

# Introduzione alle interazioni deboli

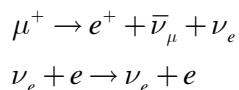
## 1. Introduzione

Diversamente da quella elettromagnetica, che coinvolge solo le particelle con carica elettrica, e da quella forte, che e' sentita solo da quelle dotate di carica di colore, l'interazione debole e' sentita da tutti i costituenti, quark e leptoni. Questa universalita' si riflette in una grande varietà di processi deboli (decadimenti e reazioni), che vengono solitamente classificati nei seguenti 3 gruppi:

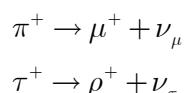
- processi leptonici*
- processi semi-leptonici*
- processi non-leptonici*

dove l'attributo si riferisce al tipo di particelle che prendono parte al processo. Esempi dei 3 gruppi:

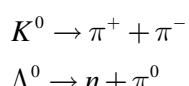
### *Processi leptonici*



### *Processi semi-leptonici*



### *Processi non leptonici*



L' interazione debole presenta alcuni tratti caratteristici, che la distinguono e la identificano rispetto a quelle elettromagnetica e forte:

- Violazione massimale della parità (P) e della coniugazione di carica (C)
- Violazione minimale della simmetria composta CP
- Violazione minimale del time reversal (T)

- Violazione della conservazione del flavor ( $S,C,B,\dots$ )
- Presumibilmente, violazione della conservazione separata dei numeri leptonici ( $N_e, N_\mu, N_\tau$ )

## 2. La violazione di C e P

La non-conservazione delle parità spaziale e di carica è la caratteristica unica dell'interazione debole, e si manifesta in ogni processo da essa governato. Un esempio particolarmente semplice di questo fenomeno si ha nel considerare il decadimento di un  $\mu$  polarizzato, come:

$$\begin{aligned}\mu^+ &\rightarrow e^+ + \bar{\nu}_\mu + \nu_e \\ \mu^- &\rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e\end{aligned}$$

(Se ci si chiede come si possa realizzare uno stato con un mu polarizzato, si può osservare che, per esempio, la polarizzazione del  $\mu$  è presente come risultato della violazione della parità nel decadimento del  $\pi\dots$ ). Sperimentalmente, il rate differenziale angolare del decadimento è dato, nel CM del  $\mu$ , dalla legge:

$$\frac{d\Gamma_\pm}{d(\cos\theta)} = \frac{1}{2} \Gamma_\pm \left[ 1 - \frac{\xi_\pm}{3} \cos\theta \right]$$

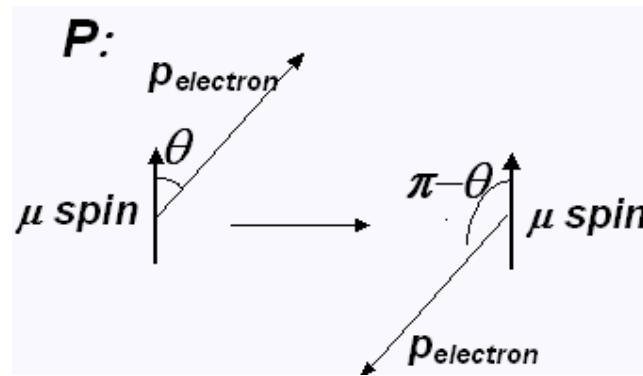
normalizzata al rate totale  $\Gamma_\pm = \frac{1}{\tau_\pm}$ ;  $\theta$  è l'angolo fra la direzione dello spin del  $\mu$  e l'impulso dell'elettrone; si trova che  $\xi_+ = -\xi_- = -1$ . Si ha per CPT  $\Gamma_+ = \Gamma_-$

Consideriamo ora l'operazione  $C$ , che manda ogni particella nella corrispondente antiparticella, lasciando invariati spin e impulsi.

$$C : \mu^\pm etc \rightarrow \mu^\mp etc$$

Se  $C$  fosse conservata, allora:  $\xi_+ = \xi_-$ , contrariamente al risultato sperimentale: quindi  $C$  è violata.

