Funzione di trasferimento di un 4-polo:
Rapporto $H(s)$ fra trasformate di Laplace di Segnale Out/Segnale In
Segnale: Corrente/Tensione
$\rightarrow$ 4 tipi di funzioni di trasferimento:

$H_I(s) = I_{out} / I_{in}$	Guadagno di corrente	adimensionale
$H_V(s) = V_{out} / V_{in}$	Guadagno di tensione	adimensionale
$H_Z(s) = V_{out} / I_{in}$	Transimpedenza	impedenza
$H_Y(s) = I_{out} / V_{in}$	Transammettenza	ammettenza

Definizione di cui sopra implica:
Input da gen. di tensione/corrente ideale
Output su carico infinito (tensione)/nullo (corrente)
$\rightarrow$ Proprieta' modificate da impedenze finite di generatore/carico
In ogni singolo caso:
Una delle 4 piu' indipendente delle altre da impedenze del generatore
e del carico $\rightarrow$ Funzione di trasferimento caratterizzante

Poiche' $\mathcal{L}\left[\delta(t)\right] = 1(s)$ Costante = 1
$\rightarrow Out(s) = H(s)1(s) = H(s)$

$\rightarrow$ Nel dominio della frequenza: Risposta alla δ = Funzione di trasferimento

Spesso (non sempre) rapporto di 2 polinomi in s
Grado numeratore $m <$ Grado denominatore n

Introducendo la scomposizione dei 2 polinomi:

$$H(s) = K \frac{(s+z_1)(s+z_2)\ldots(s+z_m)}{(s+p_1)(s+p_2)\;\ldots\;(s+p_n)}$$

z_i : zero i-esimo
p_i : polo i-esimo

K : costante

Risposta al gradino:

$$In(t) = u(t) = \begin{cases} 1 & t > 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow In(s) = U(s) = \frac{1}{s}$$

$$\rightarrow Out(s) = H(s)\,In(s) = H(s)\frac{1}{s} = \frac{N(s)}{s(s-p_1)(s-p_2)\cdots(s-p_n)} = \frac{A_0}{s} + \frac{A_1}{s-p_1} + \frac{A_2}{s-p_2} + \ldots$$

$$\rightarrow Out(t) = A_0 + A_1 e^{p_1 t} + A_1 e^{p_2 t} + \ldots$$

Casistica dei poli:

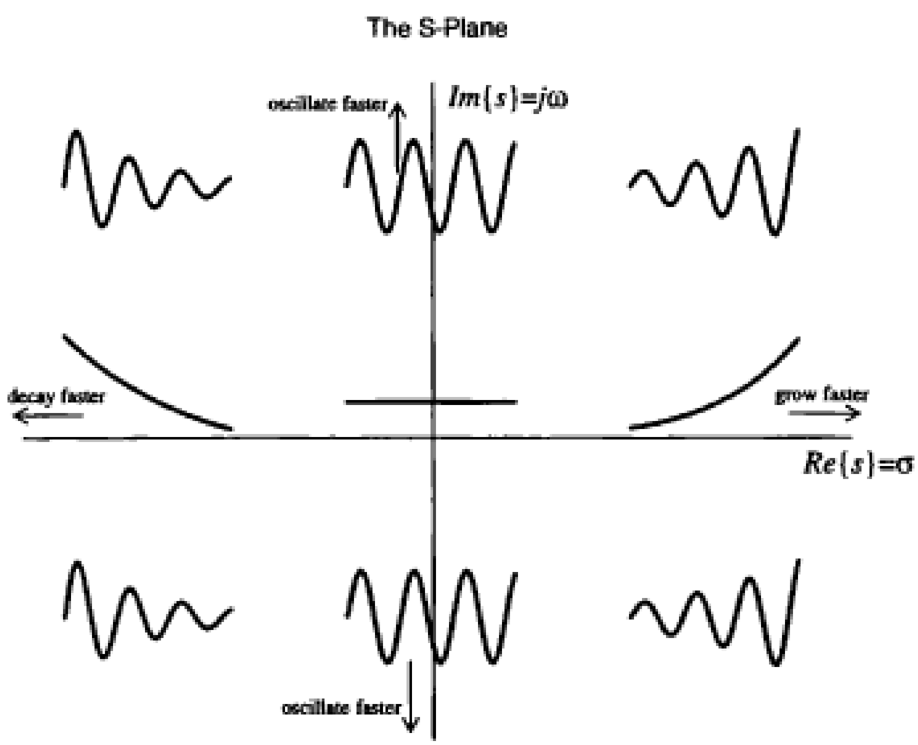
Reali semplici $s \equiv \sigma \rightarrow$ Esponenziali decrescenti/crescenti con t

