

9 - Rumore shot e flicker

Shot noise: Legato a granularita' della corrente

Presente quando i portatori 'attraversano una barriera di potenziale'

Es

Non presente per le normali correnti nei conduttori

Ragione: Flusso di corrente in un conduttore diverso dalla raffigurazione intuitiva

Include un'interazione *continua* con il reticolo ionico (scambio di fononi)

→ Simile in questo a un flusso continuo

Presente nelle correnti nel vuoto, o in una giunzione, etc

Densita' spettrale del rumore shot:

Modello semplificato del trasporto di carica in situazione simile a transito individuale dei portatori attraverso una gap

Corrente totale: n elettroni ogni T secondi

$$I = \frac{nq}{T}$$

Carica individuale ('granulare'): e

Tempo di attraversamento: τ

Impulso individuale di corrente: rettangolare

$$\rightarrow i(t) = \begin{cases} \frac{q}{\tau}, & -\frac{\tau}{2} < t < +\frac{\tau}{2} \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$$

Trasformata di Fourier del segnale:

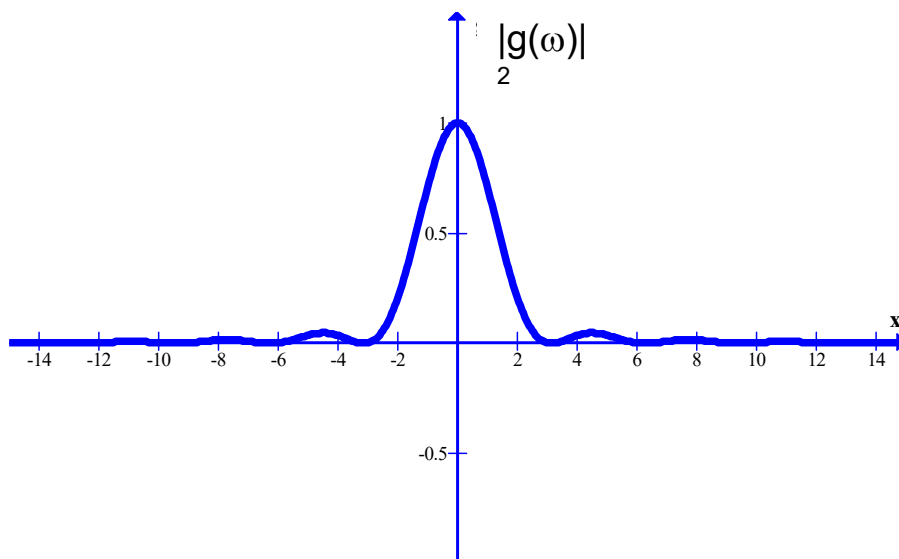
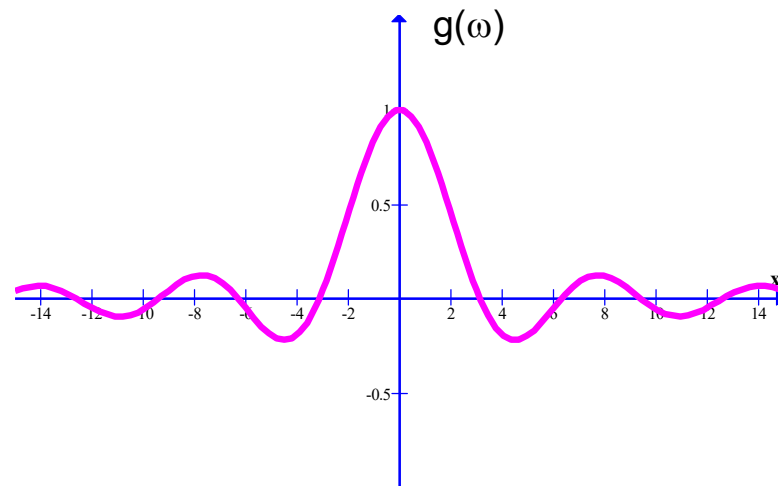
$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t)e^{-j\omega t} dt$$

