# Somma di due onde piane - 1

$$E_1 = E_1^0 \cos\left(k_1 x - \omega_1 t + \varphi_1\right)$$
$$E_2 = E_2^0 \cos\left(k_2 x - \omega_2 t + \varphi_2\right)$$

Se:
*stessa direzione di pol. lineare*
*$\omega_1 = \omega_2 = \omega$*
*coerenti*

$$E = E_1 + E_2$$
$$\rightarrow E = E_1^0 \cos\left(k_1 x - \omega t + \varphi_1\right) + E_2^0 \cos\left(k_2 x - \omega t + \varphi_2\right)$$

Allora, prendendo per semplicita' $E_1 = E_2$:

$$E = E^0 \left[\cos\left(k_1 x - \omega t + \varphi_1\right) + \cos\left(k_2 x - \omega t + \varphi_2\right)\right]$$

$$E = 2E^0 \cos\frac{1}{2}\left(k_1 x - \omega t + \varphi_1 + k_2 x - \omega t + \varphi_2\right)$$
$$\cos\frac{1}{2}\left(k_1 x - \omega t + \varphi_1 - k_2 x + \omega t - \varphi_2\right)$$

$$= 2E^0 \cos\left(\left(\frac{k_1 + k_2}{2}\right)x + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} - \omega t\right)$$
$$\cos\left(\left(\frac{k_1 - k_2}{2}\right)x + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right)$$

# Somma di due onde piane - 2

Poiche' intensita' proporzionale a $E^2$

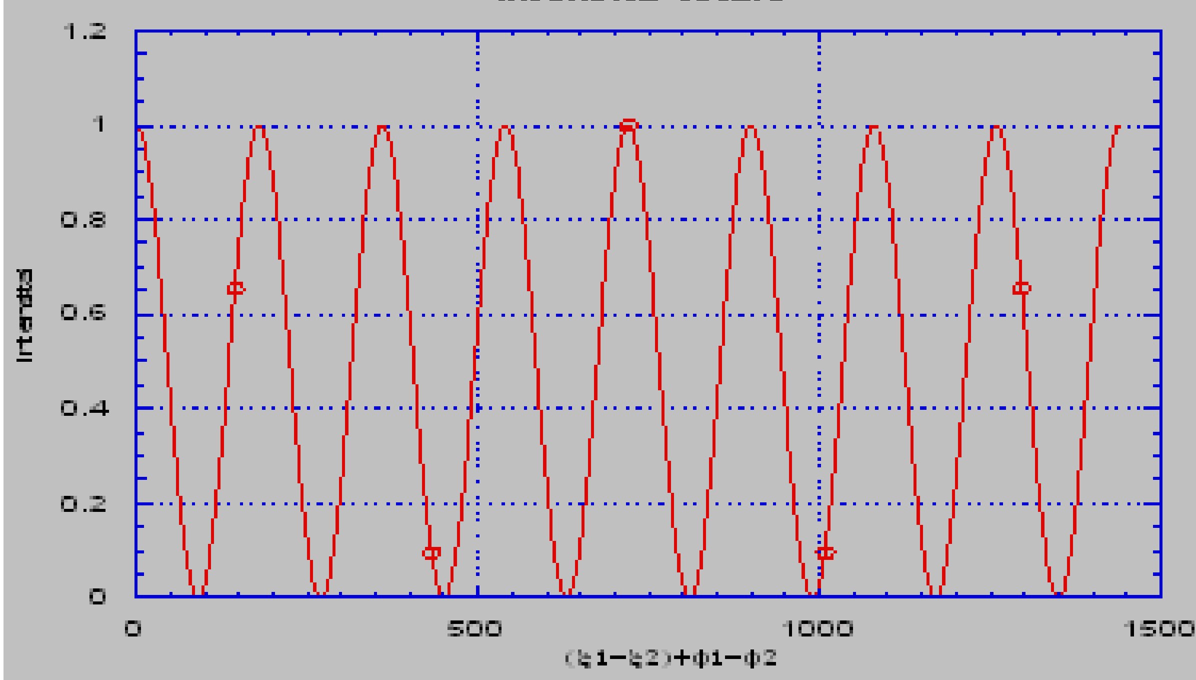
$$I \propto \left(2E^0\right)^2 \cos^2\left(\left(\frac{k_1+k_2}{2}\right)x+\frac{\varphi_1+\varphi_2}{2}-\omega t\right)$$
$$\cos^2\left(\left(\frac{k_1-k_2}{2}\right)x+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$$

Se prendiamo la media temporale:

$$I_0 \propto \left(E_0\right)^2 \frac{1}{2}$$

$$\langle I \rangle = 4 I_0 \cos^2\left(\left(\frac{k_1-k_2}{2}\right)x+\frac{\varphi_1-\varphi_2}{2}\right)$$

