

Fisica Generale III con Laboratorio

Campi elettrici e magnetici nella materia

Lezione 7

Cenni a ferromagnetismo

Equazioni di Maxwell nella materia

Ferromagnetismo - I

Comportamento ferromagnetico, ferrimagnetico, antiferromagnetico: derivano dall'accoppiamento fra i dipoli magnetici intrinseci, che provoca l'allineamento dei dipoli stessi.

Stessi effetti osservati nei ferroelettrici, cause completamente diverse

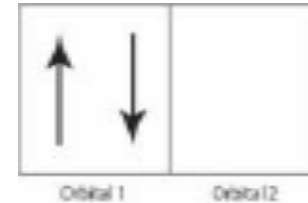
Allineamento: nel caso dei ferromagneti deriva dall'energia di scambio
Che cos'è'?

Non deriva da una forza (es. forza magnetica) fra i dipoli; è una proprietà della funzione d'onda di coppie di elettroni, che nel caso di un solido ferromagnetico porta ad avere energia minima quando gli spin degli elettroni (e quindi i momenti di dipolo magnetico) sono allineati, anche in assenza di campo magnetizzante.

Ferromagnetismo - II

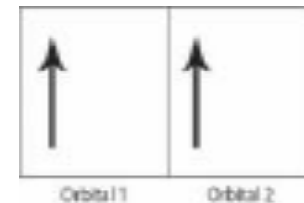
Interazione fra i dipoli: importanza fondamentale dell'interazione di scambio, conseguenza del Principio di Esclusione.

Due elettroni con spin opposto: possono occupare lo stesso orbitale
Più vicini → maggiore repulsione Coulombiana



Due elettroni con spin uguale: devono occupare orbitali diversi
Più lontani → repulsione Coulombiana inferiore

→ Energia minima

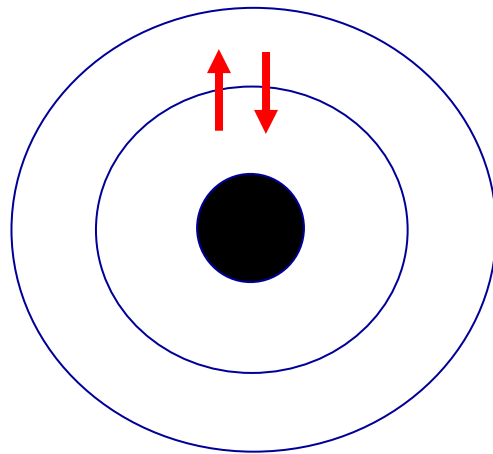


→ Tendenza ad allineare gli spin per minimizzare l'energia totale

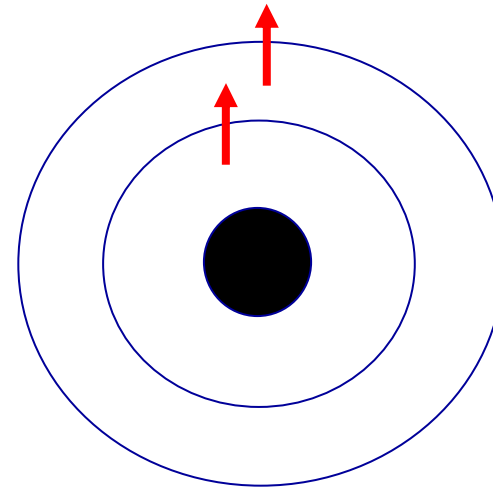
→ Magnetizzazione spontanea

Ferromagnetismo - III

Ossia:



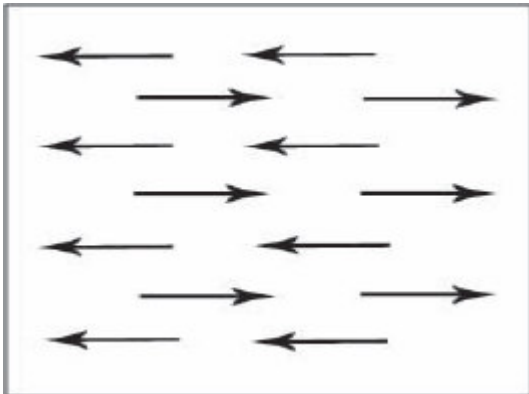
Energia coulombiana
(repulsiva) elevata



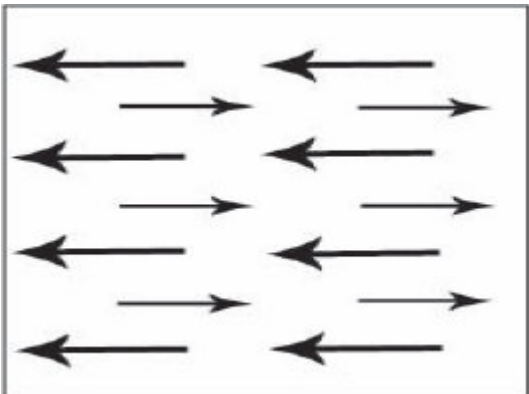
Energia coulombiana
(repulsiva) ridotta

Ferromagnetismo - IV

Altri fenomeni collegati:



Antiferromagnetismo: dipoli antiparalleli. I momenti magnetici adiacenti hanno la stessa intensità e verso opposto, perciò la magnetizzazione risultante è nulla pur in presenza di ordinamento dei dipoli



Ferrimagnetismo: dipoli antiparalleli con differente momento magnetico (sono presenti almeno due tipi di ioni magnetici). Si ha magnetizzazione risultante non nulla.