Consideriamo l'operazione  $P$ , che manda ogni impulso nel suo opposto, lasciando invariati spin e numeri quantici:



Se  $P$  fosse conservata si dovrebbe avere:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Gamma_{\pm}}{d(\cos\theta)} \right|_{\theta} &= \left. \frac{d\Gamma_{\pm}}{d(\cos\theta)} \right|_{\pi-\theta} \\ \rightarrow \frac{1}{2} \Gamma_{\pm} \left[ 1 - \frac{\xi_{\pm}}{3} \cos\theta \right] &= \frac{1}{2} \Gamma_{\pm} \left[ 1 + \frac{\xi_{\pm}}{3} \cos\theta \right] \rightarrow \xi_{\pm} = 0 \end{aligned}$$

contrariamente al risultato sperimentale: quindi  $P$  e' violata.

In conclusione, sia  $C$ , sia  $P$  sono individualmente violate. Il dato sperimentale indica che la violazione di  $C$  e  $P$  e' massima (ossia,  $C$  e  $P$  non potrebbero essere violate di piu').

Tuttavia, riprendendo l'esempio descritto sopra, l'applicazione in successione delle 2 trasformazioni  $C$  e  $P$  conduce a:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\Gamma_{+}}{d(\cos\theta)} \right|_{\theta} &= \left. \frac{d\Gamma_{-}}{d(\cos\theta)} \right|_{\pi-\theta} \\ \rightarrow \xi_{+} &= -\xi_{-} \end{aligned}$$

in buon accordo con l'esperienza. La simmetria  $CP$  sembra quindi essere rispettata, e di conseguenza lo stesso vale per  $T$ , visto che assumiamo valido il teorema  $CPT$  (la cui validita' comunque e' confermata sperimentalmente con un alto grado di confidenza).

Occorre rendersi conto di quale sia il significato delle affermazioni precedenti: come ogni altra legge di conservazione, quella delle parita' spaziale e di carica, e di quella della simmetria prodotto  $CP$ , devono essere convalidate da un controllo sperimentale (si noti che, mentre la conservazione di  $C$  e  $P$  implicherebbe quella di  $CP$ , non e' vero il

contrario: la violazione osservata di  $C$  e  $P$  di fatto avviene in modo da conservare CP, sia pure in modo non esatto). Tale controllo puo' venire effettuato in generale in diversi modi, che nella maggior parte dei casi si basano sulla ricerca di osservabili il cui valore di aspettazione debba essere nullo nel caso in cui la legge di conservazione sia rispettata: se esso viene trovato essere non nullo, la legge di conservazione non e' rispettata.

Nell'esempio citato sopra del decadimento del mu polarizzato, se  $C$  e  $P$  fossero conservate dovremmo avere, rispettivamente:

$$\xi_+ = \xi_- \rightarrow \langle \xi_+ - \xi_- \rangle = 0 \quad C \text{ conservata}$$

$$\langle \xi_+ \rangle = \langle \xi_- \rangle = 0 \quad P \text{ conservata}$$

Viceversa, si osserva che i valori di aspettazione, sperimentalmente misurati p.es. dalle distribuzioni angolari dell'elettrone di decadimento, sono diversi da quelli attesi, con alto significato statistico.

Se invece consideriamo  $CP$ , ci aspettiamo:

$$\langle \xi_+ \rangle = -\langle \xi_- \rangle \rightarrow \langle \xi_+ \rangle + \langle \xi_- \rangle = 0 \quad CP \text{ conservata}$$

Ora, il risultato della misura convalida la relazione attesa, entro l'errore sperimentalale: non e' per altro possibile provare *in modo assoluto* che  $CP$  e' conservata. In altre parole, quel che possiamo alla fine dell'esperimento e' che il *limite superiore* alla violazione di  $CP$  nel decadimento del mu e'  $xxx$ ; piu' piccolo e'  $xxx$ , piu' spinta e' la verifica della legge di conservazione, che tuttavia non acquista mai un significato assoluto. Lo stesso si potrebbe dire di qualunque altra legge di conservazione, come la carica elettrica, il numero barionico, l'energia etc: per ognuna di esse sarebbe, in linea di principio, sempre possibile ottenere la prova di una violazione, se questa avesse luogo; mentre non e' mai possibile, neanche in linea di principio, ottenere una conferma assoluta della loro validita'.

