FISICA GENERALE II
FORMULARIO di ELETTROMAGNETISMO

1) Elettrostatica

$\epsilon = \epsilon_o \epsilon_r$ = costante dielettrica assoluta ; ϵ_r = costante dielettrica relativa
Nel vuoto(e nella maggior parte dei gas, condizioni STP)$\epsilon_r \simeq 1$

Legge di Coulomb nel vuoto : $\overrightarrow{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{r}$

Campo elettrostatico : $\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F}}{q}$ o $\overrightarrow{E} = \frac{d\overrightarrow{F}}{dq}$

Potenziale : forma integrale :$V(P_1) - V(P_2) = \int_{P_1}^{P_2} \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl}$
forma differenziale :$\overrightarrow{E} = -\overrightarrow{grad}\, V = -\overrightarrow{\nabla} V$

Conservativitá del campo elettrostatico
Forma integrale : $\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = 0$
Forma differenziale : $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = 0$

Campo elettrostatico e potenziale generati da :
-carica isolata puntiforme : $\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q}{r^2}\hat{r} \qquad V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{q}{r}$
-distribuzione discreta di carica : $\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\sum_i \frac{q_i}{r_i^2}\hat{r}_i \qquad V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\sum \frac{q_i}{r_i}$
-distribuzione continua di carica : $\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}\int_\Omega \frac{\rho d\tau}{r^2}\hat{r} \qquad V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\int_\Omega \frac{\rho d\tau}{r}$

Dipolo elettrico
Potenziale : $V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r}}{r^3} = -\frac{1}{4\pi\epsilon}\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{\nabla}(\frac{1}{r})$
Campo : $\overrightarrow{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon}[\frac{3(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r})}{r^5}\overrightarrow{r} - \frac{\overrightarrow{p}}{r^3}]$
Energia del dipolo in un campo esterno : $U = -\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E}$
Forza agente su un dipolo costante: $\overrightarrow{F} = -\overrightarrow{\nabla} U = \overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{E})$
Momento meccanico agente : $\overrightarrow{\tau} = \overrightarrow{p} \times \overrightarrow{E}$

Multipoli
Il potenziale generato da una distribuzione di carica, a grande distanza dalle cariche, puó venir espresso tramite uno sviluppo in serie i cui primi termini sono :

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{Q}{r} + \frac{1}{4\pi\epsilon}\frac{\overrightarrow{p} \cdot \overrightarrow{r}}{r^3} + ...$$

(Q carica totale e $\overrightarrow{p}$ momento di dipolo della distribuzione)
distribuzione discreta : $\overrightarrow{p} = (\sum_i q_i x_i \ , \ \sum_i q_i y_i \ , \ \sum_i q_i z_i)$

distribuzione continua : $\overrightarrow{p} = (\int \rho\ x\ d\tau\ ,\ \int \rho\ y\ d\tau\ ,\ \int \rho\ z\ d\tau)$

Legge di Gauss

Forma integrale : $\int_\Sigma \overrightarrow{E} \cdot \hat{n}\ dS = \frac{Q_{int}}{\epsilon_o}$ (Σ superficie chiusa)

Forma differenziale : $\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{E} = \frac{\rho}{\epsilon_o}$

Conduttori

- $\overrightarrow{E}_{int} = 0$
- conduttore è sempre equipotenziale
- campo in vicinanza di un conduttore(Teorema di Coulomb): $\overrightarrow{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_o}\hat{n}$
- forza per unitá di superficie su un conduttore : $\frac{dF}{dS} = \frac{\sigma^2}{2\epsilon_o}$

Equazione del potenziale elettrostatico

Equazione di Poisson : $\nabla^2 V = -\frac{\rho}{\epsilon_o}$

Equazione di Laplace : $\nabla^2 V = 0$ (dove $\rho = 0$)

Condensatori

Definizione di capacitá : $C = \frac{Q}{\Delta V}$

Capacitá cond. piano : $C = \epsilon \frac{S}{d}$

Capacitá cond. cilindrico : $C = 2\pi\epsilon \frac{L}{\log(r_{est}/r_{int})}$

Capacitá cond. sferico : $C = 4\pi\epsilon \frac{r_{int}r_{est}}{r_{est} - r_{int}}$