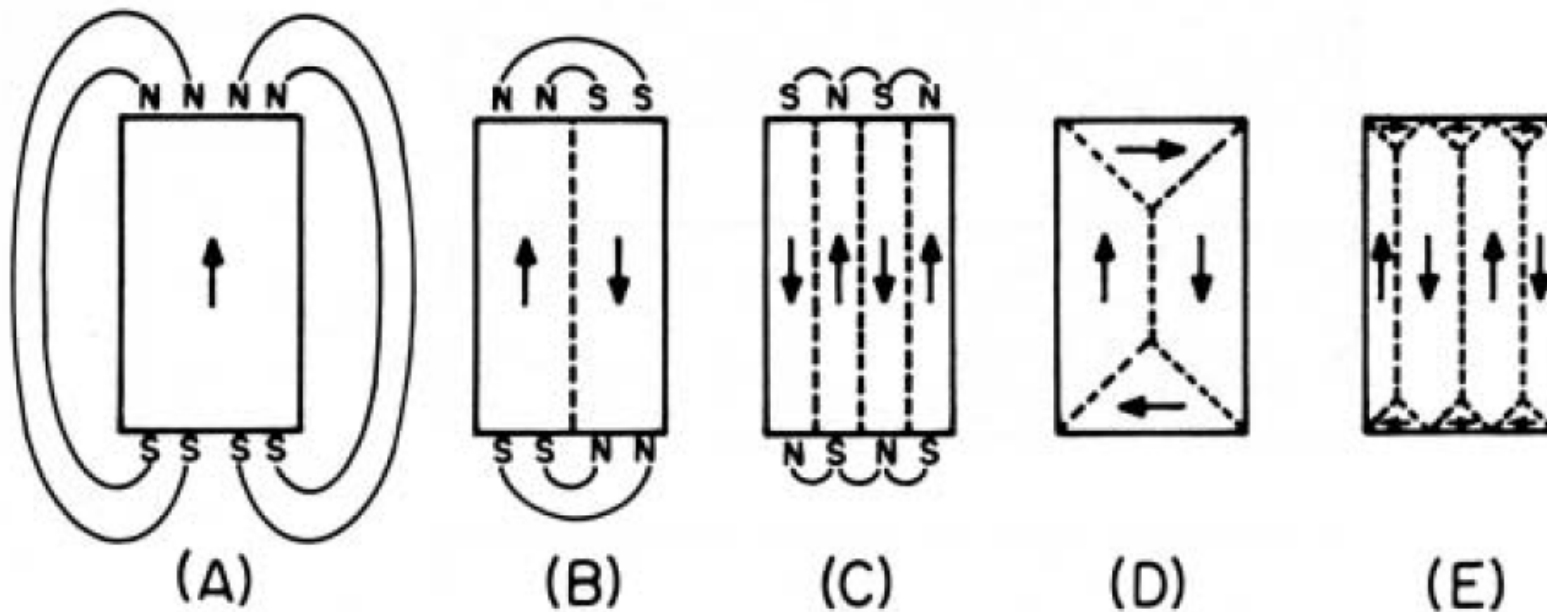
Ferromagnetismo - V

Comportamento magnetico degli elementi a T ambiente

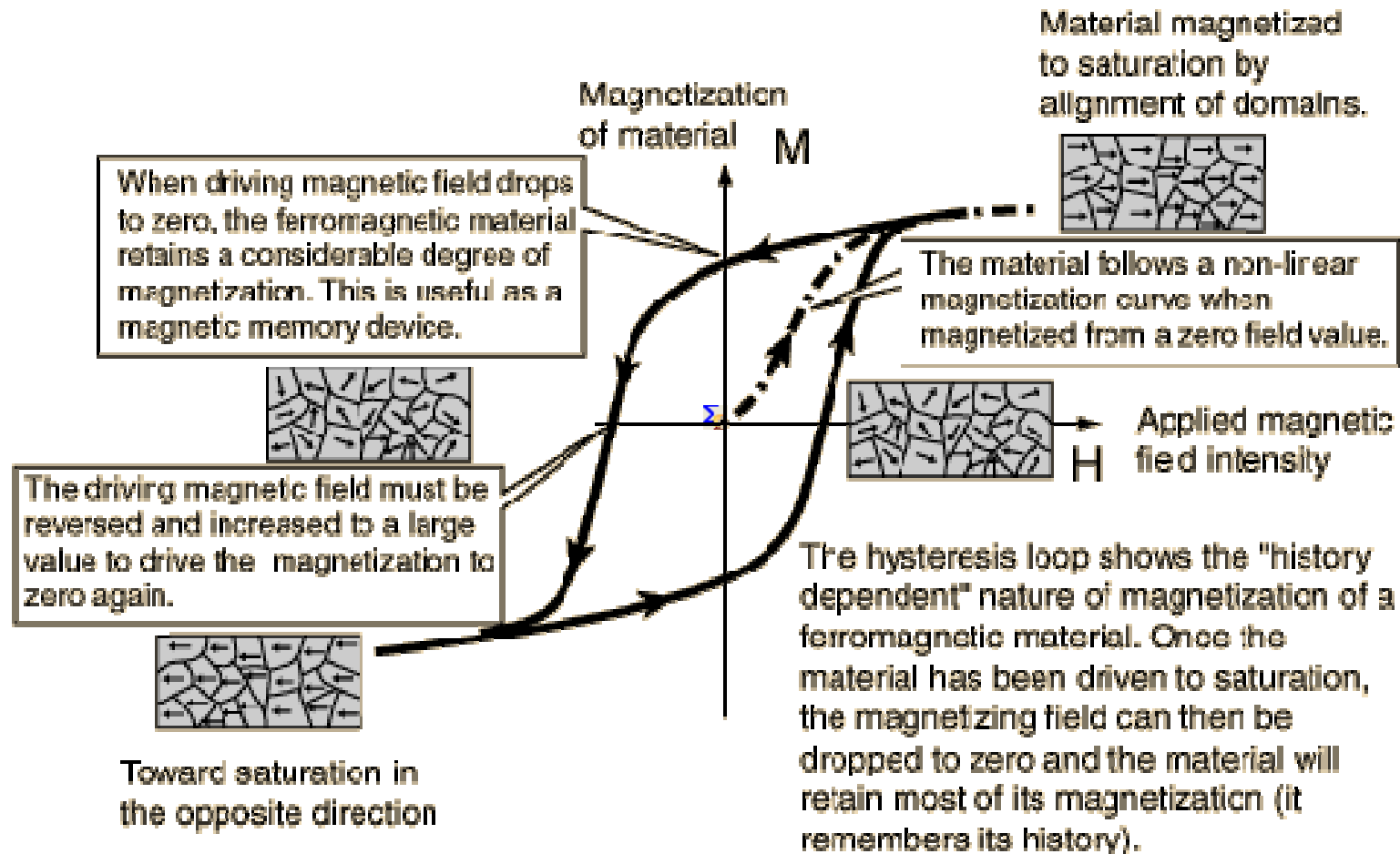
1 H																	2 He						
		<input type="checkbox"/> Paramagnetic <input type="checkbox"/> Diamagnetic																					
3 Li	4 Be																	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
11 Na	12 Mg																	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr						
37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe						
55 Cs	56 Ba	57 La	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn						
87 Fr	88 Ra	89 Ac																					
			58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu							