Questo fatto risulta verificato in tutti i processi deboli, con l'eccezione di alcuni decadimenti del  $K^0$  e del  $B^0$ , che sono in questi anni oggetto di un'analisi serrata, sia teorica sia sperimentale.

### 3. Le stranezze e le interazioni deboli: oscillazioni di flavor e altro

Come si ricordera', lo studio iniziale delle particelle strane porto' a identificare due doppietti di isospin per i mesoni  $K$ , di cui uno contiene le particelle e l'altro le antiparticelle:

$$S = +1 : \begin{pmatrix} K^+ \\ K^0 \end{pmatrix}$$

$$S = -1 : \begin{pmatrix} \bar{K}^0 \\ K^- \end{pmatrix}$$

Gli stati cosi' definiti sono evidentemente autostati della stranezza, ma non sono autostati di  $C$ ; in effetti l'azione di  $C$  sugli stati e':

$$C|K^+\rangle = |K^-\rangle, C|K^-\rangle = |K^+\rangle$$

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle, C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

Nella misura in cui si trascurino le interazioni deboli, e' possibile anche stabilire la parita' intrinseca di questi stati, che si trova, in linea con le previsioni del modello a quark, essere negativa.

Ora, se le interazioni deboli non esistessero i mesoni  $K$  sarebbero stabili, dovendo le interazioni forti conservare la stranezza, e non esistendo stati adronici a stranezza diversa da zero con massa piu' bassa. Le interazioni deboli invece possono violare la stranezza, quindi i  $K$  possono decadere debolmente in molti modi diversi. Fra questi ci sono i decadimenti non leptonici in stati finali costituiti da pioni, come ad esempio

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^0$$

$$K^+ \rightarrow \pi^+ + \pi^+ + \pi^-$$

La prima cosa che si osserva (e che fu in realta' all'origine della scoperta della violazione della parita' negli anni '50) e' la inconsistenza fra la parita' degli stati a 2 e a 3 pioni. Infatti, consideriamo uno stato di 2 pioni, con momento angolare  $l=0$ , visto che il  $K$  ha spin 0: essendo i pioni pseudoscalari, la parita' totale sara' data da:

$$P|\pi\pi\rangle = (-)(-)(-)^l = +$$

Consideriamo ora uno stato di 3 pioni: avremo allora

$$P|\pi\pi\pi\rangle = (-)(-)(-) P_{orb}$$

in cui  $P_{orb}$  e' la parita' orbitale. Essa dipende dallo stato di momento angolare totale del sistema. Ci sono due momenti angolari orbitali in gioco, quello relativo fra i pioni 1 e 2,  $L$ , e quello del pione 3 rispetto a 12,  $\lambda$ : la parita' orbitale allora si scrive

$$P_{orb} = (-)^L (-)^I = (-)^{L+I} = (-)^{2L} = +$$

perche' dovendo essere  $L_{tot} = L+I = 0$ , sara':  $L=I$ . Quindi i due modi di decadimento osservati risultano in stati finali con parita' opposta, primo indizio che porto' Lee e Yang a mettere in dubbio la conservazione della parita' nelle interazioni deboli.

In secondo luogo, poiche' i processi deboli non conservano la stranezza, dobbiamo concludere che l'hamiltoniano totale per i  $K$  neutri non commuta con l'operatore stranezza: quindi gli stati stazionari dei  $K$  neutri non hanno stranezza definita, e quindi non possono essere identificati con gli stati  $K^0, \bar{K}^0$  precedentemente menzionati: questi ultimi sono bensi' gli stati prodotti in qualsiasi processo forte, ma *non sono stati stazionari*. Ci si puo' chiedere quali osservabili siano invece definite per gli stati stazionari: dobbiamo evidentemente escludere sia  $C$ , sia  $P$ , perche' anch'esse, non essendo conservate, non commutano con l'hamiltoniano totale. Possiamo pero' supporre inizialmente che l'operatore  $CP$ , che e' conservato con ottima approssimazione nella maggior parte dei processi deboli, sia un buon numero quantico. Vediamo dunque quali sono gli autovalori di  $CP$  per i  $K$  neutri: per cominciare, consideriamo l'azione di  $CP$  sugli stati a stranezza definita:

$$\begin{aligned} CP|K^0\rangle &= C(-|K^0\rangle) = -|\bar{K}^0\rangle \\ CP|\bar{K}^0\rangle &= C(-|\bar{K}^0\rangle) = -|K^0\rangle \end{aligned}$$

