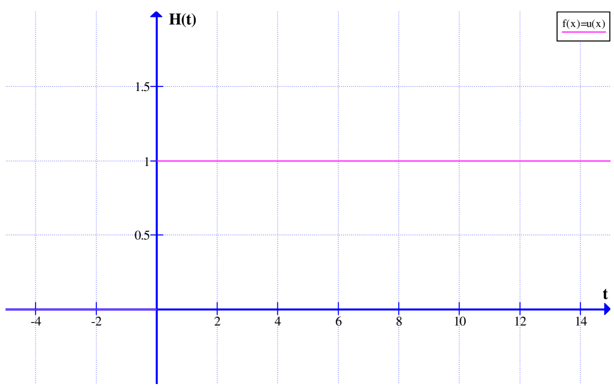
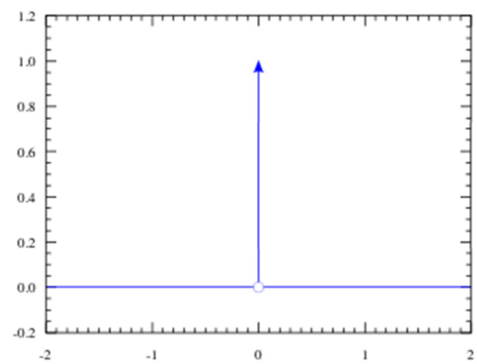
Risposta di circuiti elementari a segnali a impulsi:

Ingressi impulsivi 'tipici':
Modelli ideali conformi - approssimativamente - a molte situazioni reali
Sfortunatamente: difficili/impossibili da trattare a mezzo trasformata di Fourier

Gradino (di tensione o corrente) *Delta* (di tensione o corrente)





Problema generale:

Formalismo delle trasformate di Fourier (→ Impedenze complesse)
applicabile quando gli integrali convergono → TdFesiste

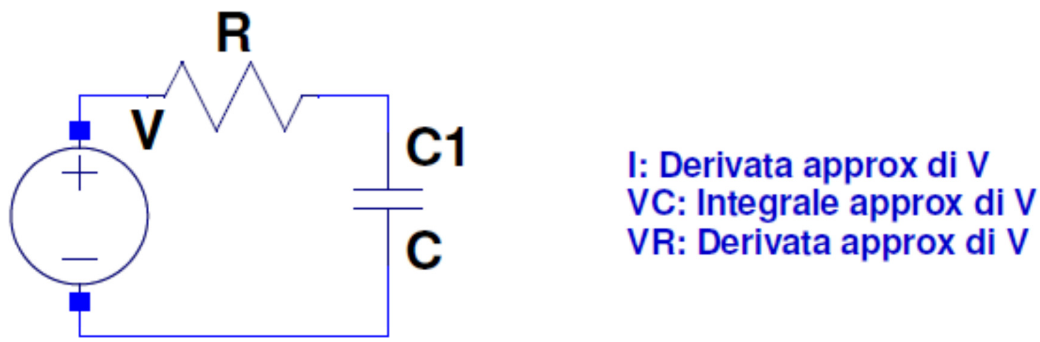
Funzioni come quelle citate (per altro interessanti e utili): Escluse

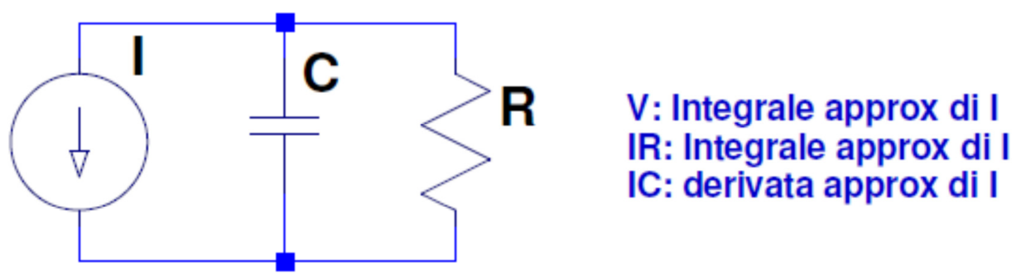
→ Estensione: Trasformata di Laplace

Inizialmente: metodo non rigoroso ma intuitivo

Circuiti 'integratori' e 'derivatori':

Proprieta' caratteristica di produrre in uscita integrale o derivata (approssimati) dell'ingresso





Euristicamente $(\leftarrow$ Senza pretesa di rigore$)$:

Circuito serie

$$V_{in} = iR + V_C = iR + \frac{Q}{C}$$

Se si potesse derivare ovunque:

$$\frac{dV_{in}}{dt} = 0 = R\frac{di}{dt} + \frac{i}{C}$$

$t = 0$ escluso per discontinuita', tuttavia:

$$i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ i(0)e^{-\frac{t}{RC}} & t > 0 \end{cases}; \quad i(0)??$$

Segnale di ingresso a gradino: molte componenti a frequenza diversa

Spettro delle frequenze rilevanti diverso in diversi intervalli di tempo

Per $t \to \infty$: Segnale costante $\to$ $\omega \sim 0$

Per $t \to 0$: Rapida variazione $\to \omega \sim \infty$

$\to$ Non rigorosamente:

$|Z_C| \to \infty$ per $t \to \infty$, $|Z_C| \to 0$ per $t \to 0$

$$\to i \sim \frac{V}{R} \text{ per } t \to 0, \quad i \sim 0 \text{ per } t \to \infty$$

$$\to i(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \frac{V}{R}e^{-\frac{t}{RC}} & t > 0 \end{cases}$$

$$V_R(t) = i(t)R = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ Ve^{-\frac{t}{RC}} & t > 0 \end{cases}$$

$$V_C(t) = \frac{Q}{C} = \frac{\int_{-\infty}^{t} i(t')\,dt}{C} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ \dfrac{\frac{V}{R}(-RC)e^{-\frac{t'}{RC}}\Big|_0^t}{C} = V\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) & t > 0 \end{cases}$$

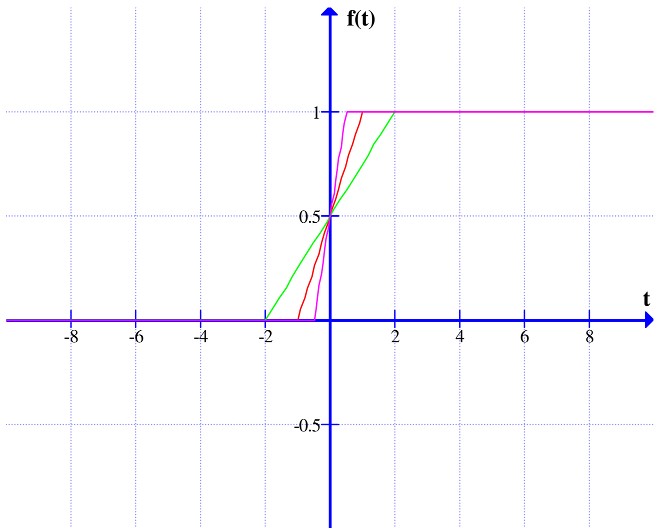
$t \gg RC : V_R(t), i(t) \sim$ derivata di V_{in}

$t \ll RC : V_C(t) \sim$ integrale di V_{in}

In che senso?

Derivata di $H(t) = 0$ per $t \neq 0$; per $t = 0$?

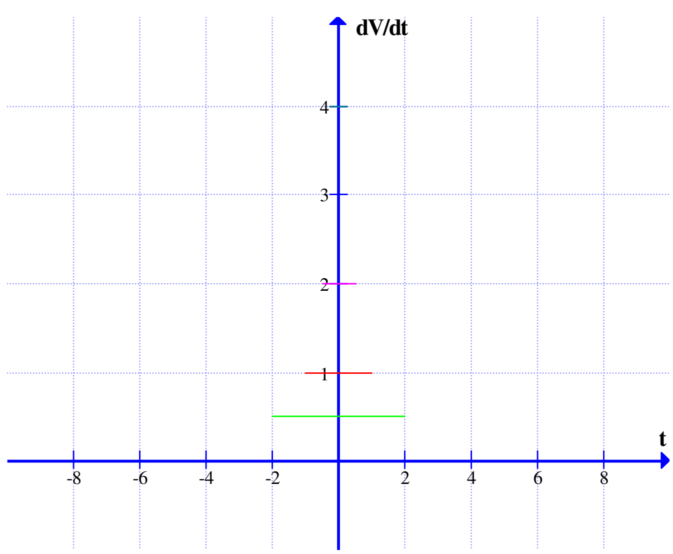
Gradino: limite di una successione di funzioni *continue* come nella figura:



Derivate nell' intorno dell' origine:

Successione di impulsi rettangolari di durata decrescente e altezza crescente (area costante)

$\rightarrow$ Limite $\sim \delta(t)$



$\rightarrow$ Se V_{in} fosse derivabile in 0, e se $\delta(t)$ fosse una funzione:

$$\frac{dV_{in}}{dt} = \delta(t)$$

$$\int_{-\infty}^{t} \delta(t')dt' = V_{in}$$

Circuito parallelo: simile

$$i_{in} = i_R + i_C \rightarrow i_{in} = \frac{V}{R} + \frac{dQ}{dt} = \frac{V}{R} + C\frac{dV}{dt}$$

$$\rightarrow V(t) = V(\infty)\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) \rightarrow \begin{cases} 0 & t < 0 \\ IR\left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right) & t > 0 \end{cases}$$

Notare:

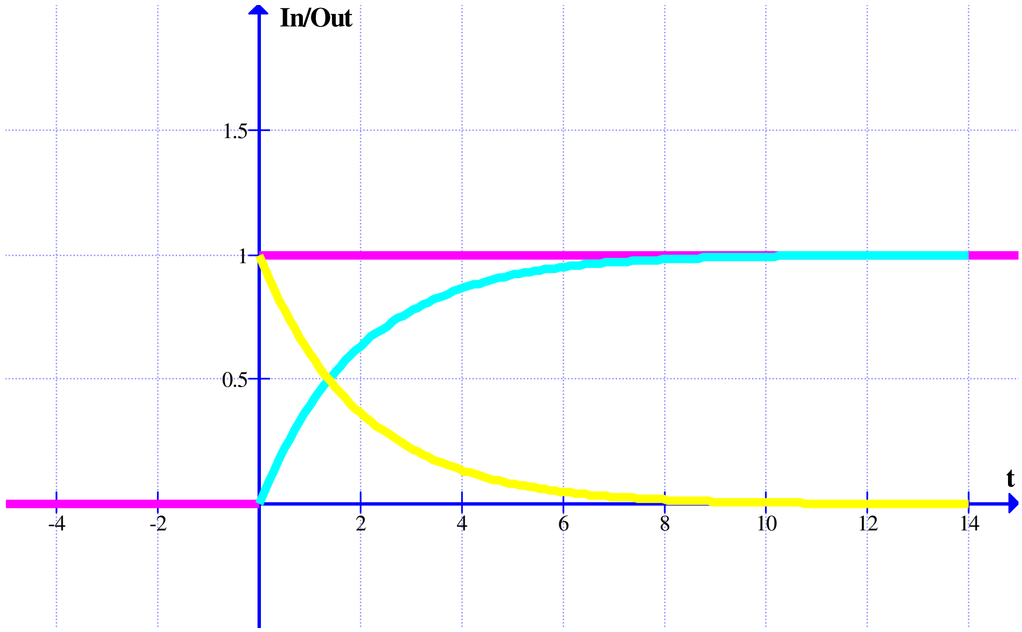
$$1 - e^{-\frac{t}{RC}} \sim \frac{t}{RC}, \quad t \ll RC$$

$$\text{'Rampa lineare'} \sim \int gradino$$

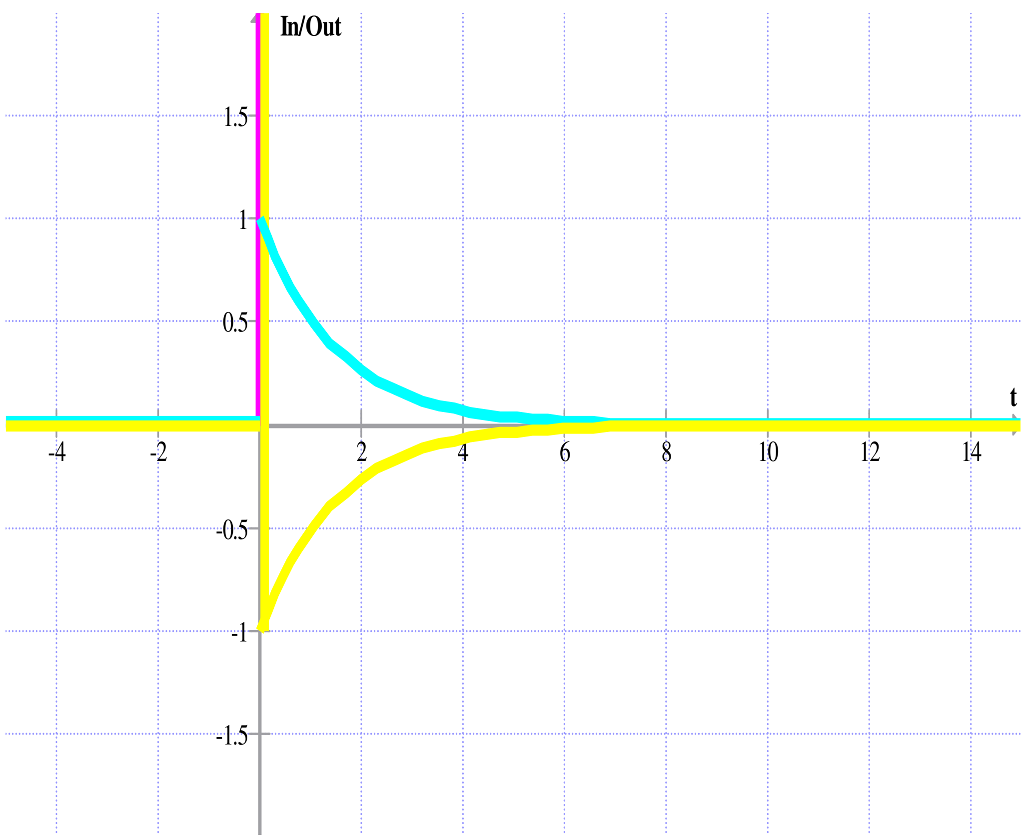
$$e^{-\frac{t}{RC}} \sim 0, \quad t \gg RC$$

$$'\delta' \sim derivata(gradino)$$

Risposte di integratore (azzurro) e derivatore (giallo) a un ingresso a step (viola)



Risposte di integratore (azzurro) e derivatore (giallo) a un ingresso a δ (viola)



Derivatori e integratori :

caratteristica indipendente dal segnale di ingresso

Proprieta' approssimata:

Integratore, derivatore ideali non realizzabili con circuiti passivi

~ realizzabili con amplificatori operazionali