Condensatori in parallelo : $C = C_1 + C_2 + ... + C_N$

Condensatori in serie : $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_N}$

Energia del condensatore : $U = \frac{1}{2}Q\ \Delta V = \frac{1}{2}C\ \Delta V^2 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Forza tra armature : $F = \frac{Q^2}{2\epsilon S}$
(cond.piano)

Dielettrici

Vettore polarizzazione : $\overrightarrow{P} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta \overrightarrow{p}}{\Delta\tau}$
(momento dip. per unitá volume)

mezzo isotropo e lineare : $\overrightarrow{P} = \epsilon_o \chi \overrightarrow{E}$

Suscettivitá dielettrica : $\chi_e = N[\alpha_{def} + \alpha_{orien}] \simeq N[4\pi R_{at}^3 + \frac{1}{3\epsilon_o}\frac{p_o^2}{kT}]$
(N = no. molecole per unitá di volume)
Costante dielettrica relativa: $\epsilon_r = \chi + 1$

Vettore spostamento elettrico : $\overrightarrow{D} = \epsilon_o \overrightarrow{E} + \overrightarrow{P} = \epsilon_o \epsilon_r \overrightarrow{E}$
Cariche di polarizzazione : $\sigma_{pol} = \overrightarrow{P} \cdot \hat{n}$
: $\rho_{pol} = -\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{P}$

Equazioni dell'elettrostatica in presenza di dielettrici

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = 0 \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot \vec{dl} = 0$$
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho \quad ; \quad \int_\Sigma \vec{D} \cdot \hat{n} dS = Q_{lib}$$

Condizioni di continuitá all'interfaccia fra due mezzi

$$E_{t1} = E_{t2} \quad ; \quad D_{n1} = D_{n2}$$

Dielettrici densi

Campo di Lorentz : $\vec{E}_m = \vec{E} + \dfrac{\vec{P}}{3\epsilon_o}$

Formula Clausius-Mossotti : $\dfrac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 2} = \dfrac{N\alpha}{3\epsilon_o}$

Energia elettrostatica

Energia distribuzione discreta : $U = \dfrac{1}{2}\dfrac{1}{4\pi\epsilon}\sum_{i,j i\neq j} \dfrac{q_i q_j}{r_{ij}} = \dfrac{1}{2}\sum_i q_i V_i$

(V_i potenziale di tutte le cariche $\neq i$)

Energia distribuzione continua : $U = \dfrac{1}{2}\int \rho V \, d\tau$

Energia sistema conduttori : $U = \dfrac{1}{2}\sum_i Q_i V_i$

(V_i potenziale conduttore i con carica Q_i)

Densitá energia del campo : $u = \dfrac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} = \dfrac{1}{2}\epsilon_o \epsilon_r E^2$

Densitá energia interazione di un dielettrico in un campo esterno:

$$u = \frac{1}{2}\vec{E} \cdot \vec{D} = \frac{1}{2}\epsilon_o \epsilon_r E^2$$

2) Correnti stazionarie

Densitá di corrente : $\vec{j} = nq\vec{v} = \rho \, \vec{v}$

Equazione di continuitá : $\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = -\dfrac{\partial \rho}{\partial t}$ (ρ=densitá di carica)

Intensitá di corrente : $i = \dfrac{dq}{dt} = \displaystyle\int_\Sigma \vec{j} \cdot \hat{n} \, dS$

Legge di Ohm (forma locale) : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ (σ=conducibilitá)

per elemento finito : $V = R \, i$

Resistenza conduttore di sezione costante : $R = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{l}{S} = \rho_s \dfrac{l}{S}$

N resistenze in serie : $R = R_1 + R_2 + ... + R_N$

N resistenze in parallelo : $\dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + ... + \dfrac{1}{R_N}$

Leggi di Kirchhoff - legge dei nodi : $\sum_k i_k = 0$

legge delle maglie : $\sum_k i_k R_k = \sum_k V_k$

Effetto Joule(potenza $P = dW/dt$,W=energia):

in forma locale : $dP = \vec{j} \cdot \vec{E} \, d\tau$

conduttore finito : $P = V \, i = i^2 \, R$

3) Magnetismo

Magnetostatica nel vuoto

Campo generato da una carica in moto : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} q \frac{\vec{v} \times \vec{r}}{r^3}$