Intensita' totale

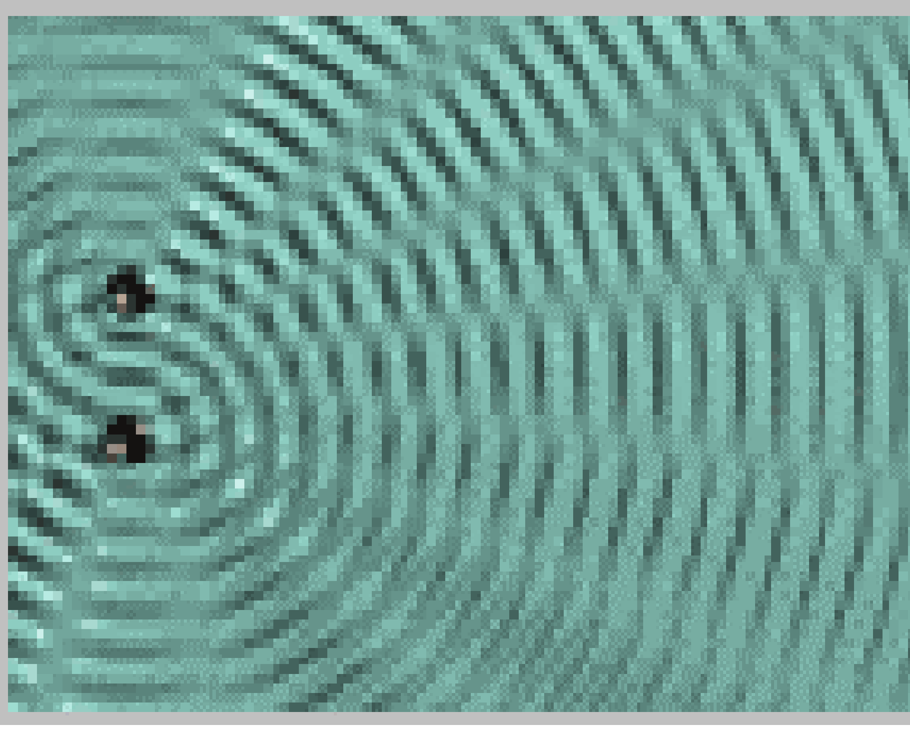


# Interferenza di due sorgenti

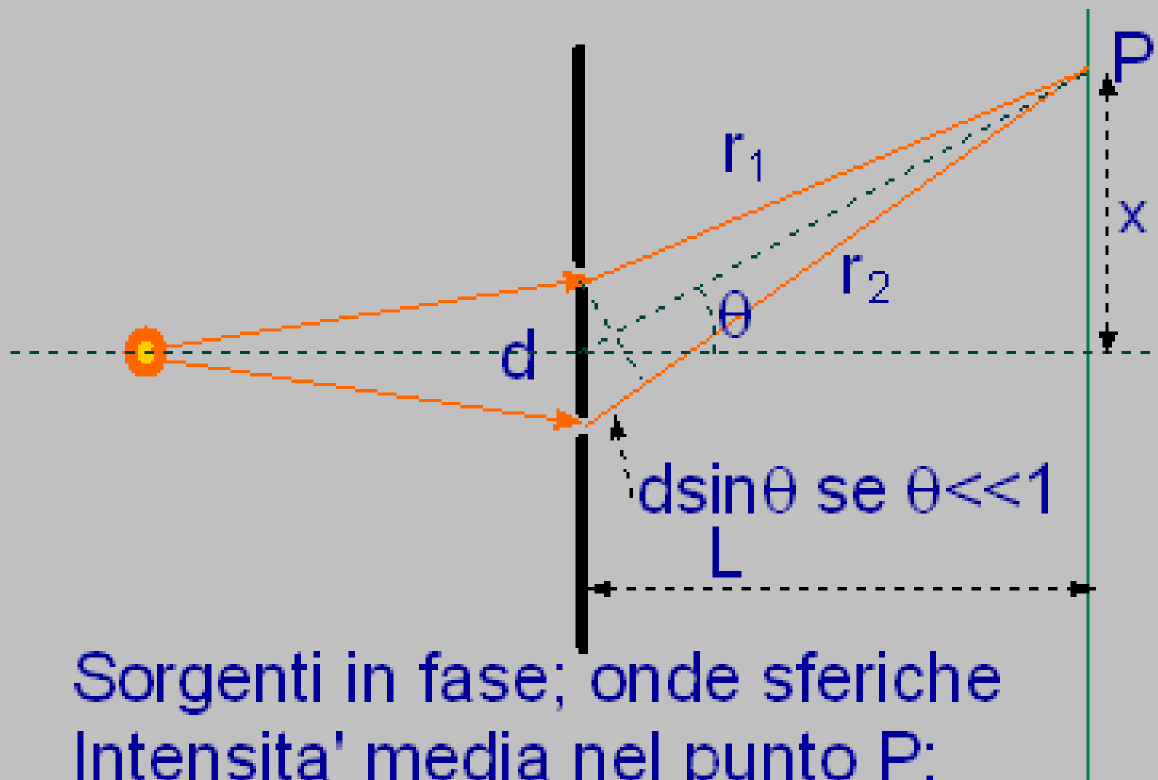
Caso visto prima: 2 onde piane

Interferenza "longitudinale":
*modulazione dell'intensita' media lungo la direzione di propagazione*