Domini magnetici

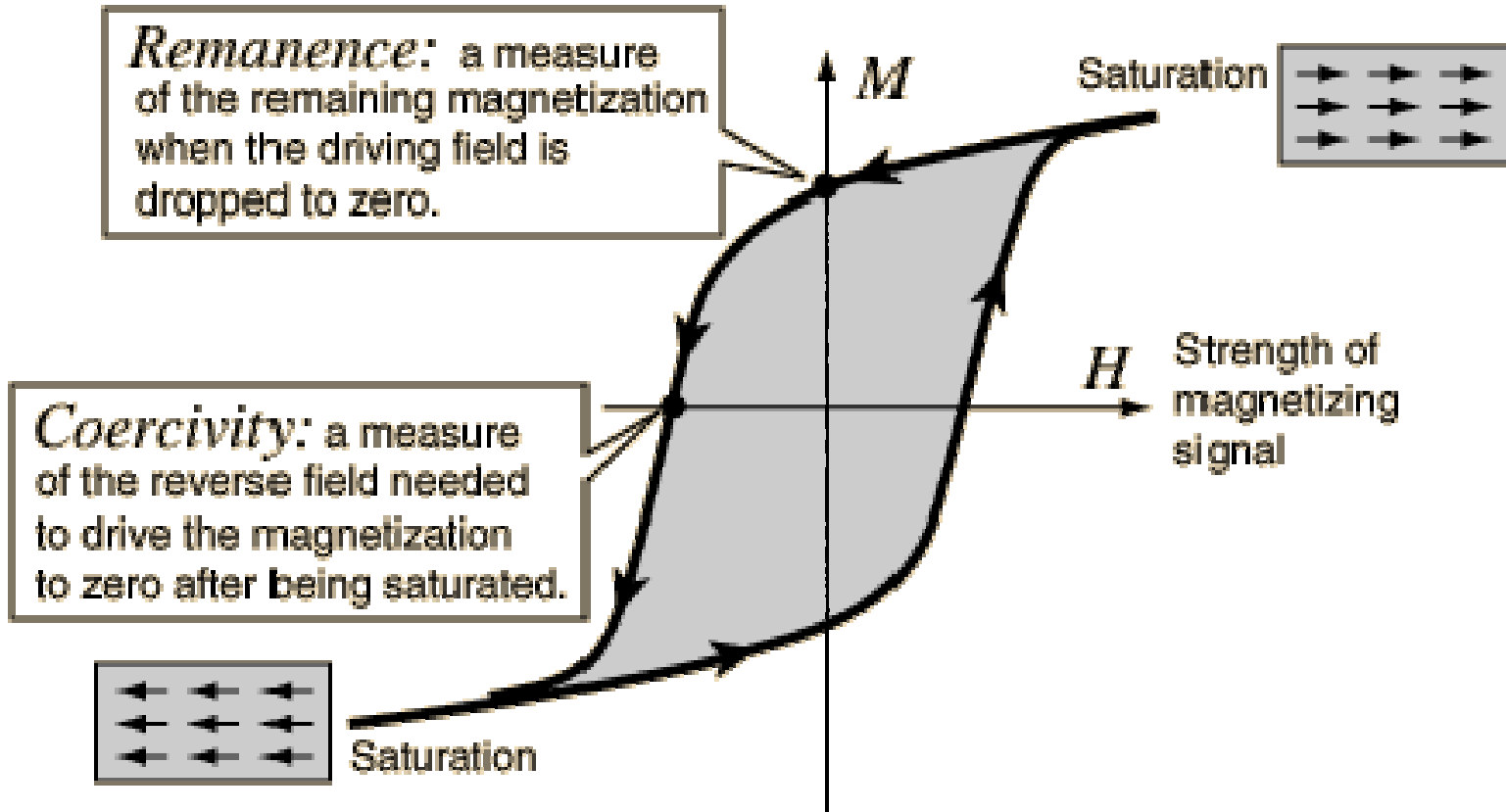
Come nel caso dei ferroelettrici: struttura a domini minimizza l'en. totale



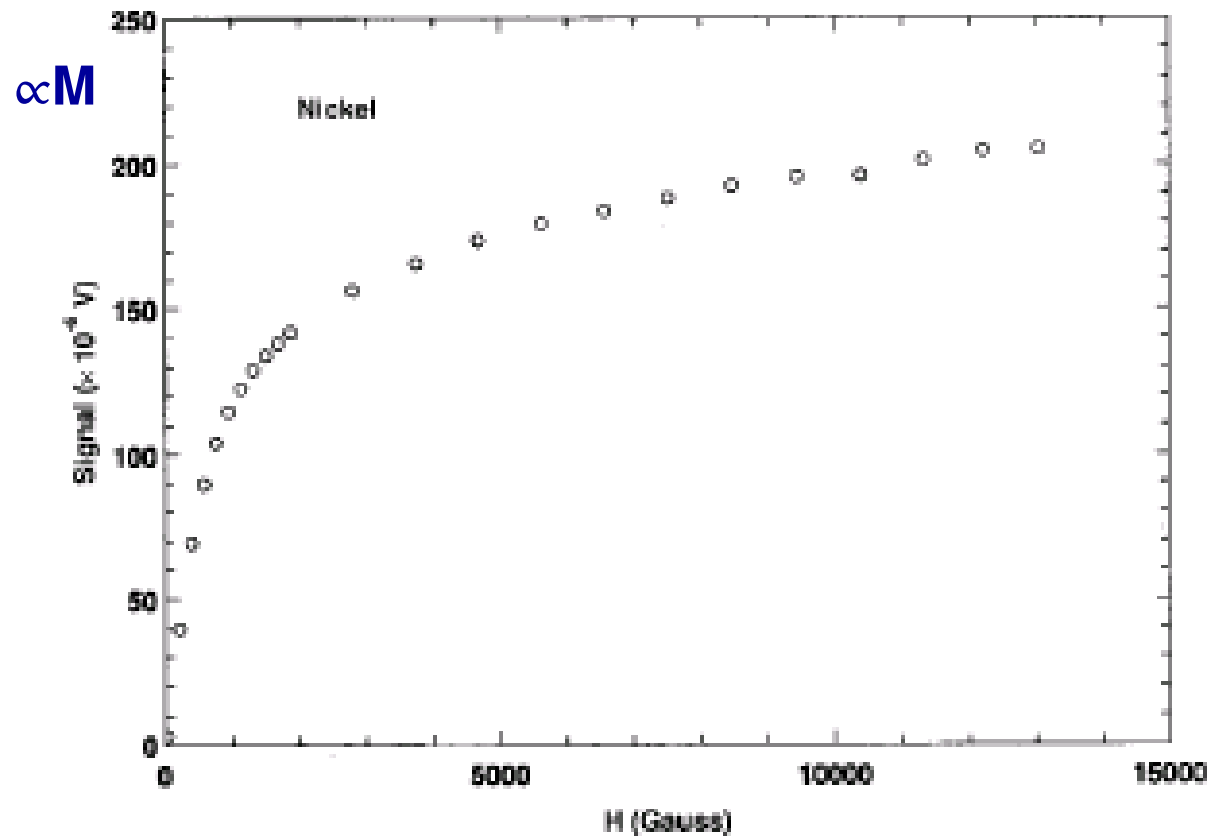
Ciclo di isteresi - I



Ciclo di isteresi - II



Ciclo di isteresi - III



Magnetizzazione spontanea - I

Modello fenomenologico di Weiss (inizio '900)

