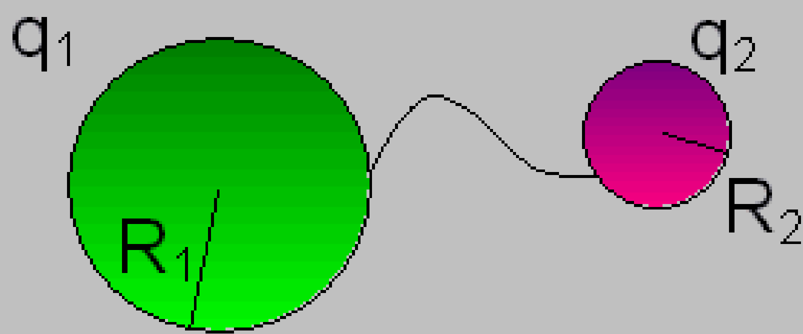
$$V = \text{cost} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} \quad r < R$$

Allora per la capacita':

$$C = \frac{Q}{V(r=R)} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

Es: R=0.1 m	C=11 pF
$R=6.7\ 10^6$ m	C=0.74 mF
$R=9\ 10^9$ m	C=1 F

Due sfere collegate



Collegate: unico conduttore $V_1=V_2$

$$\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 R_1}=\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 R_2}\rightarrow\frac{q_1}{q_2}=\frac{C_1}{C_2}$$

$$\rightarrow q_1=\frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2),q_2=\frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)$$

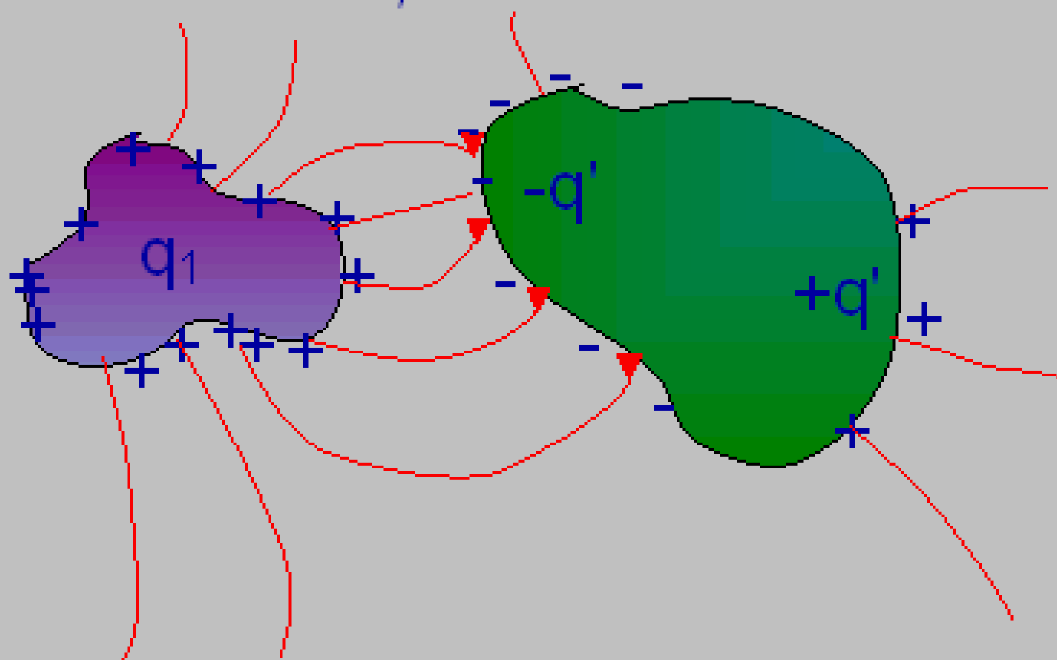
$$\rightarrow\sigma_1=\frac{q_1}{4\pi R_1^2}=\frac{\frac{R_1}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_1^2},\sigma_2=\frac{\frac{R_2}{R_1+R_2}(q_1+q_2)}{4\pi R_2^2}$$

$$\rightarrow\frac{\sigma_1}{\sigma_2}=\frac{R_2}{R_1}=\frac{E_1}{E_2}$$

Potere delle punte...