Campo generato da una corrente : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} i \int \frac{\vec{dl} \times \vec{r}}{r^3}$

-filo rettilineo indefinito : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{2\pi} \frac{i}{r} \hat{\tau}$

-spira circolare (sull'asse !) : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{2} i \frac{R^2}{\sqrt{(R^2+z^2)^3}} \hat{k}$

-interno solenoide indefinito : $B = \mu_o\ i\ n \quad [n = \frac{N_{spire}}{L}]$

Forza agente su una corrente : $\vec{F} = \int i \vec{dl} \times \vec{B}$

Forza su carica in moto(Forza Lorentz) : $\vec{F} = q\ \vec{v} \times \vec{B}$

Equazioni della magnetostatica nel vuoto:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \int_{\Sigma chiusa} \vec{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$
$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_o \vec{j} \quad ; \quad \oint \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_o \sum i_{conc}$$

Dipolo magnetico

Momento dipolo distrib. correnti: $\vec{m} = \frac{1}{2} \int \vec{r} \times \vec{j} d\tau$

Per una spira piana: $\vec{m} = i\ S\ \hat{n}$

Potenziale Vettore : $\vec{A} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$

Campo : $\vec{B} = \frac{\mu_o}{4\pi} [\frac{3(\vec{m} \cdot \vec{r})}{r^5} \vec{r} - \frac{\vec{m}}{r^3}]$

Energia dipolo in campo esterno : $U = -\vec{m} \cdot \vec{B}$

Momento agente su dipolo in campo esterno : $\vec{M} = \vec{m} \times \vec{B}$

Momento magnetico e momento angolare di una carica q, massa m, in moto circolare uniforme: $\vec{m} = \frac{q}{2m} \vec{L}$

Precessione (di Larmor) in campo esterno:

$$\omega_L = \frac{qB}{m}$$

Potenziale vettore

Definizione : $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$

Equazione del potenziale : $\nabla^2 \vec{A} = -\mu_o \vec{j}$

Potenziale generato da un dipolo : $\vec{A} = \frac{\mu_o}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^3}$

Proprietá magnetiche della materia

Vettore magnetizzazione : $\vec{M} = \lim_{\Delta\tau \to 0} \frac{\Delta \vec{m}}{\Delta \tau}$

(momento dipolo per unitá di volume)

mezzo isotropo e lineare : $\vec{M} = \frac{1}{\mu_o} \frac{\chi}{1+\chi} \vec{B} = \chi\ \vec{H}$

Suscettivitá magnetica: $\chi_m = \chi_{dia} + \chi_{par} \simeq -\mu_o \frac{NZe^2 < r^2 >}{6m_e} + \mu_o \frac{N}{3}\frac{m_o^2}{kT}$

Vettore campo magnetico $\overrightarrow{H}$: $\overrightarrow{H} = \frac{1}{\chi}\overrightarrow{M}$

Relazione fra $\overrightarrow{B}$ e $\overrightarrow{H}$: $\overrightarrow{B} = \mu_o\overrightarrow{H} + \mu_o\overrightarrow{M} = \mu_o\mu_r\overrightarrow{H}$

: $\mu_r = \chi + 1$

Correnti di magnetizzazione : $j_{sup} = \overrightarrow{M} \times \hat{n}$

: $j_{vol} = \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{M}$

Equazioni della magnetostatica nei mezzi materiali

$$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j}_{libere} \quad ; \quad \oint \overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{dl} = \sum i_{conc}$$
$$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0 \quad ; \quad \int_{\Sigma chiusa} \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS = 0$$

Condizioni di continuitá all'interfaccia fra due mezzi

$$H_{t1} = H_{t2} \quad ; \quad B_{n1} = B_{n2}$$

Circuiti magnetici

Legge di Hopkinson : $F = R\Phi$

$F = Ni$ (forza magnetomotrice)

$R = \frac{1}{\mu}\frac{l}{S}$ (Riluttanza)

Riluttanze in serie : $R = R_1 + R_2 + ... + R_N$

Riluttanze in parallelo : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + ... + \frac{1}{R_N}$

4) Campi variabili

Campi quasi-statici

Legge di Faraday-Neumann

Forma integrale : $\oint \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dl} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt}\int_{\Sigma} \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS$

