Fisica Generale II con Laboratorio

Lezione - 3

Richiami - I

Riassunto leggi della meccanica: Leggi di Newton

1) Principio di inerzia

Esistono sistemi di riferimento inerziali (nei quali un corpo non soggetto a forze si muove di moto rettilineo uniforme)

2) Legge fondamentale della dinamica

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$$

ossia

$$\mathbf{F} = m\frac{d\mathbf{v}}{dt} = m\mathbf{a}$$ se la massa e' costante

3) Principio di azione e reazione

Se un corpo esercita una forza su un altro corpo, il secondo esercita sul primo una forza uguale e contraria

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TORINO
ALMA UNIVERSITAS TAURINENSIS

Richiami - II

Conseguenze delle leggi di Newton per sistemi isolati:

Conservazione della quantita' di moto

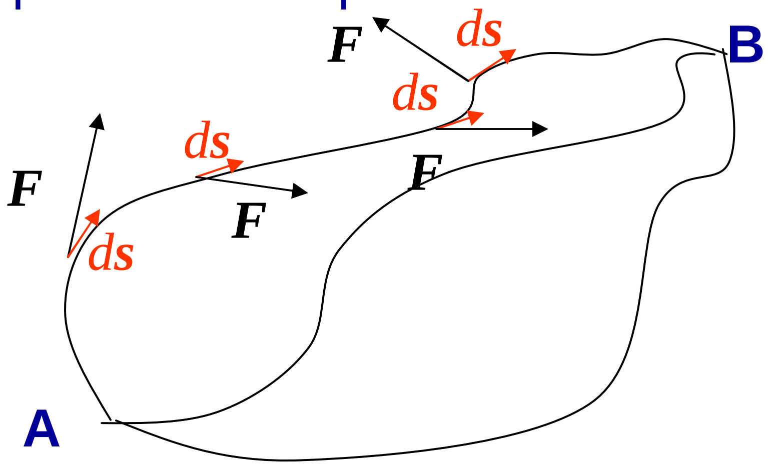
Conservazione del momento angolare

Per sistemi isolati in cui agiscono solo forze conservative:
Conservazione dell'energia meccanica totale (cinetica + potenziale)

Richiami - III

Che cos'e' una forza conservativa?

Proprieta' del *lavoro* compiuto dalla forza stessa su un punto materiale che si sposta fra due posizioni **A** e **B**:



$$L = \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$$

Se L e' indipendente dal cammino seguito per andare da A a B, la forza $\boldsymbol{F}$ e' conservativa

Forze

Esempi presi in considerazione nello studio iniziale della meccanica:

Forze-modello, utili per introdurre concetti e idee

- Molle
- Forza peso alla superficie della Terra
- Forze agenti negli urti
- Tensioni delle funi
- Reazioni vincolari

Forze empiriche

- Attriti
- Resistenza viscosa

Galileo e il piano inclinato

Osservazioni sperimentali:

•*La velocita' aumenta lungo la discesa*

•*L'accelerazione e' costante fissata l'inclinazione del piano*

Quindi:

Moto uniformemente accelerato

Altre osservazioni sperimentali:

•*L'accelerazione aumenta con l'inclinazione del piano*

•*L'accelerazione e' indipendente dalla massa del corpo*

Galileo e il moto dei gravi

Caso limite: Inclinazione a 90^0

Moto dei gravi

Accelerazione corrispondente a caduta verticale:

Accelerazione di gravita'= Costante alla superficie della Terra

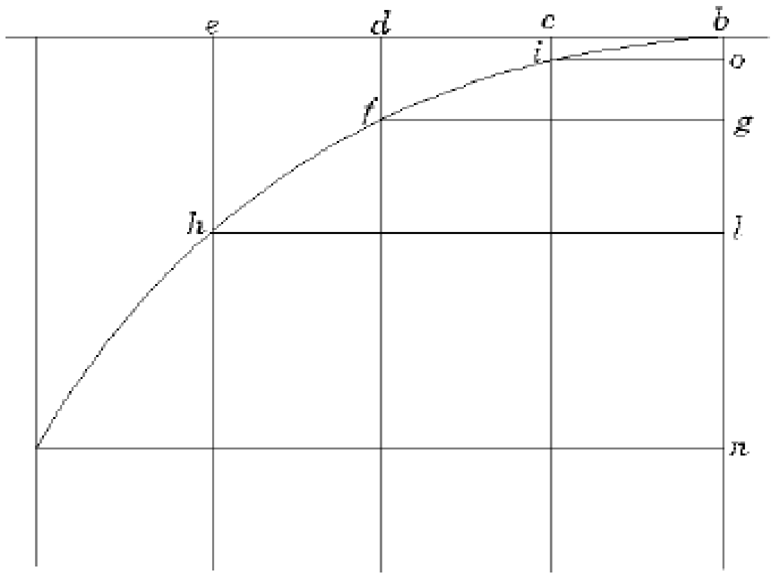
Quindi:

(In assenza di attriti,)

Tutti i corpi cadono con uguale accelerazione vicino alla superficie terrestre

Galileo e il moto dei proiettili

Cannone in cima a una montagna:



Scoperta: Moto *indipendente* lungo x e lungo y

X: Moto uniforme = Velocita' lungo x costante
Y: Moto uniformemente accelerato = Velocita' lungo y crescente
Moto *parabolico*

Galileo e il moto parabolico - I

Moto lungo x:

$$a_x = 0 = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\frac{dv_x}{dt} = 0 \rightarrow v_x = \text{costante 1} = v_{x0} = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dx}{dt} = v_{x0} \rightarrow x = v_{x0}t + \text{costante 2} = v_{x0}t + x_0$$

Moto lungo y:

$$a_y = g = \frac{dv_y}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2}$$

$$\frac{dv_y}{dt} = g \rightarrow v_y = gt + \text{costante 3} = gt + v_{y0} = \frac{dy}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = gt + v_{y0} \rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t + \text{costante 4} = \frac{1}{2}gt^2 + v_{y0}t + y_0$$

Galileo e il moto parabolico - II

Scegliendo opportunamente il sistema di riferimento inerziale a cui riferire il moto, si possono porre uguali a 0 tre delle costanti arbitrarie. Rimane allora

$$x_0 = 0, y_0 = 0, v_{y0} = 0$$

Moto lungo x:

$x = v_{x0}t, \quad v_{x0}$ velocita' del proiettile all' uscita dal cannone

Moto lungo y:

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Parabola particolarmente semplice:

$$t = \frac{x}{v_{x0}} \rightarrow y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_{x0}}\right)^2$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{2}\frac{g}{v_{x0}^2}x^2$$

Newton & Galileo

In base alla legge fondamentale della dinamica, l'accelerazione di gravita' osservata deve essere dovuta all'azione di una forza:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

$$|\mathbf{a}| = \text{costante} = g \simeq 9.81\ ms^{-2}$$

Direzione di $\mathbf{a}$ lungo la verticale, con verso dall' "alto" al "basso"

$$\rightarrow \mathbf{F}_{gravita'} = m\mathbf{g}$$

Forza peso:

Modulo: *Massa* x *Accelerazione di gravita'*
Direzione: *Verticale*
Verso: *Alto* → *Basso*

Forza peso

Rappresenta *approssimativamente* la forza che agisce sui corpi vicino alla superficie della Terra

Forza costante in modulo e direzione
Costante:

Nel tempo (non varia da un istante al successivo)

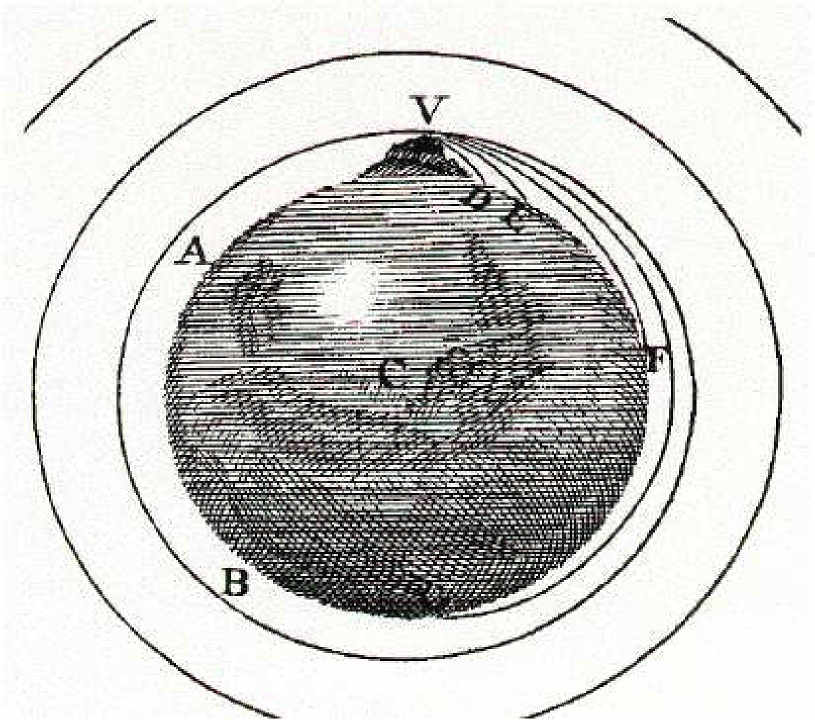
Nello spazio (non varia da un punto all'altro)