Sistemi di conduttori

Coppia di conduttori:
1 carico, 2 scarico



Effetto dell'induzione elettrostatica:

$V_1 \to V_1'$ quando si introduce 2

V_1 (in assenza di 2) risente solo di q_1

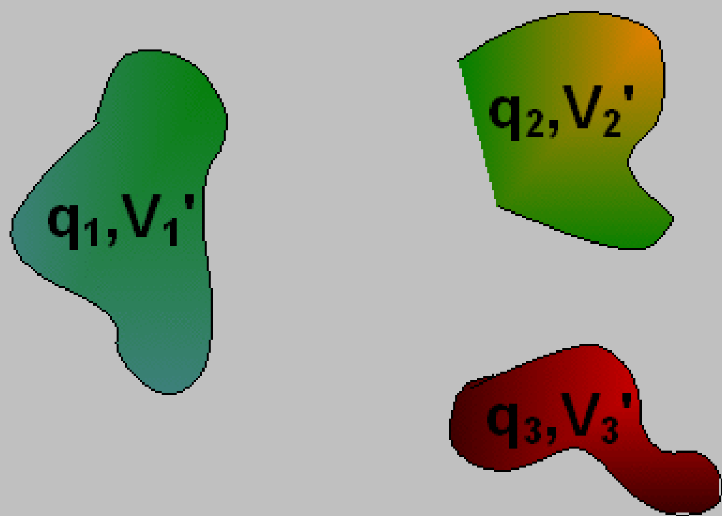
V_1' (in presenza di 2) risente di q_1, $-q'$ e $+q'$

$V_1' < V_1$ perche' $-q'$ e' vicina, $+q'$ lontana

$C \to C' > C$: infatti $C' = \frac{q_1}{V_1'}$

Sistema di conduttori

Ognuno con propria carica q1, q2, ...



Induzione elettrostatica: effetto "molti corpi"

Ogni conduttore induce cariche su tutti gli altri

Inoltre, ogni conduttore ha sua propria carica

Quindi, il potenziale di ogni conduttore e':

$$V_1' = a_{11} q_1 + a_{12} q_2 + \dots.$$
$$V_2' = a_{21} q_1 + a_{22} q_2 + \dots.$$
$$\dots..$$

Matrice di coefficienti: invertibile

$$q_1 = c_{11} V_1' + c_{12} V_2' + \dots.$$
$$q_2 = c_{21} V_1' + c_{22} V_2' + \dots.$$
$$\dots..$$

Matrice delle capacita' mutue

Condensatore

Proprieta' matrice capacita':

$$c_{ij} = c_{ji} \leq 0 \qquad i \neq j$$

$$c_{ii} > 0 \qquad i = j$$

Coppia di conduttori con
cariche proprie uguali e opposte
induzione completa

$$q_1 = -q_2 = q$$

$$\rightarrow \begin{cases} V_1 = a_{11}q - a_{12}q \\ V_2 = a_{21}q - a_{22}q \end{cases}$$

$$\rightarrow V_1 - V_2 = \left(a_{11} + a_{22} - 2a_{12}\right)q$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{V_1 - V_2} = \frac{1}{a_{11} + a_{22} - 2a_{12}}$$

Capacita' del condensatore

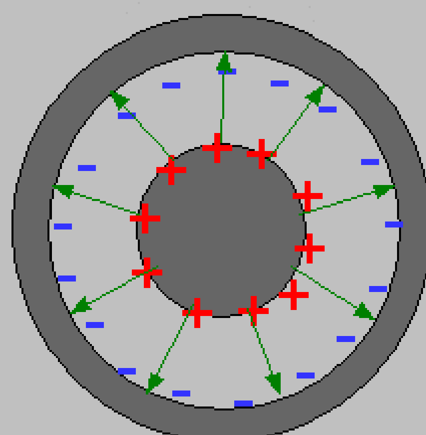
Condensatore

Sistema di 2 conduttori fra i quali esiste *induzione completa:*

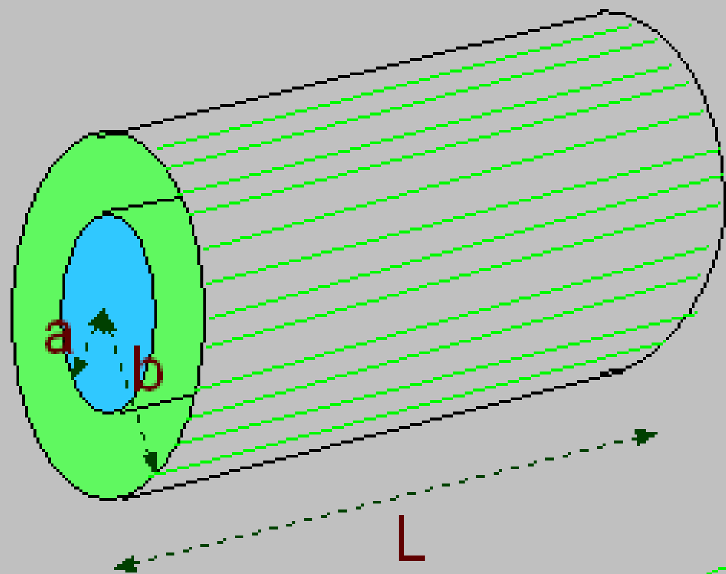
Tutte le linee di forza che escono da 1 finiscono su 2

