

Elettronica: Tecnologia alla base di molte altre tecnologie

→ Meta-tecnologia

Dispositivi elettronici: passivi, attivi (← generazione di potenza)

Basati su uso intelligente del trasporto di carica elettrica → Corrente

→ Interesse per proprietà dei materiali rispetto al trasporto di carica

Materiale più semplice: vuoto

Elettroni in moto sotto l'azione di campi elettrici e magnetici

→ Tecnologia tubi a vuoto (anni '20 - anni '50)

Obsoleta tranne che per applicazioni particolari (radar, acceleratori, ...)

Materiale: gas

Moto di *elettroni e ioni positivi* nel gas

Formazione di coppie elettrone-ione a temperatura  $T$ : agenti ionizzanti

Moto elettroni ioni spontaneo: casuale, libero + collisioni

Volo libero fra le collisioni + Applicazione di un campo elettrico

Portatore  $j$ -esimo:

$$m\mathbf{u}_j^f = m\mathbf{u}_j + q\mathbf{E}t_j \quad \text{incremento } q \cdot \text{ di } m \cdot \text{ fra due collisioni}$$

Sommando su tutti i portatori:

$$m\sum_j \mathbf{u}_j^f = \sum_j (m\mathbf{u}_j + q\mathbf{E}t_j)$$

$$\rightarrow m\bar{\mathbf{u}}^f = \frac{m}{N}\sum_j \mathbf{u}_j + \frac{1}{N}\sum_j q\mathbf{E}t_j \quad q \cdot \text{ di moto media}$$

$$\frac{1}{N}\sum_j m\mathbf{u}_j = 0 \quad \text{direzioni casuali}$$

$\rightarrow$  Azzeramento della vel. media dopo ogni collisione

$$\rightarrow m\bar{\mathbf{u}}^f = q\mathbf{E}\frac{\sum_j t_j}{N} = q\mathbf{E}\tau \quad \tau \text{ tempo medio fra collisioni}$$

Densita' di corrente:

$$\mathbf{J} = Nq\bar{\mathbf{u}} = Nq\left(\frac{\mathbf{E}q\tau}{m}\right) = \frac{Nq^2\tau}{m}\mathbf{E}$$

$$\rightarrow \mathbf{J} = \sigma\mathbf{E}$$

Due tipi di portatori:

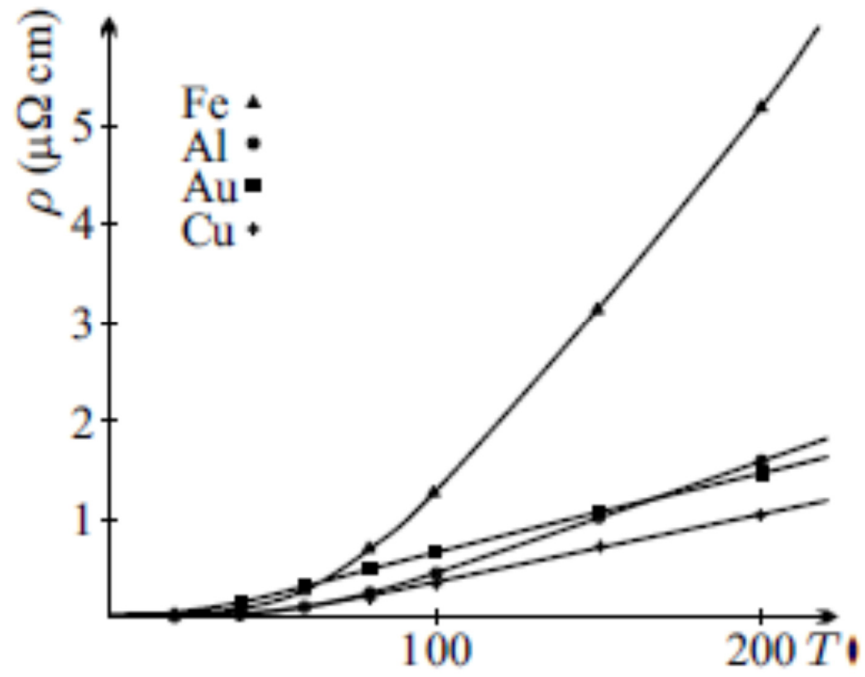
$$\mathbf{J} = (\mathbf{J}^+ + \mathbf{J}^-) = \left( q\frac{N_+q\tau_+}{m_+} + (-q)\frac{N_-(-q)\tau_-}{m_-} \right)\mathbf{E} = \sigma\mathbf{E}$$

$$\rightarrow \sigma = q^2\left(\frac{N_+\tau_+}{m_+} + \frac{N_-\tau_-}{m_-}\right) \quad \text{conduttivita' del gas}$$