Campo efficace (non di origine magnetica) che agisce sui dipoli

[Idea analoga a quella del campo elettromotore nelle batterie

Vera origine: interazione di scambio]

Ipotesi: campo molecolare

$H_w = wM$ proporzionale alla magnetizzazione

$\rightarrow H_{tot} = H + wM$ campo interno totale

Magnetizzazione, usando funzione di Langevin:

$$M = n\mu \frac{\int_{-1}^{+1} e^{\frac{\mu\mu_0(H+wM)}{kT}} \cos\theta d(\cos\theta)}{\int_{-1}^{+1} e^{\frac{\mu\mu_0(H+wM)}{kT}} d(\cos\theta)} = n\mu L\left(\frac{\mu\mu_0(H+wM)}{kT}\right)$$

$\rightarrow M$ deve soddisfare l'equazione precedente

Magnetizzazione spontanea - II

Definiamo:

$$x = \frac{\mu\mu_0(H_0 + wM)}{kT}$$

Magnetizzazione spontanea:

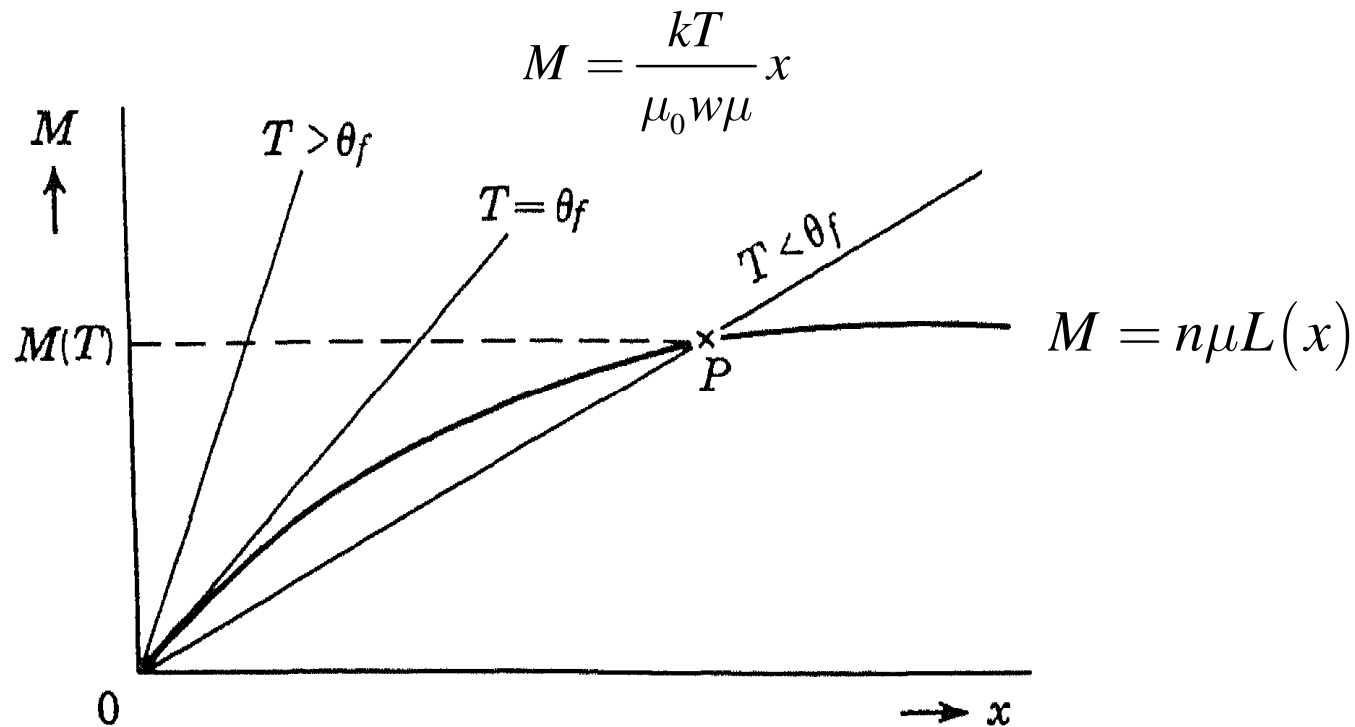
$M \neq 0$ anche se $H_0 = 0$

$$\rightarrow x = \frac{\mu\mu_0 wM}{kT} \rightarrow M = \frac{xkT}{\mu\mu_0 w}$$

$$\rightarrow \begin{cases} M = \frac{kT}{\mu\mu_0 w} x \\ M = n\mu L(x) \end{cases} \text{ Eq. trascendente}$$