Forma locale : $\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\frac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$

Coefficiente di mutua induzione fra due circuiti :

$\Phi_2 = M_{12} i_1$; $\Phi_1 = M_{21} i_2$; $M_{12} = M_{21}$

Coefficiente di autoinduzione :$\Phi = Li$

Induttanza solenoide : $L = \mu_o n^2\ l\ S$

Energia magnetica

Energia sistema circuiti : $U = \frac{1}{2}\sum_k \Phi_k i_k$

Densitá energia del campo : $u = \frac{1}{2}\overrightarrow{H} \cdot \overrightarrow{B} = \frac{1}{2}\mu_o\mu_r H^2 = \frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu_o\mu_r}$

Energia induttore : $U = \frac{1}{2}L\ i^2$

5) Circuiti elettrici

Grandezze variabili sinusoidalmente e fasori :

$$i = i_o \cos(\omega t + \phi) \equiv \Re[i_o \exp(i\phi)\exp(i\omega t)] = \Re[I]$$

$$I = \tilde{I}_o e^{(i\omega t)} \quad ; \quad \tilde{I}_o = i_o e^{i\phi}$$

Circuito RC : $R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{q}{C} = V$

Carica C : $q = CV(1 - \exp(-t/\tau) \quad ; \quad \tau = RC$

Scarica C : $q = q_o \exp(-t/\tau)$

Circuito RL : $L\dfrac{di}{dt} + R\, i = V$

Extracorrente chiusura : $i = \dfrac{V}{R}(1 - \exp(-t/\tau) \quad ; \quad \tau = L/R$

Extracorrente apertura : $i = \dfrac{V}{R}\exp(-t/\tau)$

Circuito RLC serie : $L\dfrac{d^2 i}{dt^2} + R\dfrac{di}{dt} + \dfrac{1}{C}i = V$

Frequenza di risonanza : $\omega_r = 2\pi\nu_r = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

Impedenze complesse :

resistenza : $Z = R$

capacitá : $Z = \dfrac{1}{i\omega C}$

induttanza : $Z = i\omega L$

6) Onde elettromagnetiche

Equazioni di Maxwell

Forma differenziale	Forma integrale
$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{D} = \rho$	$\int_\Sigma \overrightarrow{D} \cdot \hat{n} dS = Q_i nt$
$\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{B} = 0$	$\int_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \hat{n} dS = 0$
$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{E} = -\dfrac{\partial \overrightarrow{B}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \overrightarrow{E} \cdot \hat{dl} = -\dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_\Sigma \overrightarrow{B} \cdot \hat{n}\ dS$
$\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{H} = \overrightarrow{j} + \dfrac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$	$\oint_\Gamma \overrightarrow{H} \cdot \hat{dl} = \int_\Sigma \overrightarrow{j} \cdot \hat{n}\ dS + \dfrac{\partial}{\partial t}\displaystyle\int_\Sigma \overrightarrow{D} \cdot \hat{n}\ dS$

Densitá corrente di spostamento : $\overrightarrow{j} = \dfrac{\partial \overrightarrow{D}}{\partial t}$

Legge di Ohm(per conduttori) : $\overrightarrow{j} = \sigma \overrightarrow{E}$

Caratteristiche generali propagazione per onde

Equazione delle onde (3D) : $\nabla^2\phi - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$

Equazione delle onde (1D) : $\dfrac{\partial^2\phi}{\partial z^2} - \dfrac{1}{v^2}\dfrac{\partial^2\phi}{\partial t^2} = 0$

parametri dell'onda sinusoidale :

numero d'onda : $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v}$

vettore d'onda : $\overrightarrow{k} = k \overrightarrow{(\text{versore propag.})}$

lunghezza d'onda : $\lambda = \frac{v}{\nu}$

pulsazione : $\omega = 2\pi\nu$

onda piana sinusoidale progressiva(1D) :

$$\phi = \phi_0 \sin(kz - \omega t) \equiv \phi_0 e^{i(kz-\omega t)}$$

onda sferica sinusoidale progressiva(1D) :

$$\phi = \frac{\phi_0}{r} \sin(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - \omega t) = \phi_0 e^{i(\overrightarrow{k} \cdot \overrightarrow{r} - \omega t)}$$