$\rightarrow$  Tecnologia tubi a gas, obsoleta anche lei

Material	$\rho$ ( $\Omega\cdot\text{m}$ ) at 20 °C	Resistivity	$\sigma$ (S/m) at 20 °C	Conductivity
Silver	$1.59\times 10^{-8}$		$6.30\times 10^7$	
Copper	$1.68\times 10^{-8}$		$5.96\times 10^7$	
Annealed copper	$1.72\times 10^{-8}$		$5.80\times 10^7$	
Gold	$2.44\times 10^{-8}$		$4.10\times 10^7$	
Aluminum	$2.82\times 10^{-8}$		$3.5\times 10^7$	
Calcium	$3.36\times 10^{-8}$		$2.98\times 10^7$	
Tungsten	$5.60\times 10^{-8}$		$1.79\times 10^7$	
Zinc	$5.90\times 10^{-8}$		$1.69\times 10^7$	
Nickel	$6.99\times 10^{-8}$		$1.43\times 10^7$	
Lithium	$9.28\times 10^{-8}$		$1.08\times 10^7$	
Iron	$1.0\times 10^{-7}$		$1.00\times 10^7$	
Platinum	$1.06\times 10^{-7}$		$9.43\times 10^6$	
Tin	$1.09\times 10^{-7}$		$9.17\times 10^6$	
Carbon steel	$(10^{10})$		$1.43\times 10^{-7}$	
Lead	$2.2\times 10^{-7}$		$4.55\times 10^6$	
Titanium	$4.20\times 10^{-7}$		$2.38\times 10^6$	
Grain oriented electrical steel	$4.60\times 10^{-7}$		$2.17\times 10^6$	
Manganin	$4.82\times 10^{-7}$		$2.07\times 10^6$	
Constantan	$4.9\times 10^{-7}$		$2.04\times 10^6$	
Stainless steel	$6.9\times 10^{-7}$		$1.45\times 10^6$	
Mercury	$9.8\times 10^{-7}$		$1.02\times 10^6$	
Nichrome	$1.10\times 10^{-6}$		$9.09\times 10^5$	
GaAs	$5\times 10^{-7}$ to $10\times 10^{-3}$		$5\times 10^{-8}$ to $10^3$	
Carbon (amorphous)	$5\times 10^{-4}$ to $8\times 10^{-4}$		$1.25$ to $2\times 10^3$	
Carbon (graphite)	$2.5\times 10^{-6}$ to $5.0\times 10^{-6}$ //basal plane $3.0\times 10^{-3}$ $\perp$ basal plane		$2$ to $3\times 10^5$ //basal plane $3.3\times 10^2$ $\perp$ basal plane	
Carbon (diamond)	$1\times 10^{12}$		$\sim 10^{-13}$	
Germanium	$4.6\times 10^{-1}$		$2.17$	
Sea water	$2\times 10^{-1}$		$4.8$	
Drinking water	$2\times 10^1$ to $2\times 10^3$		$5\times 10^{-4}$ to $5\times 10^{-2}$	
Silicon	$6.40\times 10^2$		$1.56\times 10^{-3}$	
Wood (damp)	$1\times 10^3$ to $4$		$10^{-4}$ to $10^{-3}$	
Deionized water	$1.8\times 10^5$		$5.5\times 10^{-6}$	
Glass	$10\times 10^{10}$ to $10\times 10^{14}$		$10^{-11}$ to $10^{-15}$	
Hard rubber	$1\times 10^{13}$		$10^{-14}$	
Wood (oven dry)	$1\times 10^{14}$ to $16$		$10^{-16}$ to $10^{-14}$	
Sulfur	$1\times 10^{15}$		$10^{-16}$	
Air	$1.3\times 10^{16}$ to $3.3\times 10^{16}$		$3\times 10^{-15}$ to $8\times 10^{-15}$	
Paraffin wax	$1\times 10^{17}$		$10^{-18}$	
Fused quartz	$7.5\times 10^{17}$		$1.3\times 10^{-18}$	
PET	$10\times 10^{20}$		$10^{-21}$	
Teflon	$10\times 10^{22}$ to $10\times 10^{24}$		$10^{-25}$ to $10^{-23}$	