Magnetizzazione spontanea - III

Soluzione numerica/grafica:



θ_f : temperatura minima per avere magnetizzazione spontanea

Magnetizzazione spontanea - IV

$$L(x) \approx \frac{x}{3}, x \ll 1$$

$$\rightarrow \frac{kT}{\mu_0 w \mu} \leq \frac{n\mu}{3} \quad \text{per avere intersezione}$$

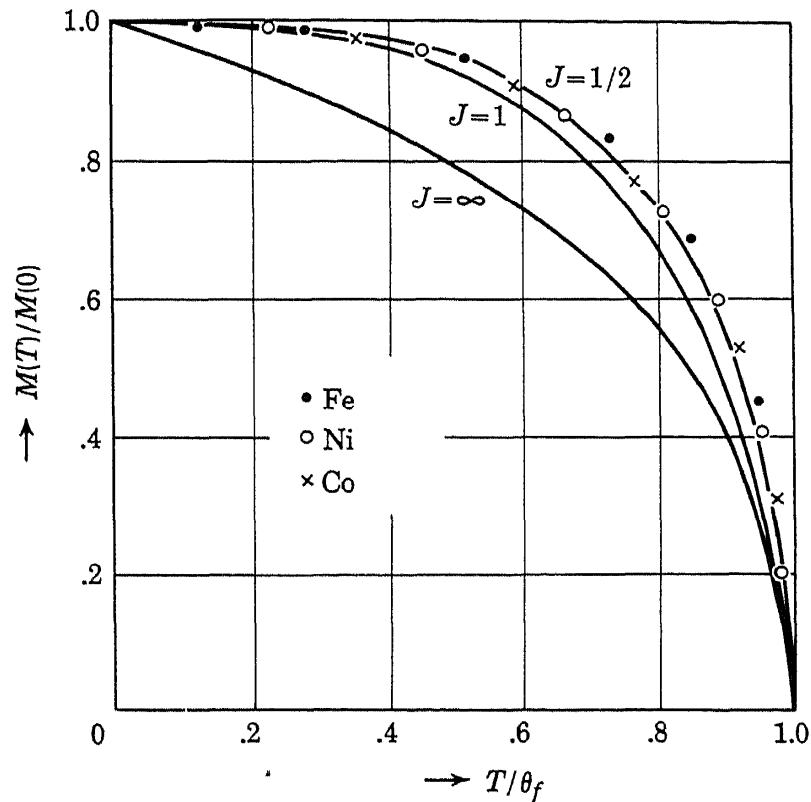
$$\rightarrow \theta_f = \frac{n\mu_0}{3k} w \mu^2 \quad \text{temperatura di Curie}$$

Riscrivendo:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{M(T)}{\underbrace{n\mu}_{M(0)}} = \frac{kT}{n\mu^2 \mu_0 w} x = \frac{xT}{3\theta_f} \\ \frac{M(T)}{\underbrace{n\mu}_{M(0)}} = L(x) \end{array} \right. , M(0): \text{Magnetizzazione di saturazione}$$

Magnetizzazione spontanea - V

→ $\frac{M(T)}{M(0)}$ funzione universale di $\frac{T}{\theta_f}$



Curve calcolate con funzioni di Brillouin in buon accordo con i dati

Fe, Co, Ni:

Evidenza per $J=1/2$
→ Effetto di spin

Materiali ferromagnetici - I

Permeabilita' ferromagnetiche

Materiale	Permeabilita' Relativa μ_r
Mu Metal	20,000
Permalloy	8000
Acciaio laminato	4000
Ferrite (nickel zinco)	16-640
Ferrite (manganese zinco)	>640
Acciaio	100
Nickel	100-600

Materiali ferromagnetici - II

Come visto, i materiali ferromagnetici perdono la magnetizzazione spontanea al di sopra di una temperatura caratteristica (T_{Curie}), diventando paramagnetici

Materiale	T_{Curie} °C
Iron (Fe)	770
Cobalt (Co)	1130
Nickel (Ni)	358
Iron Oxide (Fe_2O_3)	622

Anche in questo caso: si tratta di una transizione di fase

Materiali ferromagnetici - III

Esempio: Sfera ferromagnetica con magnetizzazione uniforme
Situazione simile (superficialmente) a quella della sfera paramagnetica uniformemente magnetizzata

Differenza essenziale: *il mezzo non e' lineare* (v. Ciclo di isteresi)

M magnetizzazione uniforme

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) \rightarrow \mathbf{B} - \mu_0 \mathbf{H} = \mathbf{M}$$

Approssimando a un campo uniforme:

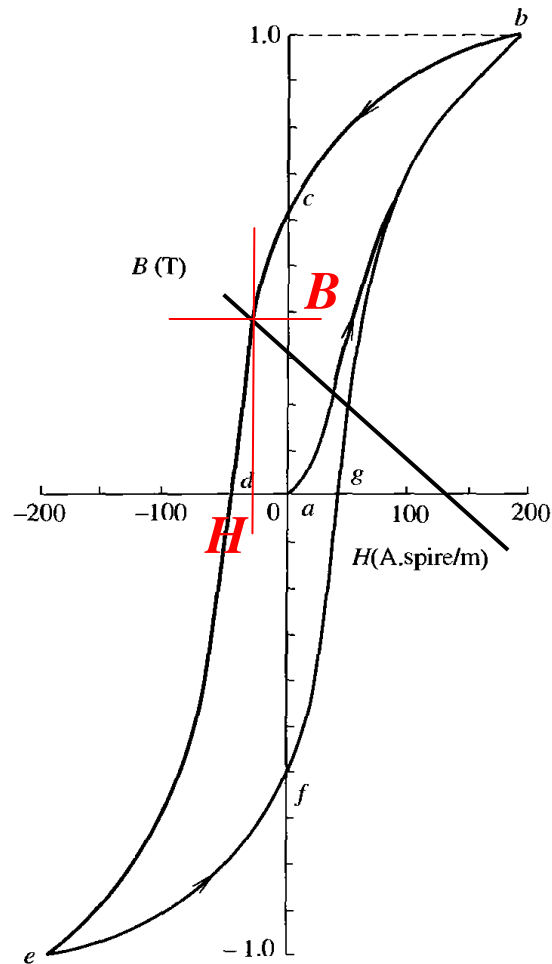
$$B - \mu_0 H = M \quad \text{retta nel piano } (B, H)$$

B non e' proporzionale ad H !

$$\rightarrow B = \mu_0 \mu_r(H) H \quad \text{curva di isteresi nel piano } (B, H)$$

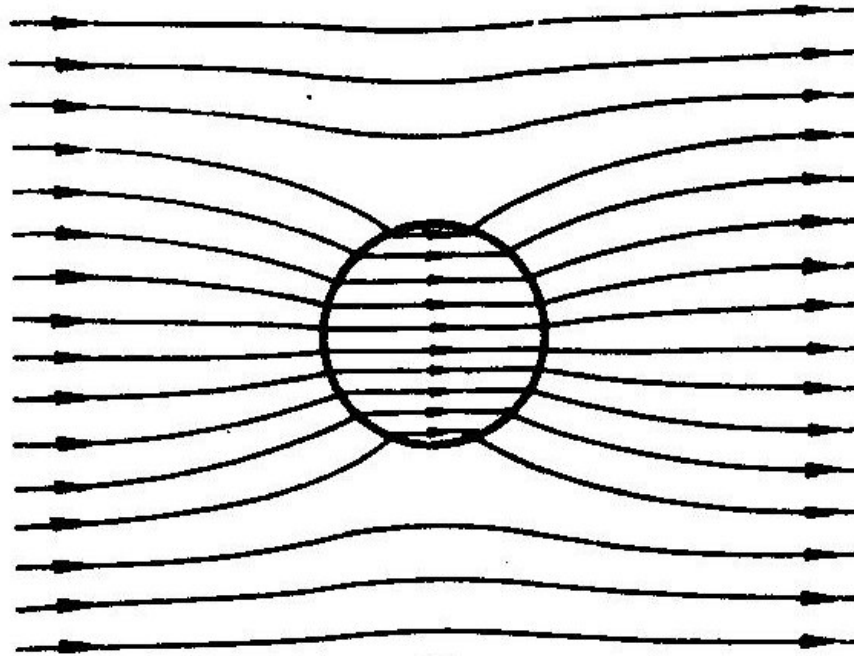
→ Intersezione: valore di (B, H) nella sfera

Materiali ferromagnetici - IV



Materiali ferromagnetici - V

Campo totale B di una sfera ferromagnetica immersa in un campo esterno originariamente uniforme