Situazione piu' frequente:
*modulazione dell'intensita' media trasversalmente alla direzione di propagazione*



# Realizzazione semplificata




Sorgenti in fase; onde sferiche
Intensita' media nel punto P:

$$\varphi_1 = \varphi_2$$

$$\rightarrow \langle I \rangle = 4 I_0 \cos^2\left( k \frac{r_1 - r_2}{2} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2} \right)$$

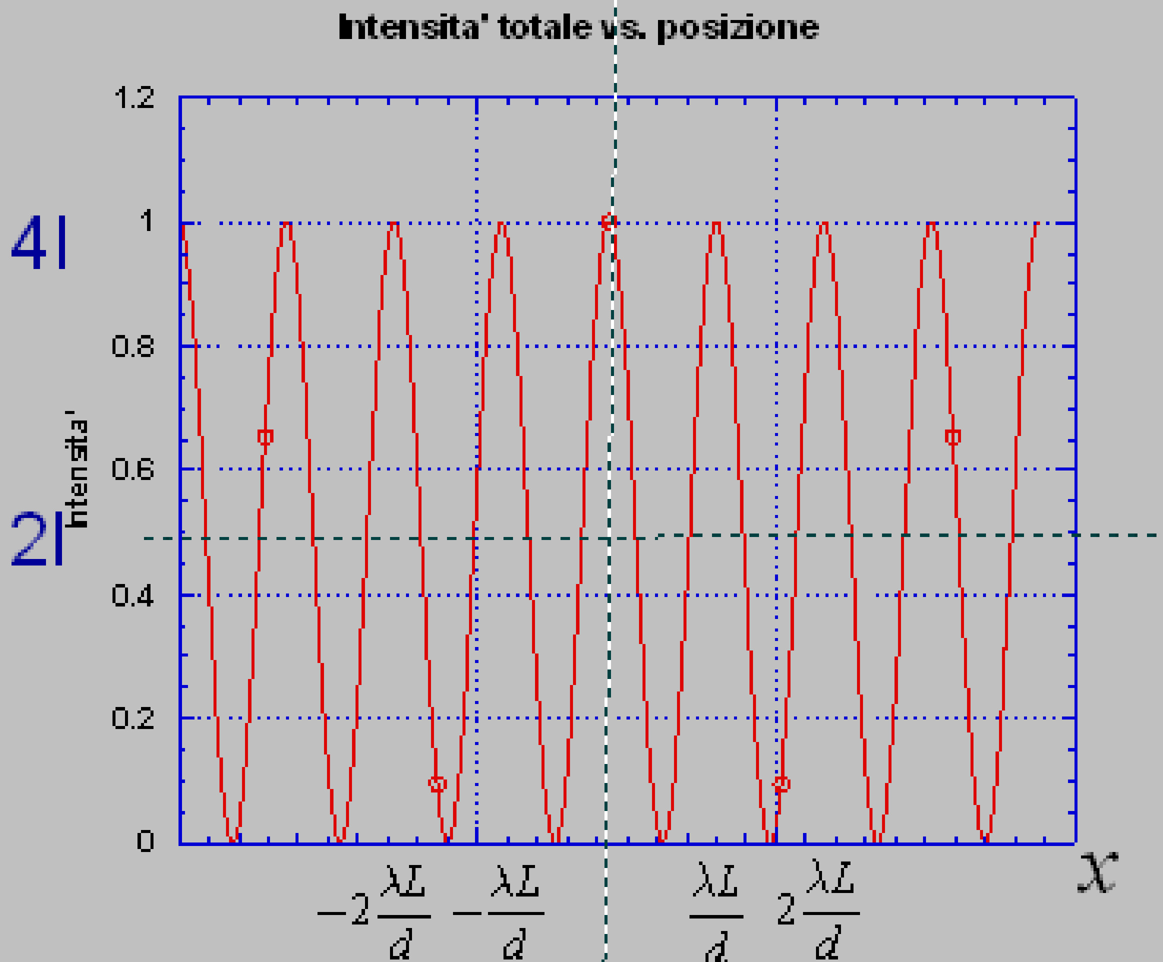
$$= 4 I_0 \cos^2\left( k \frac{r_1 - r_2}{2} \right)$$

Dalla geometria:

$$\langle I \rangle = 4 I_0 \cos^2\left( k \frac{d \sin\theta}{2} \right) = 4 I_0 \cos^2\left( \frac{d \sin\theta}{2\lambda} \right)$$