Come anticipato,  $CP$  e  $S$  non commutano. Se pero' prendiamo le combinazioni lineari ortogonali

$$\begin{aligned} |K_1^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \\ |K_2^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \end{aligned}$$

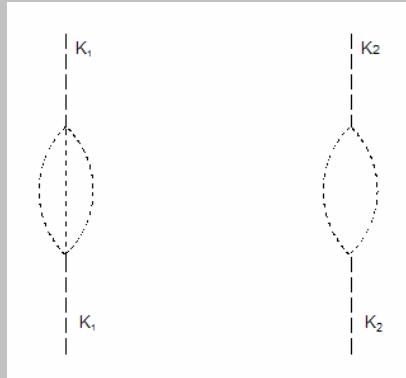
osserviamo che esse hanno valore di  $CP$  definito:

$$\begin{aligned} CP|K_1^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\bar{K}^0\rangle - |K^0\rangle) = -|K_1^0\rangle \\ CP|K_2^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(-|\bar{K}^0\rangle + |K^0\rangle) = +|K_2^0\rangle \end{aligned}$$

*Nella misura in cui  $CP$  e' conservata, gli stati  $K_1^0, K_2^0$  a  $CP$  definita sono stati stazionari: si noti che ognuno di essi e' uno stato autoconiugato (e' antiparticella di se stesso, come il  $\pi^0$  etc), quindi ha una massa e una vita*

media proprie. Mentre le masse di  $K^0, \bar{K}^0$  sono identiche (coppia particella-antiparticella: v. teorema  $CPT$ ), quelle di  $K_1^0, K_2^0$  possono essere (e sono, di fatto, anche se in misura minima) in generale diverse.

Questo fatto puo' stupire anche se ci si e' convinti che  $K_1$  e  $K_2$  sono di fatto particelle diverse: per capire un po' di piu' cosa c'e' dietro questo fenomeno sorprendente e contorto, si consideri un modello fenomenologico dell'accoppiamento debole degli autostati di  $CP$  a stati intermedi con 2 o 3 pioni: come si vedra' fra un attimo, gli accoppiamenti a stati con 2 o 3 pioni sono diversi per i due autostati di  $CP$ . Avremo allora dei "diagrammi di self-energy" di questo tipo:



I contributi del primo diagramma alla massa del  $K_1$  sono diversi da quelli del secondo alla massa del  $K_2$ . La differenza di massa si puo' valutare con varie tecniche perturbative, trovando valori attesi nell'ordine di  $10^6$  eV: il bello e' che essa si puo' anche misurare, trovando un buon accordo con le previsioni! (v. dopo sulla rigenerazione)

La cosa piu' stupefacente e' pero' la differenza fra i modi di decadimento: il  $K_1$ , a  $CP$  -va, puo' decadere solo in 3 pioni, mentre il  $K_2$ , a  $CP$  +va, decade in principio sia in 2, sia in 3 pioni

#### *Valori di CP per stati di 2 e 3 pioni a carica totale nulla*

Per convincerci delle regole di selezione nei decadimenti dei K neutri in 2 e 3 pioni, si puo' costruire la seguente tabella:

Stato	$\pi^+ \pi^-$ , $\pi^0 \pi^0$	$\pi^+ \pi^- \pi^0$	$\pi^0 \pi^0 \pi^0$
Parita'	$(-)(-)(-)^{L=0} = +$	$(-)(-)(-)(-)^{L+1} = (-)(-)^{2L} = -$	$(-)(-)(-)(-)^{L+1} = (-)(-)^{2L} = -$
C-Parita'	$C = P \rightarrow +$	$C_{12} = P_{12} = (-)^L \rightarrow C = (-)^L$	$C_{12} = P_{12} = (-)^L = +$ solo onde pari
CP	+	$(-)^{L+1}$	-

Osserviamo che il valore di  $L$  (momento angolare relativo dei primi 2 pioni), nel decadimento del  $K$ , e' limitato dal piccolo Q-valore; e' altamente improbabile trovare valori diversi da 0, quindi CP per 3 pioni e' praticamente sempre -va.