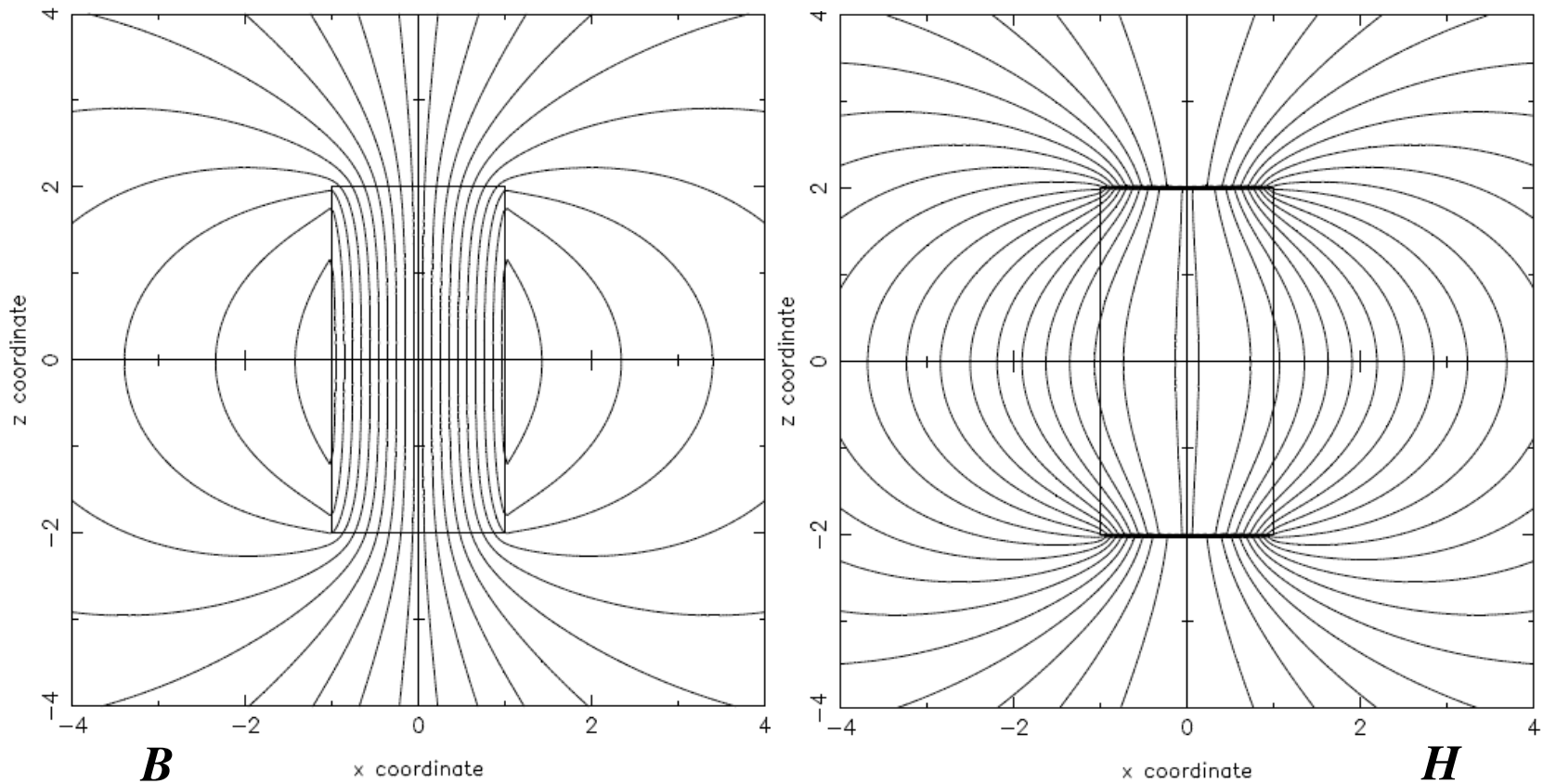


Qualitativamente: simile alla sfera paramagnetica in un campo esterno
Quantitativamente: campo interno o vicino alla sfera molto più elevato

Materiali ferromagnetici - VI

Esempio: Cilindro uniformemente magnetizzato

B ed H non sono uniformi nel cilindro (\leftarrow non e' un ellissoide)



Equazioni di Maxwell nella materia - I

Relazioni fra i vettori elettrici:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$$

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} (\mathbf{D} - \mathbf{P})$$

$$\chi > 0$$

Relazioni
costitutive
(~ empiriche)

Relazioni fra i vettori magnetici:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} (\mathbf{B} - \mathbf{M})$$

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\mu_0} \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \mathbf{B} \underset{\chi_m \ll 1}{\simeq} \frac{1}{\mu_0} \chi_m \mathbf{B}$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \left(\mathbf{B} - \frac{\chi_m}{1 + \chi_m} \mathbf{B} \right) = \frac{1}{\mu_0 \mu_r} \mathbf{B}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

$$\chi_m < 0 \quad (\text{dia})$$

$$\chi_m > 0 \quad (\text{para})$$

sempre molto piccolo

(esclusi ferromagneti)

Equazioni di Maxwell nella materia - II

Equazioni di Maxwell e relazioni costitutive:

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}$$

con

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H}$$

Nel caso piu' semplice (e non realistico):

ε_r, μ_r scalari, indipendenti da \mathbf{E}, \mathbf{H} , indipendenti da T , indipendenti da ω

Equazioni di Maxwell nella materia - III

\mathbf{D}, \mathbf{H} campi ausiliari, la cui proprietà fondamentale è molto semplice:

Sono originati dalle sole cariche e correnti vere

Tuttavia, occorre non ingannarsi:

*Non sono definiti completamente dalla loro proprietà semplice
(divergenza di \mathbf{D} , rotore di \mathbf{H})*

In particolare:

Carica o corrente vera nulla non corrisponde, in generale, a \mathbf{D} o \mathbf{H} nullo!