Rumore shot: Legato a granularita' della corrente
Presente quando i portatori 'attraversano una barriera di potenziale'
Es

Non presente per le normali correnti nei conduttori
Ragione: Flusso di corrente in un conduttore diverso dalla raffigurazione intuitiva
Include un'interazione *continua* con il reticolo ionico (scambio di fononi)
$\rightarrow$ Simile in questo a un flusso continuo

Presente nelle correnti nel vuoto, o in una giunzione, etc

Densita' spettrale del rumore shot:

Modello semplificato del trasporto di carica in situazione simile
a transito individuale dei portatori attraverso una gap

Corrente totale: n elettroni ogni T secondi

$$I = \frac{nq}{T}$$

Carica individuale ('granulare'): e
Tempo di attraversamento: τ

Impulso individuale di corrente: rettangolare

$$\rightarrow i(t) = \begin{cases} \dfrac{q}{\tau}, & -\dfrac{\tau}{2} < t < +\dfrac{\tau}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Trasformata di Fourier del segnale:

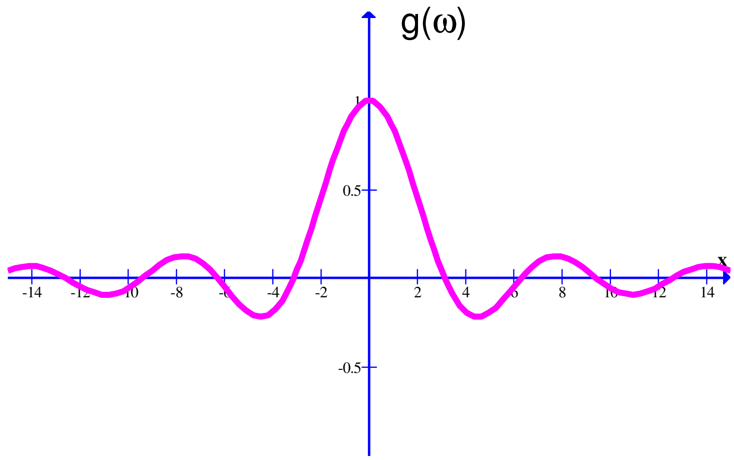
$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) e^{-j\omega t} dt$$

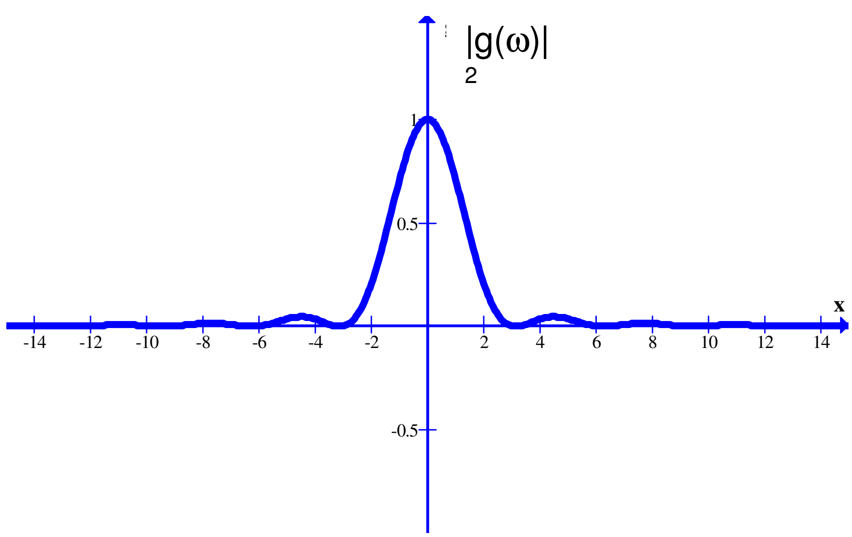
$$g(\omega)=\int_{-\infty}^{+\infty} i(t)\,e^{-j\omega t}\,dt=\int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}}\frac{q}{\tau}e^{-j\omega t}\,dt=\frac{q}{\tau}\left(-\frac{1}{j\omega}e^{-j\omega t}\right)_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}}$$