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} i(t) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}} \frac{q}{\tau} e^{-j\omega t} dt = \frac{q}{\tau} \left(-\frac{1}{j\omega} e^{-j\omega t} \right)_{-\frac{\tau}{2}}^{+\frac{\tau}{2}}$$

$$\rightarrow g(\omega) = \frac{q}{\tau} \left(-\frac{1}{j\omega} \right) \left(e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} - e^{+j\omega \frac{\tau}{2}} \right) = \frac{q}{j\omega \tau} \left(e^{+j\omega \frac{\tau}{2}} - e^{-j\omega \frac{\tau}{2}} \right)$$

$$\rightarrow g(\omega) = q \frac{e^{+j\omega \frac{\tau}{2}} - e^{-j\omega \frac{\tau}{2}}}{2j\omega \frac{\tau}{2}} = q \frac{\sin \omega \frac{\tau}{2}}{\omega \frac{\tau}{2}}$$

$$\rightarrow |g(\omega)|^2 = q^2 \frac{\sin^2 \omega \frac{\tau}{2}}{\left(\omega \frac{\tau}{2} \right)^2}$$



Per $\omega \ll \frac{1}{\tau}$, $|g(\omega)|^2 \approx q^2$

Nella banda di frequenze $(-B, B)$

$$\rightarrow E = \int_{-B}^{+B} |g(\omega)|^2 d\omega = 2 \int_0^B |g(\omega)|^2 d\omega \approx 2q^2 B$$

E : 'Energia' del segnale associato al passaggio di 1 carica

Con n cariche nel tempo T :

$$P \approx \frac{2q^2 B n}{T} = 2q I_a B$$

P : 'Potenza' del segnale associato al passaggio di n/T cariche/secondo

→ Densità spettrale di potenza:

Corrente quadratica media di rumore nella banda di frequenze $(\omega, \omega + d\omega)$

$$\langle I^2 \rangle_\omega = 2q I_a \quad \text{Indipendente da } \omega, \text{ rumore bianco}$$

Derivazione alternativa:

Flusso Poissoniano di cariche elementari q , rate medio λ

→ Corrente media:

$$i = q\lambda$$

Struttura granulare:

→ In un tempo fisso T , n . di cariche passate fluttua

Prob. di osservare n passaggi nel tempo T :

$$P = \frac{(\lambda T)^n}{n!} e^{-\lambda T} \quad \text{Dist. di Poisson}$$

$$\rightarrow \begin{cases} \langle n \rangle = \lambda T \\ \sigma_n^2 = \lambda T \end{cases}$$

$$\rightarrow \langle i^2 \rangle = \left(\frac{q}{T} \right)^2 \sigma_n^2 = \left(\frac{q}{T} \right)^2 \lambda T = q\lambda \frac{q}{T} = i \frac{q}{T}$$

$$T \text{ tempo di osservazione} \sim \frac{1}{B}, B \text{ banda passante} \rightarrow T = \frac{1}{2B}$$

$$\rightarrow \langle i^2 \rangle = 2qiB$$

$$\rightarrow \langle i^2 \rangle_\omega = 2qi \quad \text{Densità spettrale}$$

Considerando un processo di rumore bianco (termico o shot) su una banda limitata $(0, B)$, funzione di autocorrelazione:

$$K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} W(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
$$\rightarrow K(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-B}^B A e^{j\omega t} d\omega = \frac{A}{2\pi} \frac{e^{jBt} - e^{-jBt}}{jt} = \frac{AB}{\pi} \frac{\sin(Bt)}{Bt}$$

Es rumore termico:

$$K(t) = \frac{4kTRB}{\pi} \frac{\sin(Bt)}{Bt}$$

Per banda molto larga:

$$\lim_{B \rightarrow \infty} K(t) = \frac{4kTR}{\pi} \delta(t)$$

\rightarrow Tempo di correlazione ~ 0

Altre componenti del rumore elettronico:

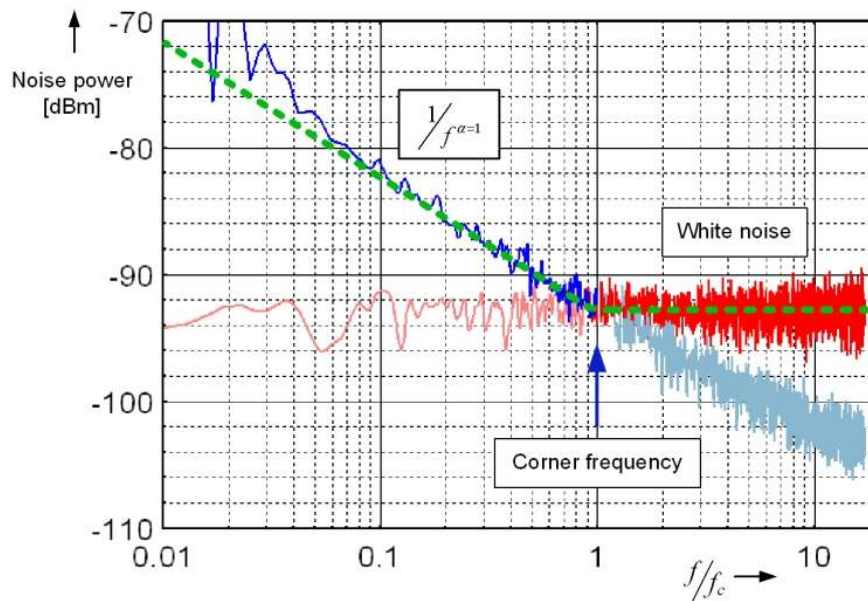
Rumore flicker ('Sfarfallamento')

Origine non chiara, presente in moltissimi 'segnali', anche non elettronici

Densita' spettrale 'rosa':

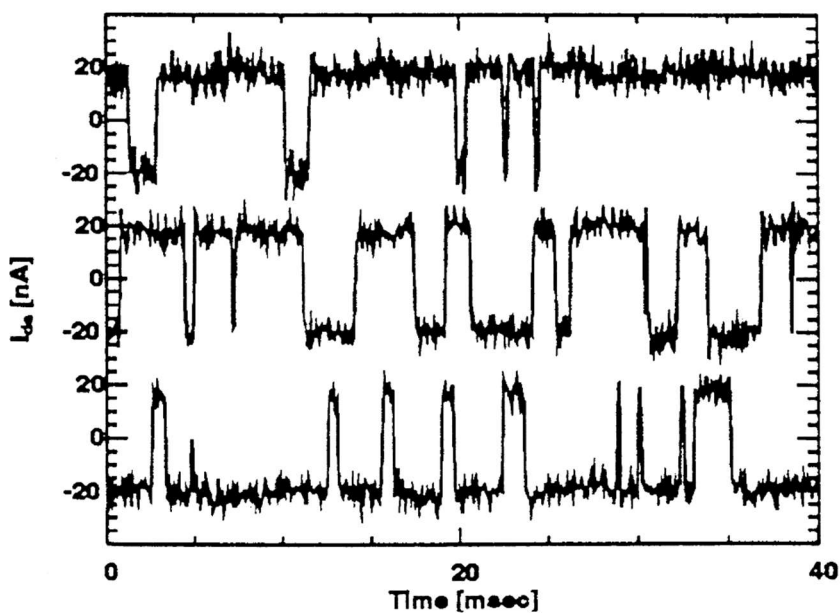
$$\langle V_n^2 \rangle_\omega = \frac{C}{\omega^\alpha}, \quad \alpha \sim 1$$

Dominante a bassa, trascurabile ad alta frequenza



Rumore RTS (= Random Telegraph Signals), o Burst Noise, o Popcorn noise:

Origine non chiara, presente soprattutto nei circuiti integrati



Esempio: Effetto del rumore sulla misura di una piccola corrente

Misura effettuata con la caduta di tensione su una resistenza R

Considerando solo contributi termico e shot:

$$V_s = IR \rightarrow V_s^2 = I^2 R^2$$

$$V_n^2 = 4kTR\Delta\nu + 2eI\Delta\nu$$

Rapporto rumore/segnale:

$$\rightarrow \frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} = \frac{\sqrt{(4kTR + 2eI)\Delta\nu}}{IR} = \sqrt{\frac{(4kTR + 2eI)\Delta\nu}{I^2 R^2}} = \sqrt{\left(\frac{4kT}{I^2 R} + \frac{2e}{IR^2}\right)\Delta\nu}$$

Esempio:

$$I = 100 \text{ pA} = 10^{-10} \text{ A}$$

$$\frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} = \sqrt{\left(\frac{4kT}{I^2 R} + \frac{2e}{IR^2}\right)\Delta\nu} = \sqrt{\left(\frac{0.1 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{10^{-20} R} + \frac{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}}{10^{-10} R^2}\right)\Delta\nu}$$

$$\rightarrow \frac{\sqrt{\langle V_n^2 \rangle}}{V_s} \sim \sqrt{\frac{1.6}{R}} \Delta\nu \sim 1.26 \sqrt{\frac{\Delta\nu}{R}}$$

Per avere $N/S \leq 0.1$:

$$\sqrt{\frac{R}{\Delta\nu}} \geq 12.6 \rightarrow R \text{ grande, banda piccola}$$

Cifra di rumore (NF , Noise Figure):

Grandezza adatta a descrivere compattamente le proprietà di un circuito (per es amplificatore) per ciò che riguarda il rumore

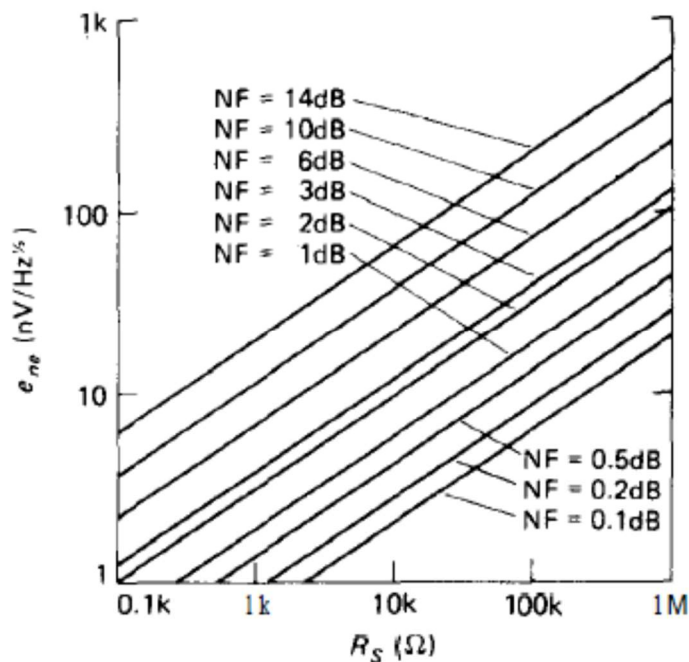
Segnale proveniente da un generatore di impedenza R_s amplificato da uno stadio ad elevata impedenza di ingresso $Z_{in} \gg R_s$:

$$NF_{dB} = 10 \log_{10} \frac{4kTR_s + \langle v_n^2 \rangle_\omega}{4kTR_s}$$

$\langle v_n^2 \rangle_\omega$ densità spettrale di rumore dello stadio riferita all'ingresso

La cifra di rumore misura il rumore che lo stadio aggiunge al termico della sorgente

Tensione di rumore rms / \sqrt{Hz} in funzione di R_s per diverse cifre di rumore a $T = 300 K$:



Fissato $\langle v_n^2 \rangle$, la temperatura di rumore T_n è definita da:

$$\langle v_n^2 \rangle_\omega = 4kT_n R_s$$

$$\langle v_n^2 \rangle_\omega = \left(10^{\frac{NF}{10}} - 1 \right) 4kTR_s \rightarrow T_n = T \left(10^{\frac{NF}{10}} - 1 \right)$$