# Massimi e minimi di intensita'

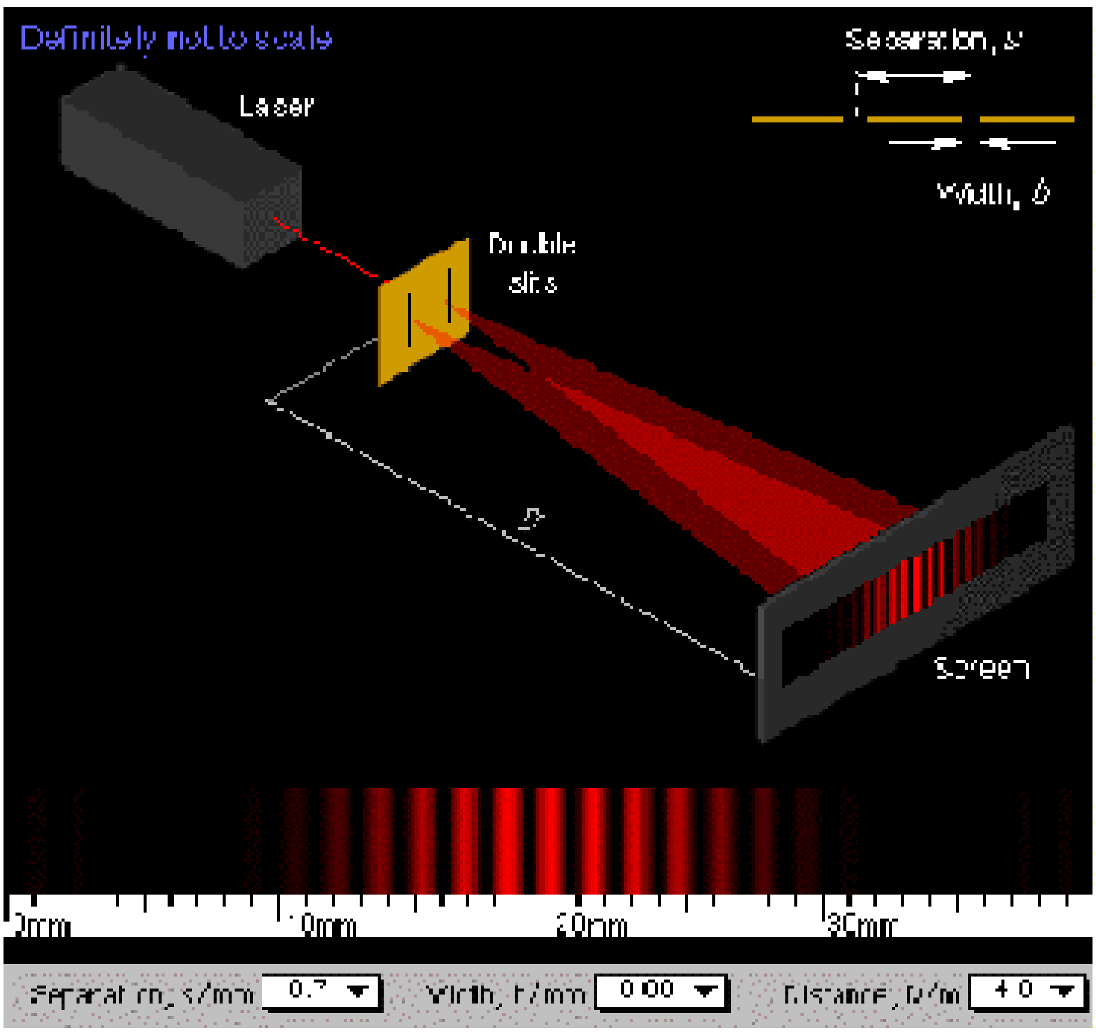
$$\frac{d\sin\theta}{\lambda} \approx \frac{dx}{\lambda L}$$