$$\rightarrow g(\omega)=\frac{q}{\tau}\left(-\frac{1}{j\omega}\right)\left(e^{-j\omega\frac{\tau}{2}}-e^{+j\omega\frac{\tau}{2}}\right)=\frac{q}{j\omega\tau}\left(e^{+j\omega\frac{\tau}{2}}-e^{-j\omega\frac{\tau}{2}}\right)$$

$$\rightarrow g(\omega)=q\frac{e^{+j\omega\frac{\tau}{2}}-e^{-j\omega\frac{\tau}{2}}}{2j\omega\frac{\tau}{2}}=q\frac{\sin\omega\frac{\tau}{2}}{\omega\frac{\tau}{2}}$$

$$\rightarrow\left|g(\omega)\right|^2=q^2\frac{\sin^2\omega\frac{\tau}{2}}{\left(\omega\frac{\tau}{2}\right)^2}$$





Per $\omega \ll \frac{1}{\tau}, \left|g(\omega)\right|^2 \approx q^2$

Nella banda di frequenze $(-B, B)$

$$\rightarrow E = \int_{-B}^{+B} \left|g(\omega)\right|^2 d\omega = 2\int_{0}^{B} \left|g(\omega)\right|^2 d\omega \approx 2q^2 B$$

E: 'Energia' del segnale associato al passaggio di 1 carica

Con n cariche nel tempo T:

$$P \approx \frac{2q^2 Bn}{T} = 2qI_a B$$

P: 'Potenza' del segnale associato al passaggio di n/T cariche/secondo

$\rightarrow$ Densita' spettrale di potenza:

Corrente quadratica media di rumore nella banda di frequenze $(\omega, \omega + d\omega)$

$\left\langle I^2 \right\rangle_\omega = 2qI_a$ Indipendente da ω, rumore bianco

Derivazione alternativa:

Flusso Poissoniano di cariche elementari q, rate medio λ

$\rightarrow$ Corrente media:

$i = q\lambda$

Struttura granulare:

$\rightarrow$ In un tempo fisso T, n. di cariche passate fluttua

Prob. di osservare n passaggi nel tempo T:

$P = \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T}$ Dist. di Poisson

$$\rightarrow \begin{cases} \langle n \rangle = \lambda T \\ \sigma_n^2 = \lambda T \end{cases}$$

$$\rightarrow \left\langle i^2 \right\rangle = \left(\frac{q}{T}\right)^2 \sigma_n^2 = \left(\frac{q}{T}\right)^2 \lambda T = q\lambda \frac{q}{T} = i\frac{q}{T}$$

T tempo di osservazione $\sim \frac{1}{B}$, B banda passante $\rightarrow T = \frac{1}{2B}$

$\rightarrow \left\langle i^2 \right\rangle = 2qiB$

$\rightarrow \left\langle i^2 \right\rangle_\omega = 2qi$ Densita' spettrale

Considerando un processo di rumore bianco (termico o shot) su una banda limitata $(0, B)$, funzione di autocorrelazione:

$$K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

$$\rightarrow K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^{B} A e^{j\omega t} d\omega = \frac{A}{2\pi} \frac{e^{jBt} - e^{-jBt}}{jt} = \frac{AB}{\pi} \frac{sin(Bt)}{Bt}$$

Es rumore termico:

$$K(t) = \frac{4kTRB}{\pi} \frac{sin(Bt)}{Bt}$$

Per banda molto larga:

$$\lim_{B \to \infty} K(t) = \frac{4kTR}{\pi} \delta(t)$$

$\rightarrow$ Tempo di correlazione ~ 0

Altre componenti del rumore elettronico:

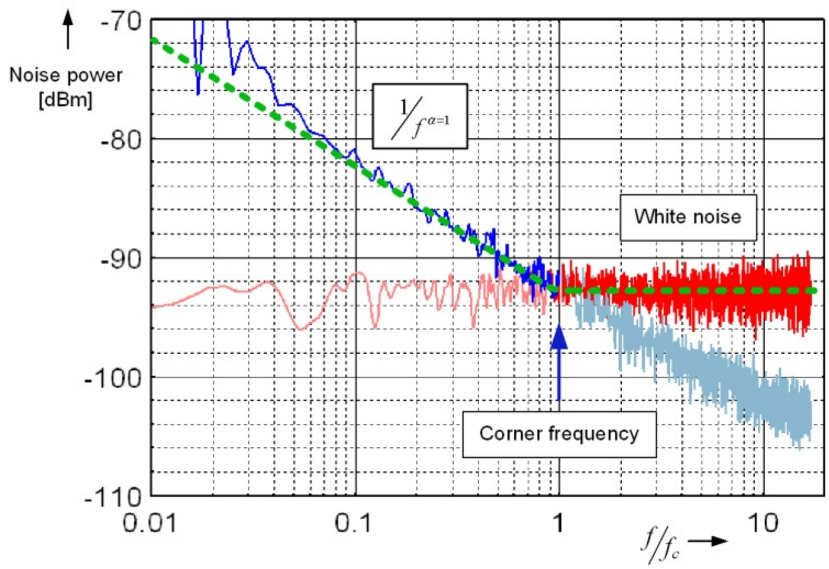
Rumore flicker ('Sfarfallamento')

Origine non chiara, presente in moltissimi 'segnali', anche non elettronici

Densita' spettrale 'rosa':

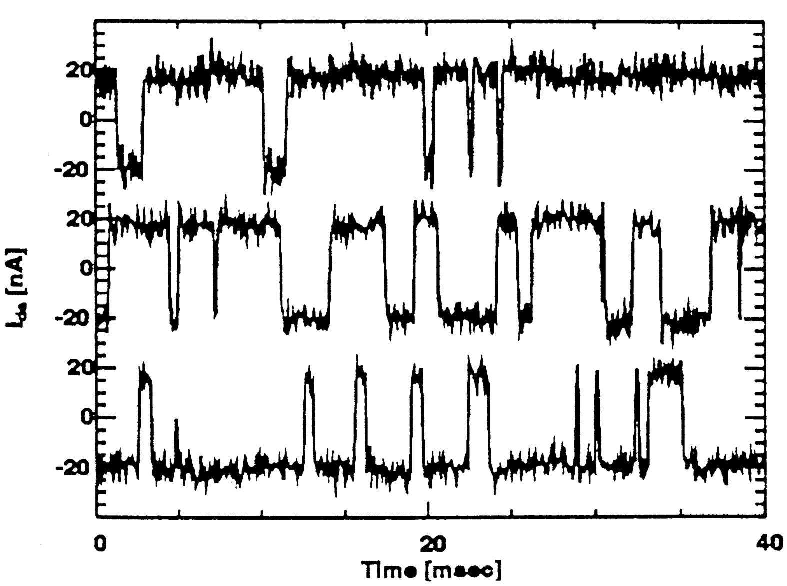
$$\left\langle V_n^2 \right\rangle_\omega = \frac{C}{\omega^\alpha}, \quad \alpha \sim 1$$

Dominante a bassa, trascurabile ad alta frequenza



Rumore RTS $(=$ Random Telegraph Signals$)$, o Burst Noise, o Popcorn noise:

Origine non chiara, presente soprattutto nei circuiti integrati



Esempio: Effetto del rumore sulla misura di una piccola corrente

Misura effettuata con la caduta di tensione su una resistenza R

Considerando solo contributi termico e shot:

$V_s = IR \rightarrow V_s^2 = I^2 R^2$

$V_n^2 = 4kTR\Delta\nu + 2eIR^2\Delta\nu$

Rapporto rumore/segnale:

$$\rightarrow \frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} = \frac{\sqrt{\left(4kTR + 2eIR^2\right)\Delta\nu}}{IR} = \sqrt{\frac{\left(4kTR + 2eIR^2\right)\Delta\nu}{I^2 R^2}} = \sqrt{\left(\frac{4kT}{I^2 R} + \frac{2e}{I}\right)\Delta\nu}$$

Esempio:

$I = 100\ pA = 10^{-10}\ A$

$$\frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} = \sqrt{\left(\frac{4kT}{I^2 R} + \frac{2e}{I}\right)\Delta\nu} = \sqrt{\left(\frac{0.1\ 1.6\ 10^{-19}}{10^{-20} R} + \frac{2\ 1.6\ 10^{-19}}{10^{-10}}\right)\Delta\nu}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} = \sqrt{\left(\frac{1.6}{R} + \cancel{3.2 10^{-9}}\right)\Delta\nu} \sim 1.26\sqrt{\frac{\Delta\nu}{R}},\ \ R \ll 10^9\,\Omega$$

Per avere p es $N / S \le 0.1$:

$$\sqrt{\frac{R}{\Delta\nu}} \ge 12.6 \rightarrow R \text{ grande, banda piccola}$$

Cifra di rumore (NF, Noise Figure):
Grandezza adatta a descrivere compattamente le proprieta' di un circuito (p es amplificatore) per cio' che riguarda il rumore

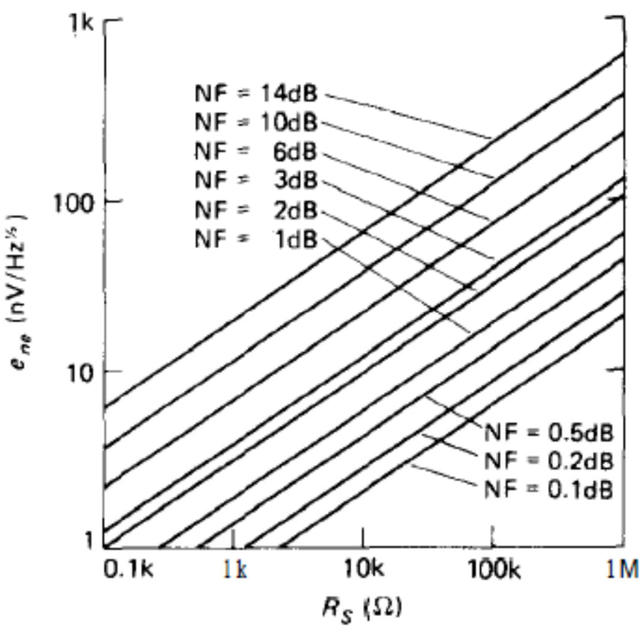
Segnale proveniente da un generatore di impedenza R_s amplificato da uno stadio ad elevata impedenza di ingresso $Z_{in} \gg R_s$:

$$NF_{dB} = 10\log_{10}\frac{4kTR_s + \left\langle v_n^2 \right\rangle_\omega}{4kTR_s}$$

$\left\langle v_n^2 \right\rangle_\omega$ densita' spettrale di rumore dello stadio riferita all'ingresso

La cifra di rumore misura il rumore che lo stadio aggiunge al termico della sorgente

Tensione di rumore $rms/\sqrt{Hz}$ in funzione di R_s per diverse cifre di rumore a T = 300 K:



Fissato $\left\langle v_n^2 \right\rangle$, la temperatura di rumore T_n e' definita da:

$$\left\langle v_n^2 \right\rangle_\omega = 4kT_nR_s$$

$$\left\langle v_n^2 \right\rangle_\omega = \left(10^{\frac{NF}{10}} - 1\right)4kTR_s \rightarrow T_n = T\left(10^{\frac{NF}{10}} - 1\right)$$