Reali multipli $\rightarrow$ Esponenziali c.s. $+$ Termini tipo te^{-pt}, $t^2 e^{-pt}$,...

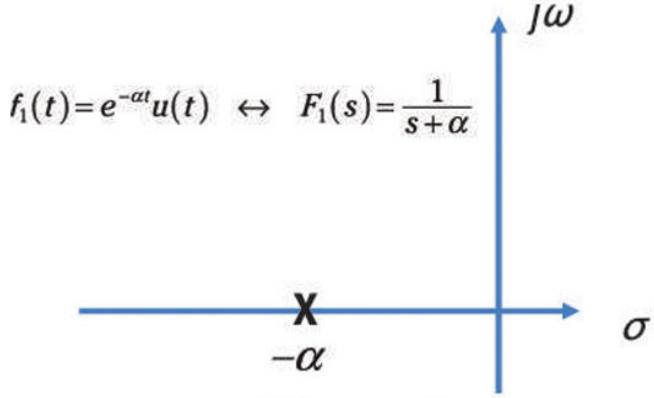
Complessi coniugati $\rightarrow$ Sinusoidi decrescenti/crescenti con t

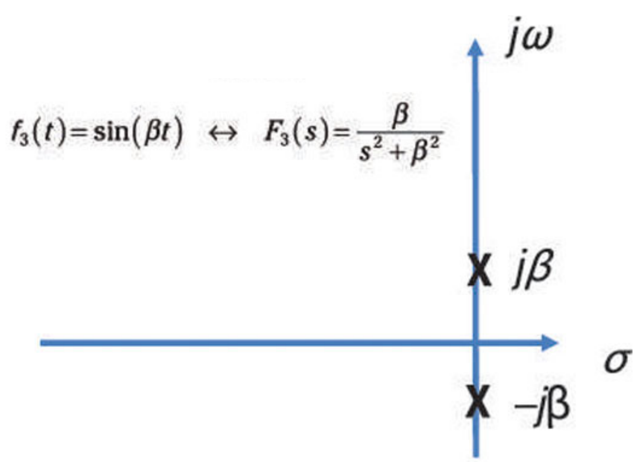
Immaginari $\rightarrow$ Sinusoidi

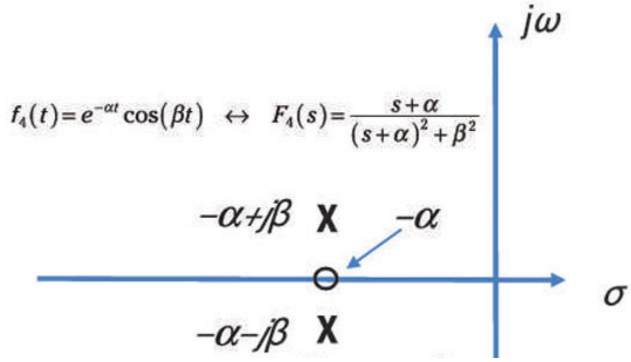
Relazione fra posizione dei poli nel piano s e andamenti temporali della risposta:



Casi tipici:


$f_1(t)=e^{-\alpha t}u(t) \leftrightarrow F_1(s)=\frac{1}{s+\alpha}$
$j\omega$
σ
$-\alpha$


$f_3(t)=\sin(\beta t) \leftrightarrow F_3(s)=\frac{\beta}{s^2+\beta^2}$
$j\omega$
$j\beta$
σ
$-j\beta$


$f_4(t)=e^{-\alpha t}\cos(\beta t) \leftrightarrow F_4(s)=\frac{s+\alpha}{(s+\alpha)^2+\beta^2}$
$j\omega$
$-\alpha+j\beta$
$-\alpha$
σ
$-\alpha-j\beta$

Dipendenza della funzione di trasferimento dalla frequenza (reale) ω:
Interessante in molti casi per risposta in regime stazionario

$s = 0 + j\omega = j\omega \rightarrow |s| = \omega$
$\rightarrow$ Di fatto, caso particolare della risposta generale vs s
Gia' esaminata precedentemente, tuttavia:
Rappresentazione approssimata molto usata in pratica
$\rightarrow$ Diagrammi di Bode:
Per guadagno di tensione/corrente:
$|H|$ vs ω in diagramma log-log, approssimando con rette
φ vs ω in diagramma lin-log (a volte approssimando con rette)

Unita' di misura per $|H|$: *decibel* (dB)
$|H|_{dB} = 20\log_{10}|H|$

Considerando un polo reale semplice: $p = \omega_c$

$$H = \cdots \frac{A}{s-p} \rightarrow H = \cdots \frac{A}{j\omega - \omega_c} \rightarrow |H| = \cdots \frac{A}{\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2}} = \cdots \frac{A}{\omega_c \sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}} = \cdots \frac{A}{\omega \sqrt{1 + \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}}$$

$\omega \ll \omega_c \rightarrow |H| \simeq \cdots \dfrac{A}{\omega_c} = \text{cost}$

$\omega \gg \omega_c \rightarrow |H| \simeq \cdots \dfrac{A}{\omega}$

$\omega \rightarrow 10\omega \quad \rightarrow \quad |H| \rightarrow \dfrac{|H|}{10} \quad \rightarrow \quad |H|_{dB} \rightarrow |H|_{dB} - 20$

Decrescita di $|H|_{dB}$ a 20 $dB\,/\,decade$

Considerando uno zero:

$$H = \cdots B(s-z) \rightarrow \cdots B(j\omega - \omega_c) \rightarrow |H| = \cdots B\sqrt{\omega^2 + \omega_c^2} = \cdots B\omega\sqrt{1 + \frac{\omega_c^2}{\omega^2}} = \cdots B\omega_c\sqrt{1 + \frac{\omega^2}{\omega_c^2}}$$

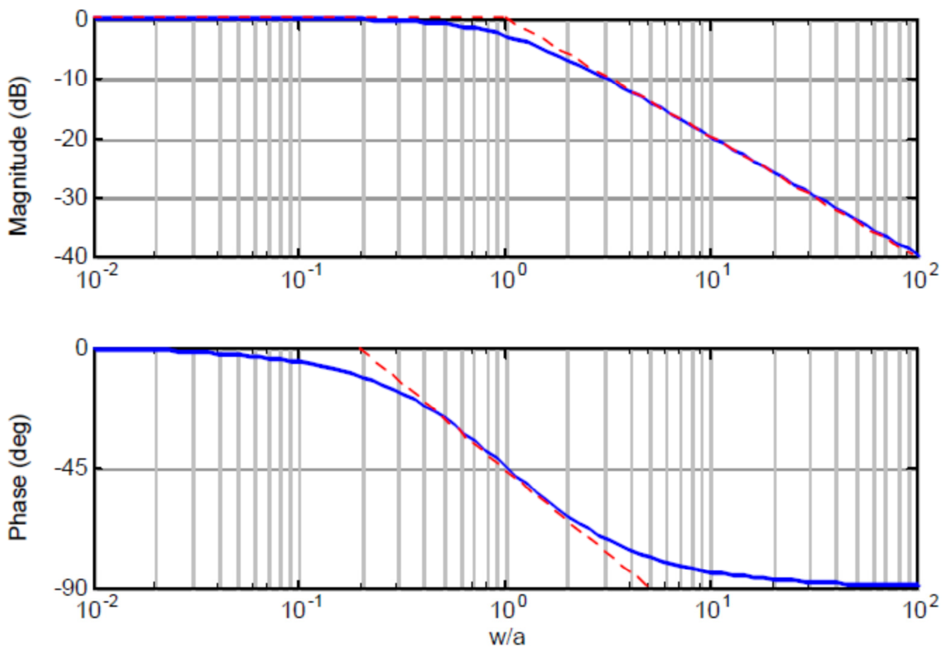
$\omega \ll \omega_c \rightarrow |H| \simeq \cdots B\omega_c = \text{cost}$