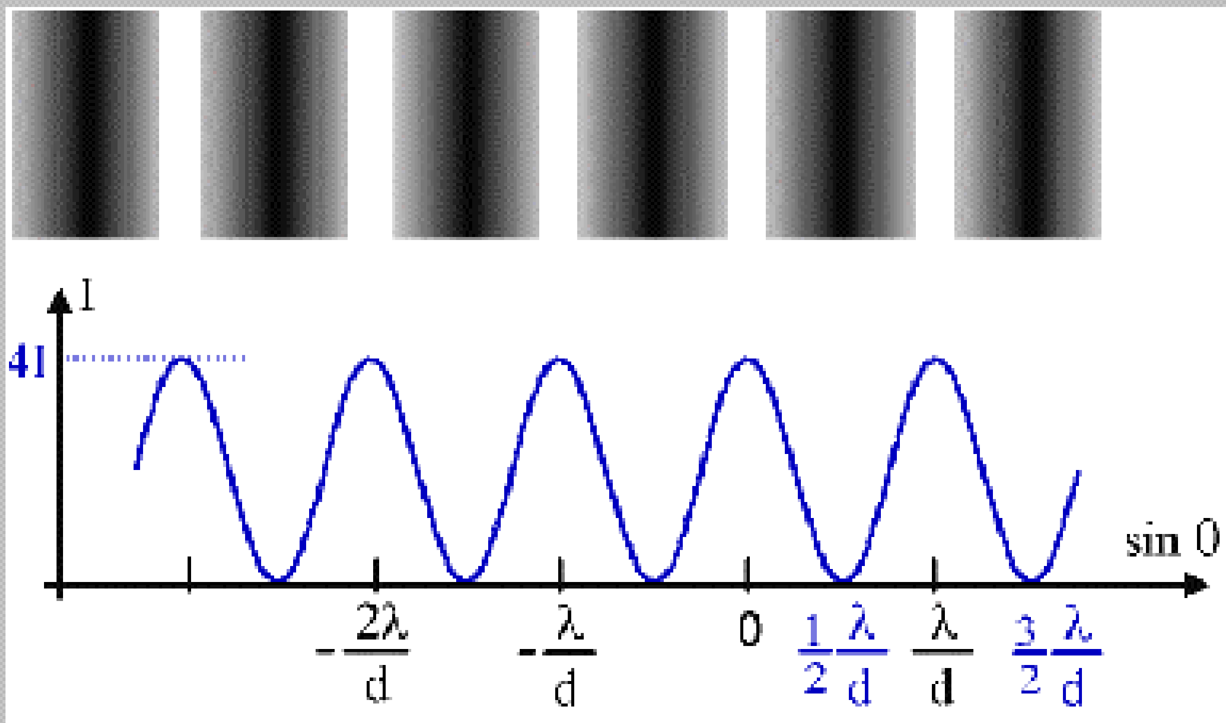

$$x = \pm m\frac{\lambda L}{d}, m = 0,1,2,\ldots \quad \text{massimi}$$

$$x = 2(\pm m)+1, m = 0,1,2,\ldots \quad \text{minimi}$$