Caratteristiche delle onde elettromagnetiche

Velocitá di propagazione(fase) : $v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \mu_r}} \quad ; \quad c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_o \mu_o}}$

Trasversalitá onde e.m. : $\overrightarrow{E} = \overrightarrow{v} \times \overrightarrow{B}$

Onda piana (polarizzata $\parallel$ asse-x) :

$$E = E_x = E_o \sin(kz - \omega t)$$
$$B = B_y = B_o \sin(kz - \omega t)$$
$$E_o = vB_o = Z_o H_o \quad ; \quad Z_o = \sqrt{\frac{\mu_o}{\epsilon_o}} \simeq 377\Omega$$

Velocitá di gruppo : $v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{c}{n(\omega) + \omega \frac{dn}{d\omega}}$

Effetto Doppler (c=velocitá onda e.m.):

$$\nu' = \nu \frac{1 - (v_{oss}/c)\cos\theta}{\sqrt{1 - v_{sor}^2/c^2}}$$

Effetto Doppler nel moto collineare(non relativistico, v=velocitá onda):

$$\nu' = \frac{v - v_{oss}}{v - v_{sor}} \nu$$

Energia e impulso dell'onda

Densitá di energia : $u = \frac{1}{2}\epsilon E^2 + \frac{1}{2}\mu H^2 = \epsilon E^2 = \frac{B^2}{\mu}$
(energia per unitá di volume)

Vettore di Poynting : $\overrightarrow{\mathcal{P}} = \overrightarrow{E} \times \overrightarrow{H}$

Intensitá (istantanea)dell'onda : $\mathcal{I} = \left|\overrightarrow{\mathcal{P}}\right| = v\epsilon E^2 = vu$
(potenza per unitá di superficie)

Intensitá (media) dell'onda(sinusoidale) : $< \mathcal{I} >= v\epsilon \frac{E^2}{2}$

Quantitá di moto dell'onda : $\overrightarrow{p} = u_{on}\hat{k} = \frac{\overrightarrow{\mathcal{P}}}{v}$
(per unitá di superficie e unitá di tempo)

Dipolo elettrico oscillante

$p(t) = p_o \sin \omega t$
Campo a grandi distanze(vuoto) :
$E_\theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{p_o}{r} \sin\theta (\frac{\omega}{c})^2 \sin(kr - \omega t)$; $B_\phi = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \frac{p_o}{cr} \sin\theta (\frac{\omega}{c})^2 \sin(kr - \omega t)$
Intensitá(media) irraggiata dal dipolo : $< \mathcal{I} >= \frac{p_o^2 \omega^4}{32\pi^2 \epsilon_o c^3 r^2} \sin^2\theta$
(energia per unitá superficie e unitá di tempo)
Potenza(media) totale irraggiata dal dipolo : $P =< \frac{dE}{dt} >= \frac{p_o^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_o c^3}$

Carica accelerata

Potenza(media) totale irraggiata (carica q oscillante sinusoid. $z = z_o \sin \omega t$

:

$$P =< \frac{dE}{dt} >= \frac{q^2 z_o^2 \omega^4}{12\pi\epsilon_o c^3}$$

Intensitá irraggiata da carica accelerata nella direzione θ(rispetto all'accelerazione):

$$I(\theta) = \frac{dP}{d\theta} = \frac{q^2 a^2}{16\pi^2 \epsilon_o c^3} \sin^2\theta$$

Potenza istantanea irraggiata da una carica accelerata : $P = \frac{dE}{dt} = \frac{q^2 a^2}{6\pi\epsilon_o c^3}$

7) Ottica

Ottica geometrica

Indice di rifrazione : $n = \sqrt{\epsilon_r}$; $\epsilon_r = \epsilon_r(\omega)$ cost. dielettrica
velocitá della luce in un mezzo : $v = \frac{c}{n}$
cammino ottico : $d = \sum_i n_i l_i$
Leggi di Snell : $\theta_{inc} = \theta_{rifl}$; $\frac{\sin\theta_1}{\sin\theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
angolo limite : $\sin\theta_{lim} = \frac{n_2}{n_1}$; se $n_2 < n_1$
angolo di Brewster : $\tan\theta_{Bre} = \frac{n_2}{n_1}$
Formule di Fresnel ($\mu_1 = \mu_2 \simeq \mu_o$):