Andamento con T della resistività dei metalli



Materiale: conduttore

Modello di Drude: gas di elettroni liberi, ma confinati entro il cristallo

Ioni positivi fissi nei siti reticolari  $\rightarrow$  Solo corrente di  $e$

1  $e$  libero/atomo  $\rightarrow N = 8.5 \cdot 10^{22} e \text{ cm}^{-3} = 8.5 \cdot 10^{28} e \text{ m}^{-3}$

Tempo di rilassamento = Intervallo medio fra due collisioni

$$\tau = \frac{\sigma m}{Ne^2} = \frac{5.8 \cdot 10^7 \cdot 9.110^{-31}}{8.5 \cdot 10^{28} \cdot 2.610^{-38}} s \approx 2.4 \cdot 10^{-14} s \quad \text{Rame}$$

Vel. a  $T$  ambiente :

Usiamo statistica di Maxwell-Boltzmann

$\rightarrow$  Equipartizione dell'energia

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} kT \rightarrow \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \approx 10^7 \text{ cms}^{-1}$$

$\rightarrow \bar{v} \tau \approx 2.4 \cdot 10^{-7} \text{ cm}$  cammino libero medio fra due collisioni

Passo reticolare  $\sim 310^{-8} \text{ cm} < \bar{v} \tau$

$\rightarrow \sim$  OK resistività originata da collisioni, ma questione non ben chiarita

[Ma: Perché il cammino libero medio è così grande?]

$\rightarrow$  OK con ipotesi di 'elettroni liberi'

$\rightarrow$  OK per giustificare legge di Ohm

$\rightarrow$  KO: Assumendo il cammino libero medio  $\bar{l} \sim$  indipendente da  $v$

$$\rightarrow \sigma = \frac{m}{Ne^2} \tau = \frac{m}{Ne^2} \frac{\bar{l}}{\bar{v}} = \frac{m^{3/2}}{Ne^2} \frac{\bar{l}}{\sqrt{3kT}} \propto \frac{1}{\sqrt{T}} \neq \frac{1}{T} \quad \text{sperimentale}$$

Modelli conduzione: Sommerfeld

Elettroni liberi nel metallo: eq. di Schrodinger

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi = E \psi$$

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} = \frac{1}{\sqrt{V}} e^{ik_x x} e^{ik_y y} e^{ik_z z}$$

Cond. al contorno: Periodiche

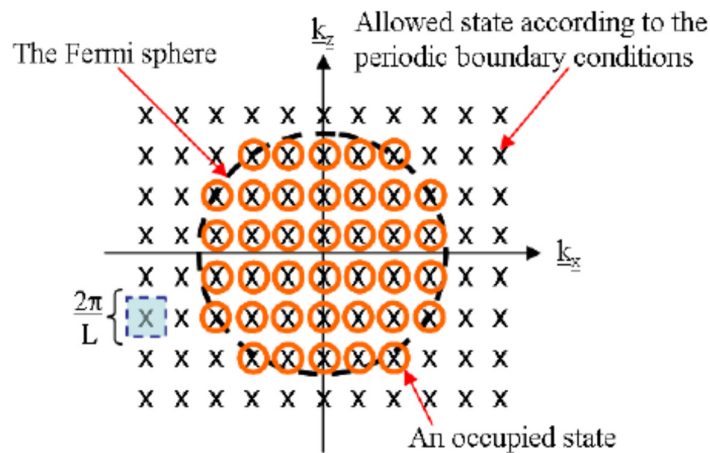
(← Consentono di costruire un insieme completo di stati base)

$$\psi(x) = \psi(x+L) \rightarrow e^{ik_x x} = e^{ik_x(x+L)} \rightarrow e^{ik_x L} = 1 \rightarrow k_x L = 2n_x \pi$$

$$\rightarrow k_x = n_x \frac{2\pi}{L}, \text{ simile per } k_y, k_z$$

Vettori nello spazio dei numeri d'onda:

Discreti, su un reticolo regolare



Densita' di stati nello spazio rappresentativo =  $\left(\frac{L}{2\pi}\right)^2$

Energia di un dato stato:

$$E = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 = \frac{\hbar^2}{2m} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

2 elettroni/stato (Principio di Pauli)

→  $N$  elettroni riempiono 'a cipolla' tutti gli stati a partire da quello con  $E$  piu' bassa

→ Sfera di Fermi

Raggio sfera di Fermi per  $N$  elettroni:

$$N = 2 \left(\frac{L}{2\pi}\right)^3 \frac{4}{3} \pi k_F^3$$

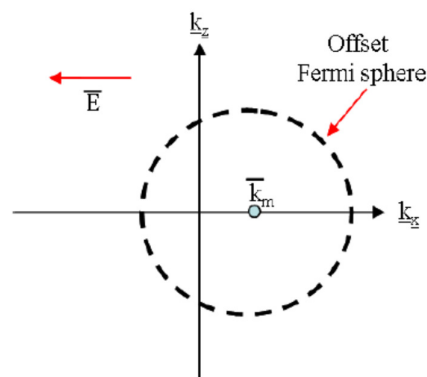
$$\rightarrow k_F^3 = \frac{3N}{8\pi} \left(\frac{2\pi}{L}\right)^3 = \frac{3N(\pi)^3}{\pi L^3} = 3\pi^2 n, \quad n \text{ densita' volumetrica di elettroni}$$

$$\rightarrow k_F = (3\pi^2 n)^{1/3}$$

$$\rightarrow E_F = \frac{\hbar^2}{2m} (3\pi^2 n)^{2/3}$$

$$\rightarrow v_F = \frac{\hbar k_F}{m} = \frac{\hbar}{m} (3\pi^2 n)^{1/3} \gg \sqrt{\frac{3kT}{m}}$$

Effetto di un campo elettrico  $E$  sulla sfera di Fermi: *Offset*



Perdita di energia per collisioni:

$$\frac{dk_m}{dt} = \underbrace{-\frac{e}{\hbar}E}_{\text{incremento}} - \underbrace{\frac{k_m}{\tau}}_{\text{decremento}}$$

Equilibrio:

$$-\frac{e}{\hbar}E - \frac{\bar{k}_m}{\tau} = 0 \rightarrow \bar{k}_m = -\frac{eE\tau}{\hbar}$$

$$\rightarrow v_d = \frac{\bar{p}_m}{m} = \frac{\hbar\bar{k}_m}{m} = -\frac{eE\tau}{m} \quad \text{vel. di drift}$$

$$\rightarrow j = -Nev_d = \frac{Ne^2\tau E}{m} = \sigma E \quad \text{dens. di corrente}$$

$$\rightarrow \sigma = \frac{Ne^2\tau}{m} \quad \text{conduttività}$$

Simile a modello di Drude:

$$\tau_{Sommerfeld} \sim \tau_{Drude}, v_F \gg v_{Boltzmann}$$

$$\rightarrow v_F\tau \gg a \quad \text{in questo caso}$$

Effetto molto più marcato rispetto al modello di Drude

Tuttavia, nel contesto quantistico il problema resistività cambia:

Originata non da urti con il reticolo

(assenti: funzione d'onda periodica = passo reticolare, v .dopo)

ma da collisioni con *fononi* (vibrazioni reticolari quantizzate), *impurità*

Moto elettroni = propagazione della funzione d'onda

Approssimazione di Sommerfeld: Potenziale costante  $\rightarrow$  Inadeguata

$\rightarrow$  Necessità di migliore approssimazione nell'eq. di Schrodinger

$\rightarrow$  Bloch: Potenziale periodico

$\rightarrow \psi$  non perturbata dagli ioni nei siti reticolari (uguale periodicità)

$$\text{In un reticolo perfetto } \tau \rightarrow \infty \quad \rightarrow \quad \sigma \rightarrow \infty$$

$\rightarrow$  Perturbata da irregolarità nel reticolo, originate da:

$$\left. \begin{array}{l} \text{vibrazioni reticolari, densità} \propto T \\ \text{impurità, difetti, } \sim \text{indipendenti da } T \end{array} \right\} \rightarrow \text{Spiegata } \sigma = \sigma(T)$$