Utile come banco di prova per verifica delle leggi di Newton

Forza-modello o forza empirica?
Nessuna delle due: caso limite di una *forza fondamentale*

Newton e il cannone

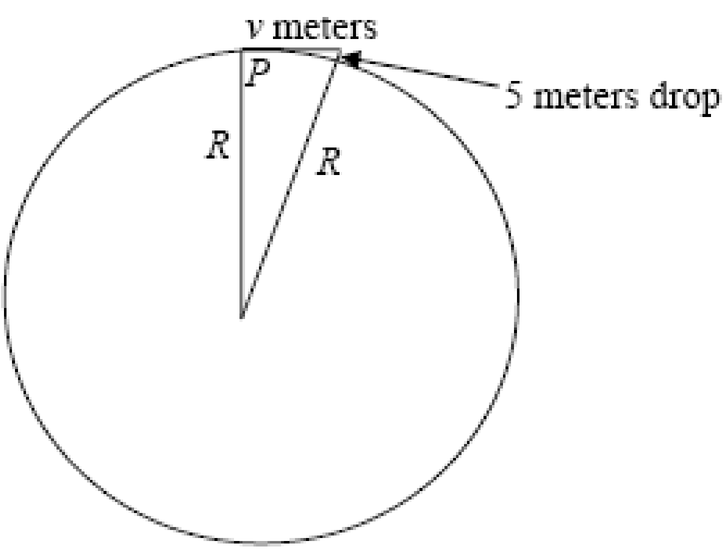
Cosa accade se un cannone *molto* potente spara da una montagna *molto* alta?



La forza peso non e' piu' costante, varia in direzione a causa della curvatura della Terra

Newton e il supercannone

Se la caduta della palla di cannone in un intervallo di tempo Δt e' uguale allo spostamento verso il basso della superficie terrestre dovuto alla sfericita' della Terra, il proiettile restera' alla stessa altezza da cui e' stato sparato…



$$\begin{cases} \Delta y = \frac{1}{2} g \left(\Delta t\right)^2 \\ \sqrt{\left(R+\Delta y\right)^2 - R^2} = v\Delta t \end{cases} \rightarrow \left(R+\Delta y\right)^2 - R^2 = \left(v\Delta t\right)^2$$

$$\rightarrow 2R\Delta y \approx v^2 \left(\Delta t\right)^2 = v^2 \frac{2\Delta y}{g}$$

$$R = 6400 \quad km$$

$$g = 9.81 \quad ms^{-2}$$

$$\rightarrow v \approx \sqrt{gR} \approx \sqrt{9.81 \cdot 6.4\ 10^6} \approx 8\ 10^3 \quad \mathrm{ms}^{-1}$$

Quindi: *Un proiettile sparato ad 8 km/s restera' in orbita*

NB OK: Press'a poco la velocita' dei satelliti in orbita bassa....

Newton e la Luna

E se la forza di gravita' si estendesse anche alla distanza a cui si trova la Luna? (Leggenda della mela...)
Possibile che la Luna "cada" verso la Terra nel suo moto proprio come il proiettile?

$$\left.\begin{aligned} v_{Luna} &= 1\ kms^{-1} \approx \frac{1}{8} v \\ R_{Luna} &= 384000\ km \approx 60\ R \end{aligned}\right\} \text{Ben noti al tempo d iNewton}$$