$$(\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})_\parallel = \frac{n_2\cos\theta_1 - n_1\cos\theta_2}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})_\perp = \frac{n_1\cos\theta_1 - n_2\cos\theta_2}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{tra}}{E_{inc}})_\parallel = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_2\cos\theta_1 + n_1\cos\theta_2} = \frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)\cos(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$(\frac{E_{tra}}{E_{inc}})_\perp = \frac{2n_1\cos\theta_1}{n_1\cos\theta_1 + n_2\cos\theta_2} = \frac{2\cos\theta_1\sin\theta_2}{\sin(\theta_1 + \theta_2)}$$

trasmittivitá : $t = (\frac{E_{tra}}{E_{inc}})^2$

riflettivitá : $r = (\frac{E_{rifl}}{E_{inc}})^2$

Caso di incidenza normale di onda non polarizzata:

$$t = (\frac{2\sqrt{n_1 n_2}}{n_1 + n_2})^2$$

$$r = (\frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2})^2$$

Formula lenti sottili: $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad ; \quad \frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1})$

Interferenza

Interferenza fra onde piane,sinusoidali, lin. polarizzate:

$$E_1 = A_1 \sin[(kz - \omega t) + \phi_1]$$

$$E_2 = A_2 \sin[(kz - \omega t) + \phi_2]$$

$$I \ = \ I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}\cos(\phi_1 - \phi_2)$$

Due sorgenti coerenti(alla Young) : $I = I_o \cos^2\beta$

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda}\sin\theta \quad (d = \text{distanza fra sorgenti})$$

N sorgenti coerenti : $I = I_o[\frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)}]$

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

Diffrazione

Diffrazione(di Fraunhofer) da fenditura rettangolare :

$$I = I_o(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2})$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

condizione per i minimi ; $\sin\theta = n\frac{\lambda}{b}$ $[n \neq 0]$

Diffrazione(di Fraunhofer) da foro circolare :

$$I = I_o[\frac{2J_1(2\pi R\sin\theta/\lambda)}{2\pi R\sin\theta/\lambda}]^2$$

condizione per il 1^o minimo ; $\sin\theta = 1.22\frac{\lambda}{2R}$

Diffrazione(di Fraunhofer) da reticolo di N fenditure :

$$I = I_o(\frac{\sin^2\alpha}{\alpha^2})(\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2\beta})$$

$$\alpha = \frac{\pi b}{\lambda}\sin\theta \quad (b = \text{larghezza fenditura})$$

$$\beta = \frac{\pi p}{\lambda}\sin\theta \quad (p = \text{distanza fra fenditure})$$

massimi di intensitá ; $p\sin\theta = n\lambda$ [p= passo]

Potere dispersivo del reticolo ; $\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{n}{p\cos\theta}$

Potere risolutivo del reticolo ; $\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = nN$

8) Operatori vettoriali e trasformazioni di coordinate

Coordinate cartesiane

Elemento di volume : $d\tau = dx\ dy\ dz$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{i}_x + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{i}_y + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{i}_z$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z}$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = [\frac{\partial v_y}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial y}]\hat{i}_x + [\frac{\partial v_z}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial z}]\hat{i}_y + [\frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}]\hat{i}_z$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Coordinate cilindriche

Trasformazione da $(x, y, z) \Leftrightarrow (\rho, \theta, z)$:

$x = \rho\cos\theta\ \ ;\ y = \rho\sin\theta$

Elemento di volume : $d\tau = \rho\ d\rho\ d\theta\ dz$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{i}_\theta + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{i}_z$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho v_\rho) + \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \theta}v_\theta + \frac{\partial}{\partial z}v_z$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = [\frac{1}{\rho}\frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial z}]\hat{i}_\rho + [\frac{\partial v_\rho}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial \rho}]\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho}[\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial v_\rho}{\partial \theta}]\hat{i}_z$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho\frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

Coordinate sferiche

Trasformazione da $(x, y, z) \Leftrightarrow (\rho, \theta, \phi)$:

$x = \rho\sin\theta\cos\phi\ \ ;\ y = \rho\sin\theta\sin\phi\ \ ;\ z = \rho\cos\theta$