$\omega \gg \omega_c \rightarrow |H| \simeq \cdots B\omega$

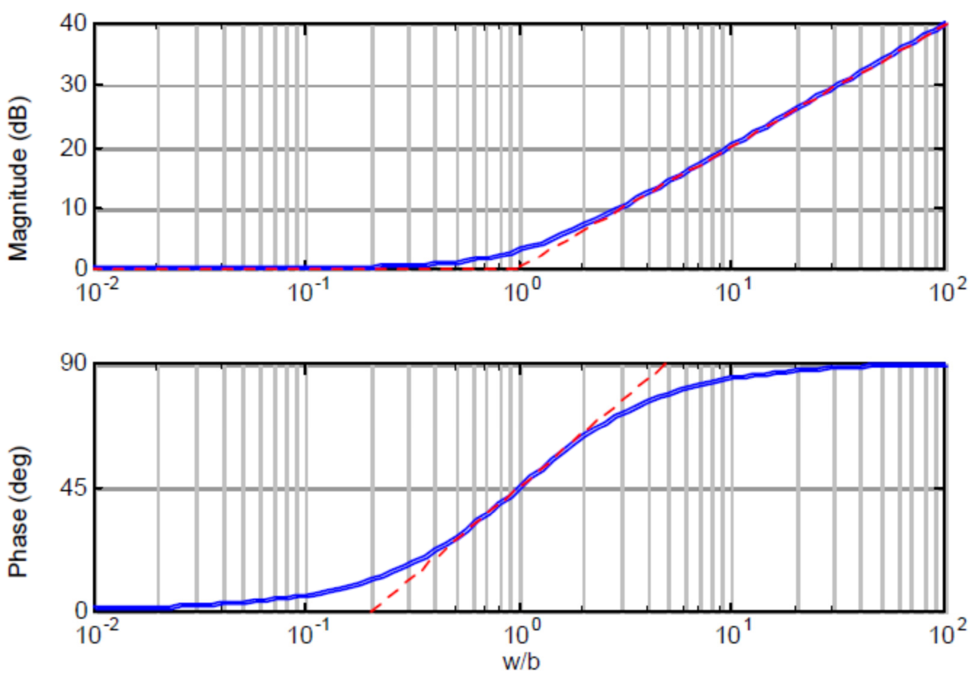
$\omega \rightarrow 10\omega \quad \rightarrow \quad |H| \rightarrow 10|H| \quad \rightarrow \quad |H|_{dB} \rightarrow |H|_{dB} + 20$