$$C = \frac{Q}{\Delta V}$$

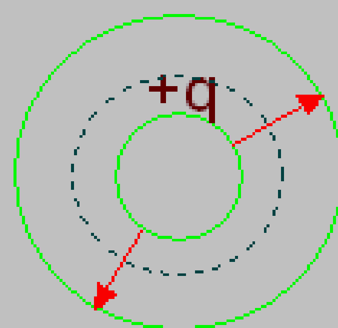
Esempio:
cilindri coassiali



Condensatore cilindrico



Sup. gaussiana coassiale
ai cilindri:

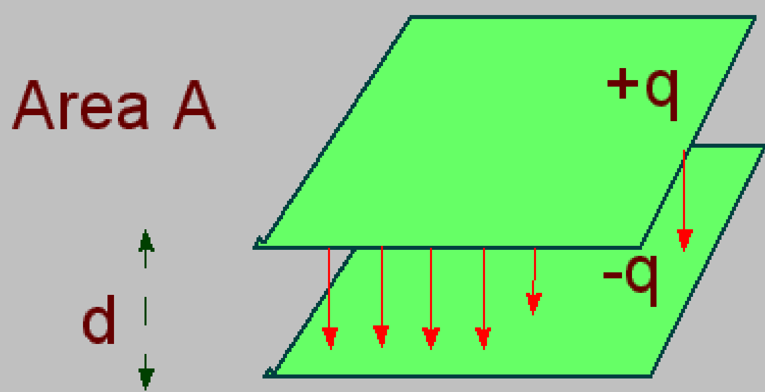


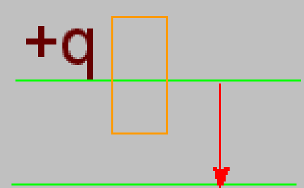
$$\Phi\left(\mathbf{E}\right) = 2\pi r L E = \frac{q}{\varepsilon_0} \rightarrow E = \frac{q}{2\pi r L \varepsilon_0}$$

$$V = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \frac{q}{2\pi L \varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi L \varepsilon_0} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{V} = \frac{2\pi L \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

Condensatore piano





Sup. gaussiana

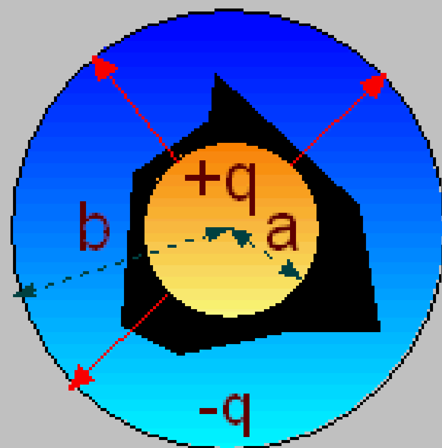
$$\sigma = \frac{q}{A}$$

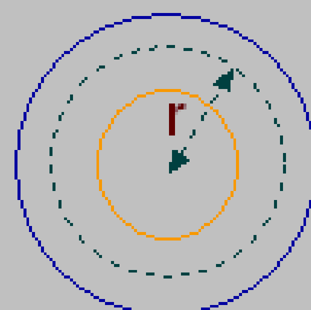
$$\Phi(\mathbf{E}) = \frac{\sigma \Delta S}{\varepsilon_0} = E\Delta S \rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

$$\rightarrow V = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_0^d E dz = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0}$$

$$C = \frac{q}{V} = \varepsilon_0 \frac{\sigma A}{\sigma d} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Condensatore sferico





Sup. gaussiana:

$$\Phi(E) = \frac{q}{\varepsilon_0} = 4\pi r^2 E \rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r^2}$$

$$V = \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \int_a^b E dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^b \frac{1}{r^2} dr = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right)\Bigg|_a^b$$

$$V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$\rightarrow C = \frac{q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}} = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a}$$