Accelerazione centripeta

$$\rightarrow a_{Luna} = \frac{v_{Luna}^2}{R_{Luna}} \approx \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^2}{60} a_{proiettile} \sim \frac{1}{60 \cdot 60} a_{proiettile} = \frac{1}{3600} a_{proiettile}$$

$$\rightarrow \frac{a_{Luna}}{a_{proiettile}} \approx \left(\frac{R}{R_{Luna}}\right)^2$$

$$\rightarrow a \propto \frac{1}{r^2}$$

Gravitazione - I

In base alla II legge di Newton, un'accelerazione richiede una forza: *i corpi, inclusa la Luna, quindi sentono una forza attrattiva da parte della Terra che varia come* $1/r^2$ *, essendo r la loro distanza dal centro della Terra*

Sappiamo anche qualcosa in piu': se la forza cercata ha le stesse proprieta' della forza di gravita' (accelerazione uguale per tutte le masse), *la forza sentita da ogni corpo deve essere proporzionale alla sua massa.*

Ma in base alla III legge di Newton, la forza sentita dal corpo a causa della Terra e' uguale e opposta alla forza sentita dalla Terra a causa del corpo: quindi *entrambe devono essere proporzionali al prodotto delle due masse*.

Forza di gravitazione universale:

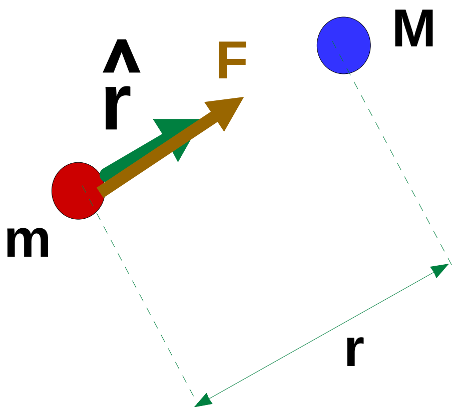
$$F = G\frac{mM}{r^2} \quad G \text{ costante universale di proporzionalita'}$$

Gravitazione - II

Le forze sono vettori!
Legge di gravitazione scritta in forma vettoriale

$$\mathbf{F}_m = G\frac{mM}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$\mathbf{F}_m$: Forza gravitazionale che si esercita su m a causa di M



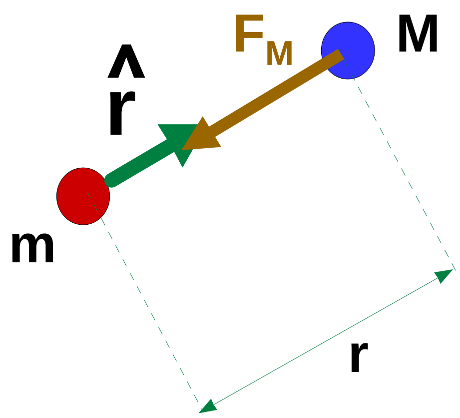
$\hat{\mathbf{r}}$: vettore unitario con direzione $m \rightarrow M$

Gravitazione - III

Reciprocamente:

$$\mathbf{F}_M = G\frac{mM}{r^2}\left(-\hat{\mathbf{r}}\right) = -G\frac{mM}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

$\mathbf{F}_M$: Forza gravitazionale che si esercita su M a causa di m



NB Se m,M costituiscono un sistema isolato:

$$\mathbf{F}_{tot} = \mathbf{F}_m + \mathbf{F}_M + \underbrace{\mathbf{F}_{ext}}_{=0} = \mathbf{F} + (-\mathbf{F}) = 0$$

$\rightarrow$ Il CM si muove con $\mathbf{v}$ costante

Gravitazione - IV

Costante di Newton: una delle costanti fondamentali della natura

Dimensioni:

$$F = G\frac{mM}{r^2} \rightarrow G = \frac{Fr^2}{mM}$$

$$[G] = [F]\left[L^2\right]\left[M^{-2}\right] = [M][L]\left[T^{-2}\right]\left[L^2\right]\left[M^{-2}\right] = \left[L^3\right]\left[M^{-1}\right]\left[T^{-2}\right]$$

Valore:

$$6.67\ 10^{-11}\ m^3kg^{-1}s^{-2},\ \ Nm^2kg^{-2},\ \ Jmkg^{-2}$$

<u>Piccola</u>: Forza di gravitazione importante solo per masse grandi, quindi nei sistemi astronomici; trascurabile a livello nucleare, atomico, molecolare

<u>Impossibile da misurare con osservazioni astronomiche</u>: misurata per la prima volta da Cavendish alla fine del ‘700 con la bilancia di torsione