Elemento di volume : $d\tau = \rho^2\ \sin\theta\ d\rho\ d\theta\ d\phi$

$$grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla}\ f = \frac{\partial f}{\partial \rho}\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}\frac{\partial f}{\partial \theta}\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\hat{i}_\phi$$

$$div\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho^2 v_\rho) + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}(v_\theta\sin\theta) + \frac{1}{\rho\sin\theta}\frac{\partial v_\phi}{\partial \phi}$$

$$rot\overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = \frac{1}{\rho\sin\theta}[\frac{\partial(v_\phi\sin\theta)}{\partial \theta} - \frac{\partial v_\theta}{\partial \phi}]\hat{i}_\rho + \frac{1}{\rho}[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial v_\rho}{\partial \phi} - \frac{\partial(\rho v_\phi)}{\partial \rho}]\hat{i}_\theta + \frac{1}{\rho}[\frac{\partial(\rho v_\theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial v_\rho}{\partial \theta}]\hat{i}_\phi$$

$$\text{Laplaciano : } \nabla^2 = \frac{1}{\rho^2}\frac{\partial}{\partial \rho}(\rho^2\frac{\partial}{\partial \rho}) + \frac{1}{\rho^2\sin\theta}[\frac{\partial}{\partial \theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial \theta})] + \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$$

Relazioni vettoriali utili

$$\overrightarrow{a} \times (\overrightarrow{b} \times \overrightarrow{c}) = \overrightarrow{b}(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{c}) - \overrightarrow{c}(\overrightarrow{a} \cdot \overrightarrow{b})$$

$$rot\ grad\ f \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{\nabla} f = 0$$

$$div\ rot\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = 0$$

$$rot\ rot\ \overrightarrow{v} \equiv \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v} = \overrightarrow{\nabla}(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v}) - \nabla^2\overrightarrow{v}$$

$$rot(f\overrightarrow{v}) \equiv \overrightarrow{\nabla} \times (f\overrightarrow{v}) = f(\overrightarrow{\nabla} \times \overrightarrow{v}) - \overrightarrow{\nabla} f \times \overrightarrow{v}$$

$$div(f\overrightarrow{v}) \equiv \overrightarrow{\nabla} \cdot (f\overrightarrow{v}) = f(\overrightarrow{\nabla} \cdot \overrightarrow{v}) + \overrightarrow{\nabla} f \cdot \overrightarrow{v}$$

9) Costanti di uso frequente

Costante dielettrica del vuoto : $\epsilon_o = 8.85\ 10^{-12}\ F/m$
Permeabilitá magnetica del vuoto : $\mu_o = 4\pi\ 10^{-7}\ H/m$
Carica dell'elettrone : $e = 1.60\ 10^{-19}\ C$
Massa dell'elettrone : $m_e = 9.1\ 10^{-31}\ kg$
Rapporto e/m dell'elettrone : $e/m = 1.76\ 10^{11}\ C/kg$
Massa del protone : $m_p = 1.67\ 10^{-27}\ kg$
Velocitá delle onde e.m. nel vuoto : $c = 3.0\ 10^{8}\ m/s$
Impedenza del vuoto : $Z_o = 376.7\ \Omega$
Costante di Planck : $h = 6.626\ 10^{-34}\ J \cdot s$
Magnetone di Bohr : $\mu_B = 9.42\ 10^{-24}\ A\ m^2$
Costante gravitazionale : $G = 6.672\ 10^{-11} m^3\ kg{-}1\ s^{-2}$
Numero di Avogadro : $N_A = 6.02252\ 10^{23}\ mol^{-1}$
Costante di Boltzmann : $k = 1.38054\ 10^{-23}\ J\ K^{-1}$
Costante dei gas : $R = 8.314\ J/(mol\ K)$
$= 1.986\ cal/(mol\ K)$
Volume di una mole(STP gas ideale) : $k = 22.414\ 10^{-3}\ m^3 mol^{-1}$
Unitá astronomica : $AU = 1.49598\ 10^{11}\ m$
Raggio(equatoriale)della terra : $R_\oplus = 6.378\ 10^{6}\ m$
Massa della terra : $M_\oplus = 5.973\ 10^{24}\ kg$
Massa del sole : $M_\odot = 1.989\ 10^{30}\ kg$