# Doppia fenditura



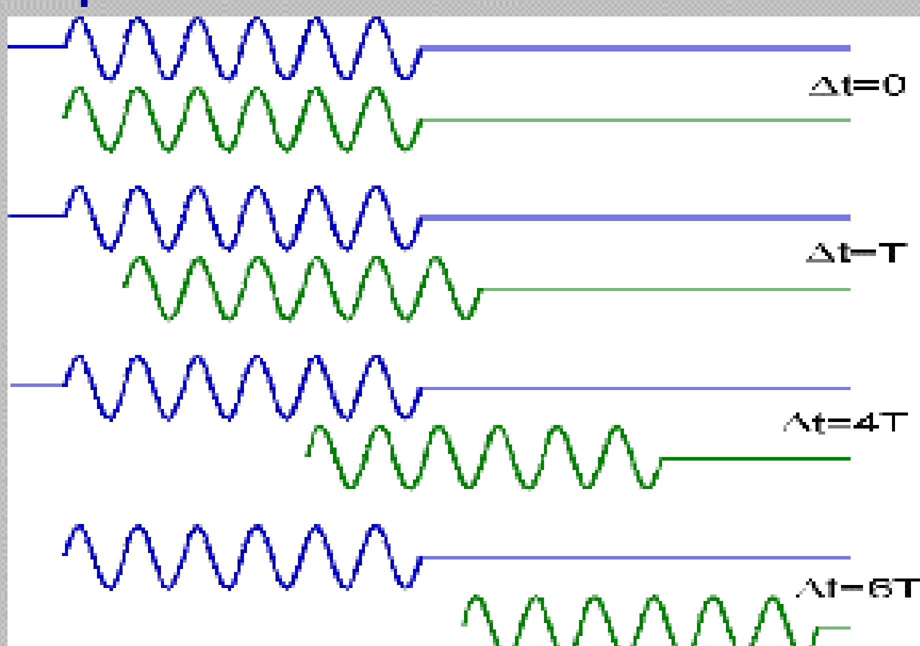
# Frange di interferenza



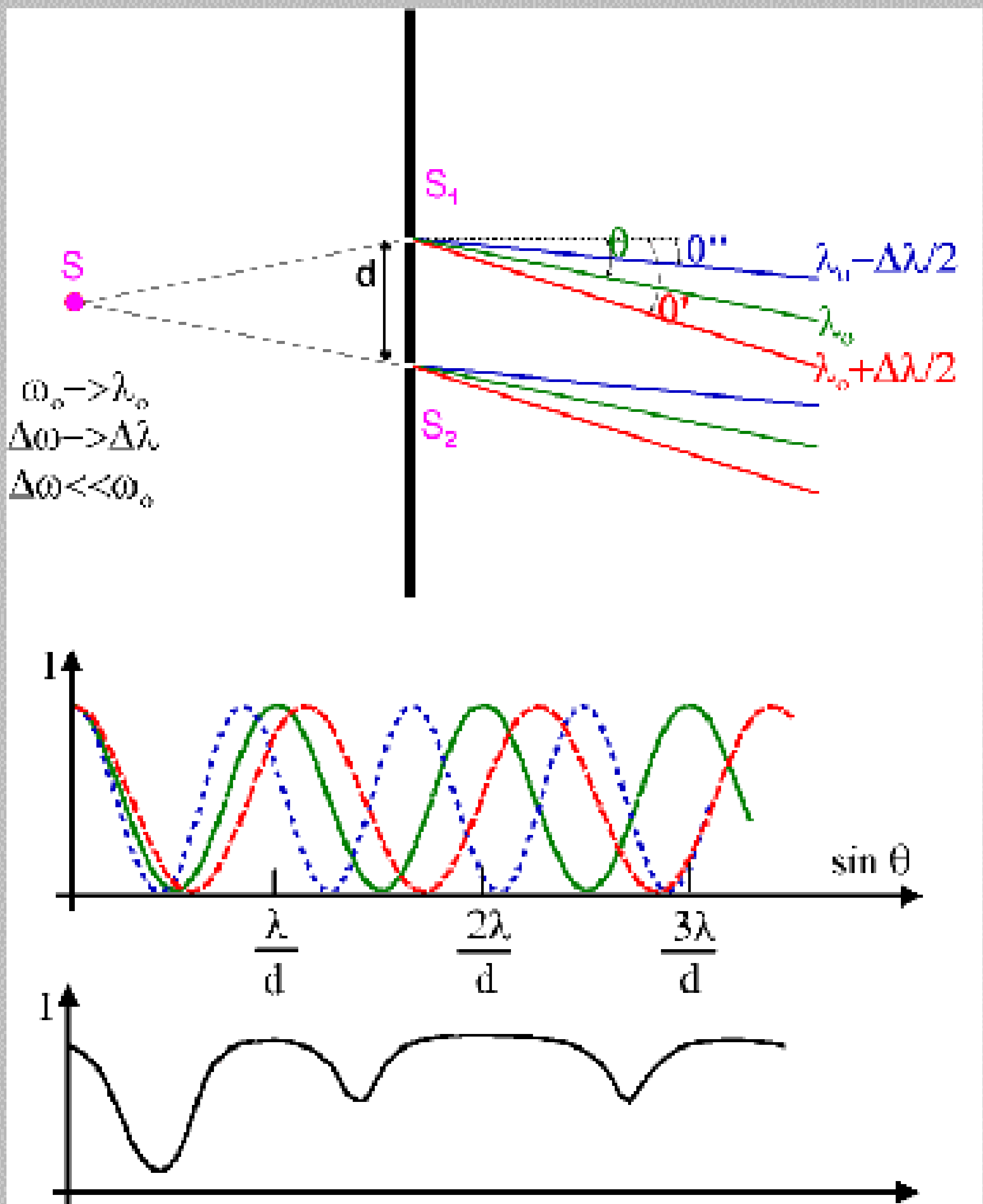

Condizione necessaria per il fenomeno di interferenza:

*coerenza delle sorgenti*

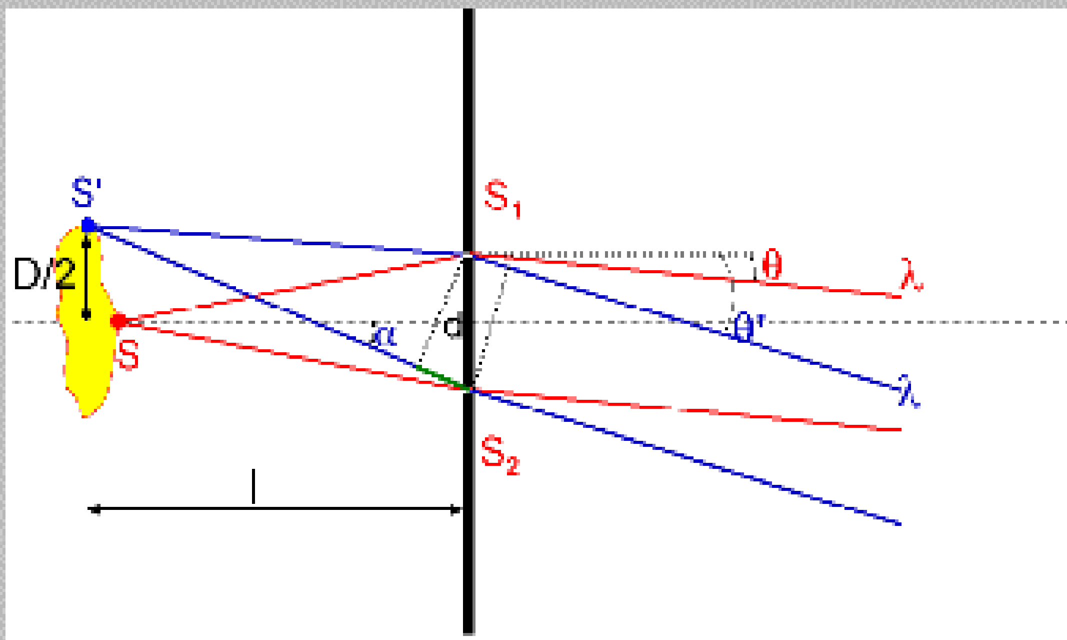
Esempi di coerenza/incoerenza



# Effetto non monocromaticita' delle sorgenti

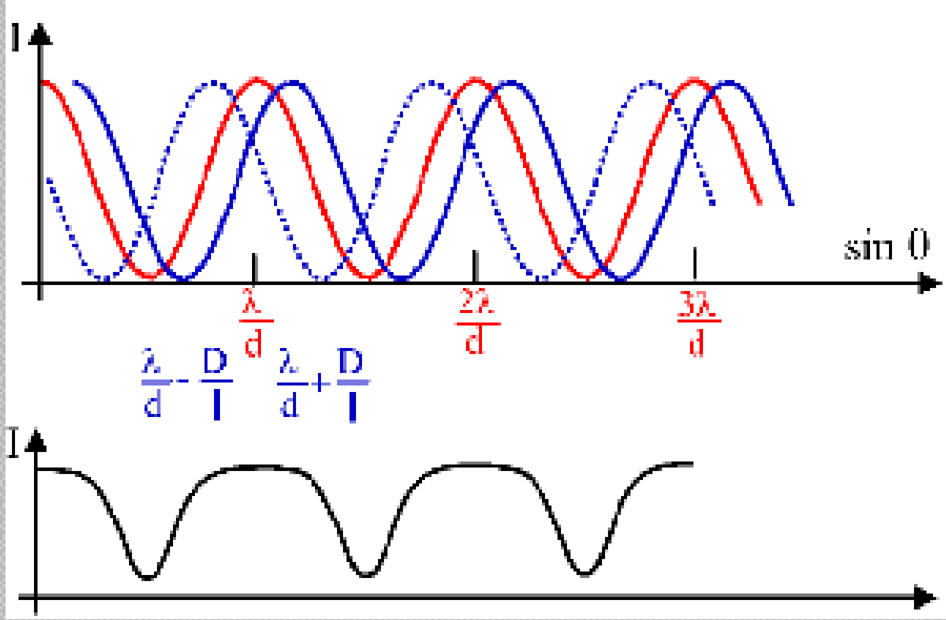


# Effetto dimensione finita delle sorgenti




interferenza positiva : $d \sin \theta = n \lambda$

: $d \sin \theta' - d \sin \alpha = n \lambda$



# Propagazione in mezzi trasparenti

Fenomeno complesso
Caratteristica saliente:

*la propagazione avviene con velocita' < c*

Velocita':

$$v = \frac{c}{n}$$

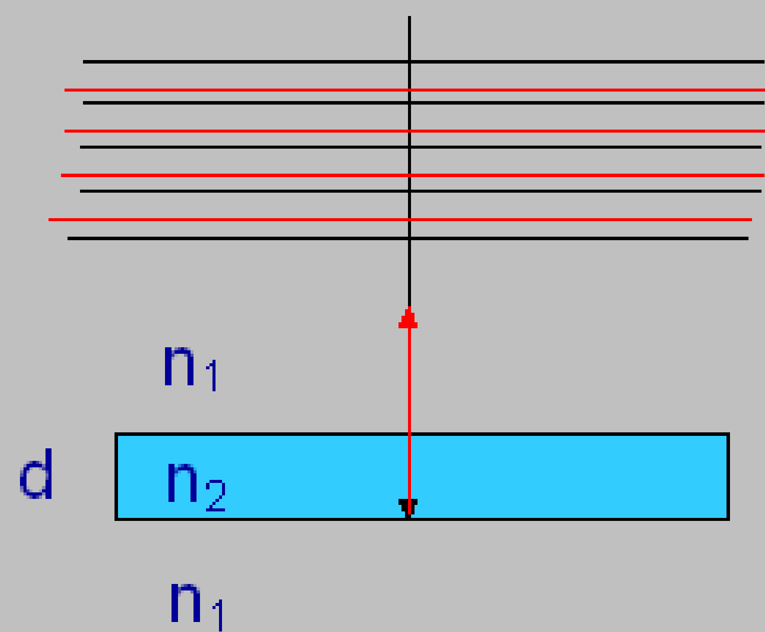
n e' l'*indice di rifrazione* del mezzo
n e' una funzione della lunghezza d'onda

Come risultato, una differenza di fase fra 2 onde puo' essere originata da una differenza di cammino ottico:

$$\left.\begin{array}{l} \lambda = \dfrac{1}{k} \\ \nu = \dfrac{c}{\lambda} \end{array}\right\} \longrightarrow \quad \begin{array}{l} \lambda' = \dfrac{\lambda}{n} \\ \nu' = \dfrac{c}{n\lambda'} = \nu \end{array}$$

$$(kx - \omega t) \to \left(k \underbrace{nx}_{\text{cammino ottico}} - \omega t\right)$$

# Interferenza in lamine sottili




Interferenza fra onda incidente e riflessa

Sfasamento:

*differenza di cammino ottico*

*termine $\pi$ nella riflessione*

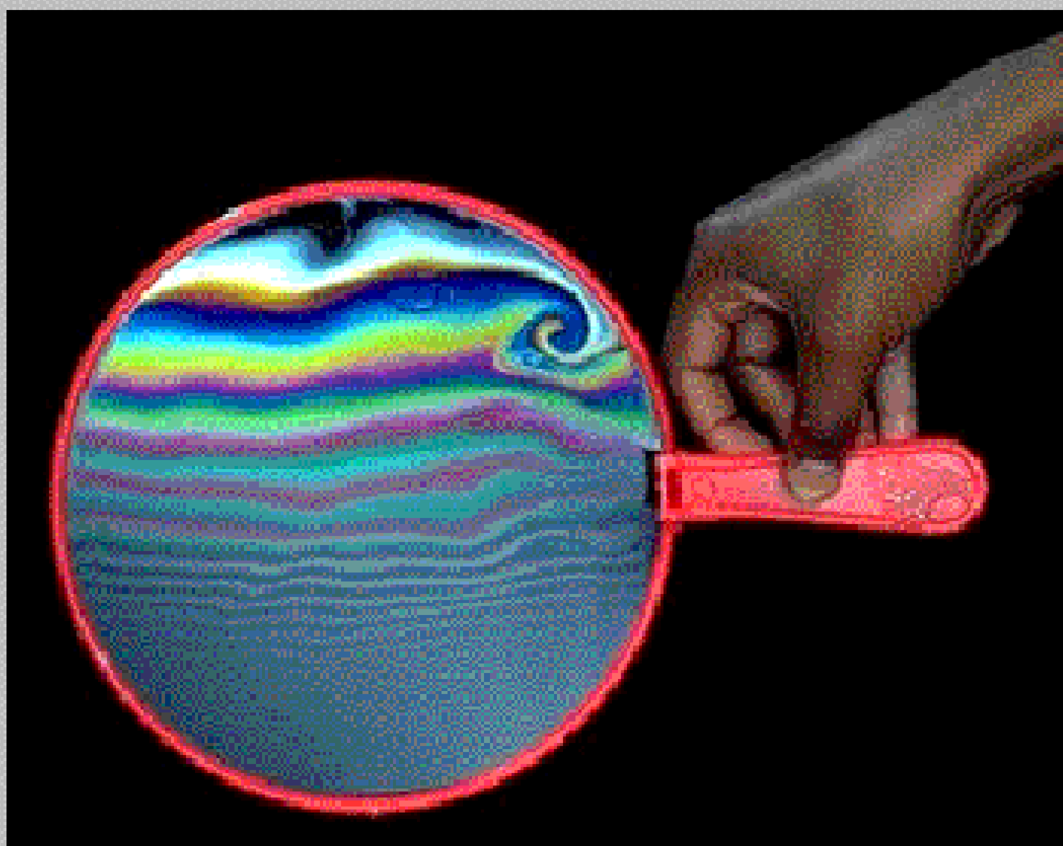
$$\delta = 2\pi k\left(r_1 - r_2\right) + \pi$$

$$r_1 - r_2 = 2d \rightarrow \delta = 2\pi k\, 2d + \pi$$

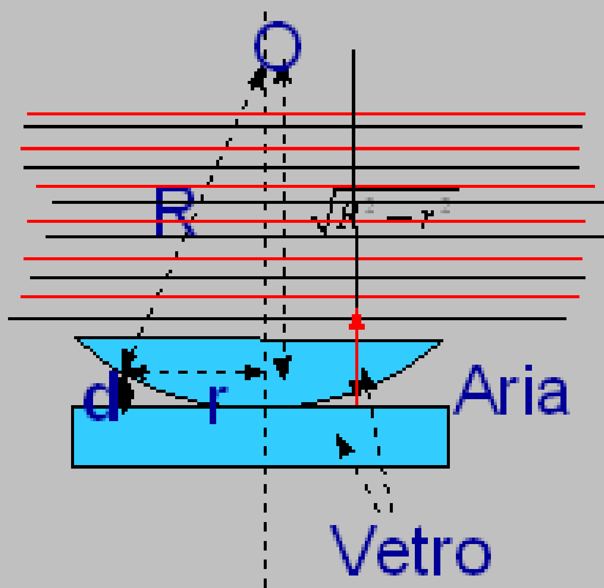
$$k = \frac{n_2}{\lambda} \rightarrow \delta = 4\pi d \frac{n_2}{\lambda} + \pi$$

# Interferenza in lamine sottili - 2

Strato sottile di acqua saponata



# Anelli di Newton




Variazione dello spessore *d* di aria con r: la differenza di cammino ottico e' 2*d*

$$d = R - \sqrt{R^2 - r^2} = R\left(1 - \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2}\right)$$

$$d \simeq R\left[1 - \left(1 - \frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2\right)\right] = R\frac{1}{2}\left(\frac{r}{R}\right)^2 = \frac{r^2}{2R}$$

Termine extra (rifl)

**Interferenza costruttiva (anelli chiari):**

$$2d = \text{no. intero di } \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{\lambda}{2}, \ \frac{3\lambda}{2}, \ \frac{5\lambda}{2}, \ \ldots$$

$$d = (2m+1)\frac{\lambda}{4} \rightarrow r = \sqrt{(2m+1)\frac{R\lambda}{2}}, m = 1, 2, \ldots$$

**Interferenza distruttiva (anelli scuri):**

$$2d = \text{no. semi-intero di } \lambda + \frac{\lambda}{2} = \lambda, 2\lambda, 3\lambda, ..$$

$$d = m\frac{\lambda}{2} \rightarrow r = \sqrt{mR\lambda}, m = 1, 2, \ldots$$

# Esempi di anelli di Newton