Crescita di $|H|$ a 20 $dB\,/\,decade$

$$H(s) = \frac{a}{s + a}$$

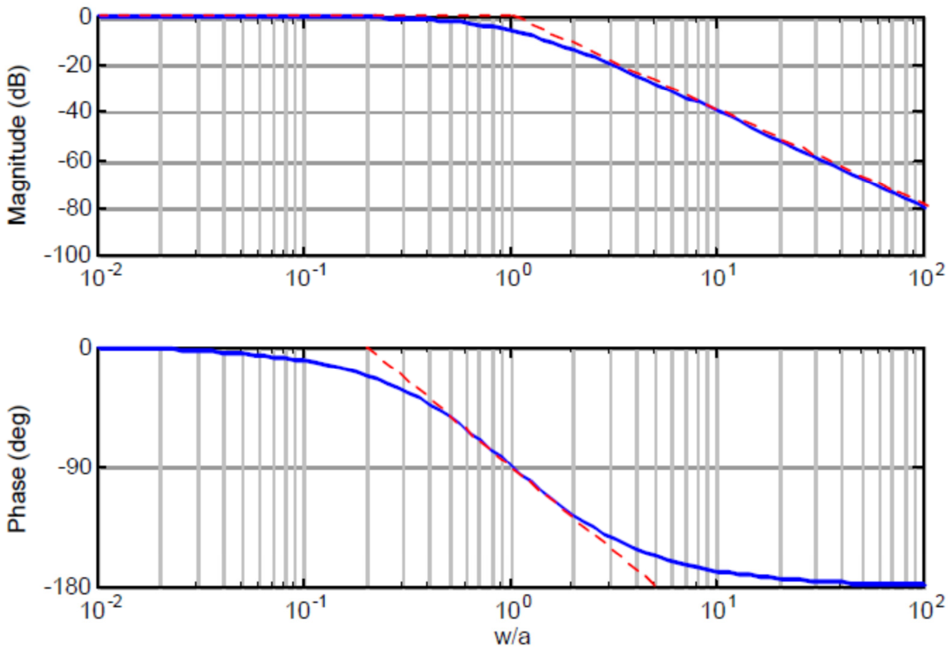


$$H(s) = (s + b)/b$$

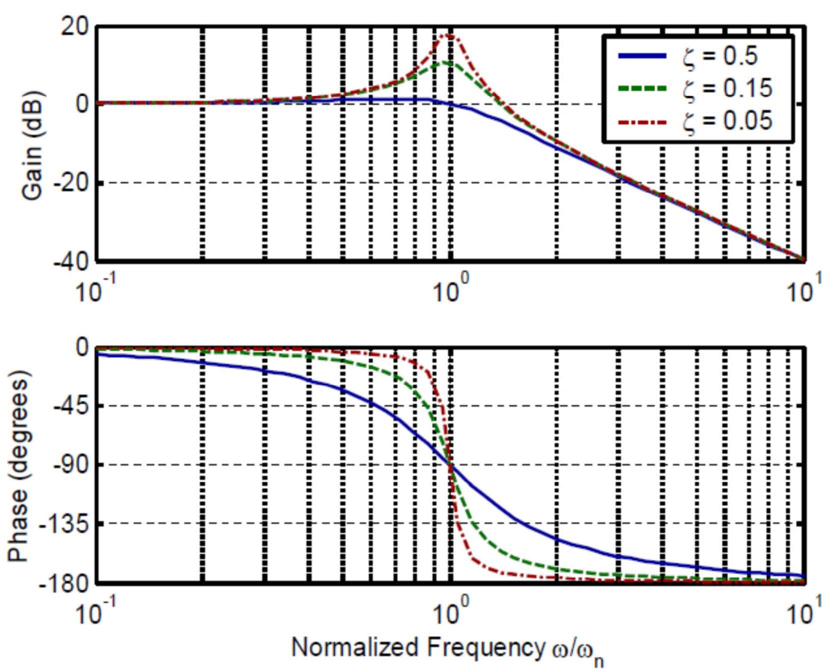


Regole simili per casi piu' complicati:

$$H(s) = \frac{a^2}{(s+a)^2}$$ Poli reali doppi $\rightarrow -40\ db\ /\ decade$



$$H(s) = \frac{\omega_n{}^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n{}^2}$$ Poli complessi coniugati



Effetto di poli diversi: Cumulativo