A causa del limitato spazio delle fasi, la vita media del  $K_1$  risulta molto piu' lunga di quella del  $K_2$

$$\begin{aligned}\tau_1 &= 51.70 \quad 10^{-9} \text{ s} \\ \tau_2 &= 0.089 \quad 10^{-9} \text{ s}\end{aligned}$$

E' interessante a questo punto seguire l'evoluzione di uno stato di  $K$  neutro, prodotto in un processo forte. Per un sistema di questo tipo si puo' usare una descrizione fenomenologica in termini di un *hamiltoniano efficace*, costruito come una matrice  $2x2$  che agisce su vettori di stato a 2 componenti nello spazio degli autostati di  $S$ :

$$\begin{aligned}|K^0\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\bar{K}^0\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \\ |\psi(t)\rangle &= A(t)|K^0\rangle + B(t)|\bar{K}^0\rangle \equiv \begin{pmatrix} A(t) \\ B(t) \end{pmatrix}\end{aligned}$$

- Se i  $K$  non decadessero, l'evoluzione del sistema sarebbe del tutto analoga a quella, citata sopra, di un elettrone in un campo magnetostatico esterno: limitandoci per semplicita' al sistema di quiete del  $K$ , essa si potrebbe descrivere con un'equazione di Schrodinger del tipo

$$\begin{aligned}i \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle &= H |\psi(t)\rangle \\ H &= \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$H$  deve essere hermitiano; inoltre gli elementi diagonali sono reali e uguali come conseguenza del teorema CPT: infatti:

$$\begin{aligned}\langle K^0 | H | K^0 \rangle &= H_{11} \equiv m_{K^0} \\ \langle \bar{K}^0 | H | \bar{K}^0 \rangle &= H_{22} \equiv m_{\bar{K}^0}\end{aligned}$$

Allora vale:

$$H_{21} = \begin{pmatrix} H_{12} \end{pmatrix}^* \rightarrow H = \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{12}^* & H_{22} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} M & H_{12} \\ H_{12}^* & M \end{pmatrix}, \quad M = H_{11} = H_{22}$$

La matrice hermitiana non e' in forma diagonale, ma puo' essere diagonalizzata con tecnica standard; si trova per la forma diagonale di  $H$ :

$$H' = \begin{pmatrix} M - \sqrt{H_{12}H_{12}^*} & 0 \\ 0 & M + \sqrt{H_{12}H_{12}^*} \end{pmatrix}$$

Gli autostati di  $H'$  sono ovviamente combinazioni lineari di quelli di  $H$ , e sono proprio gli stati  $K_1, K_2$  citati prima:

$$K_1^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad K_2^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

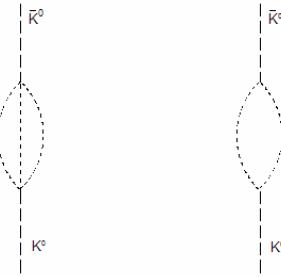
L'eq. di Schrodinger nella rappresentazione diagonale si scrive:

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} A'(t) \\ B'(t) \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} M - \sqrt{H_{12}H_{12}^*} & 0 \\ 0 & M + \sqrt{H_{12}H_{12}^*} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'(t) \\ B'(t) \end{pmatrix} \\ \rightarrow \begin{cases} i \frac{dA'}{dt} = \left( M - \sqrt{H_{12}H_{12}^*} \right) A'(t) \rightarrow A'(t) = A'(0) e^{-i(M-\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \\ i \frac{dB'}{dt} = \left( M + \sqrt{H_{12}H_{12}^*} \right) B'(t) \rightarrow B'(t) = B'(0) e^{-i(M+\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \end{cases} \end{aligned}$$

Le soluzioni sono quelle tipiche di stati stazionari. Riscrivendole in termini degli autostati di  $H$  troviamo:

$$\begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} [A(t) + B(t)] = A'(0) e^{-i(M-\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} [A(t) - B(t)] = B'(0) e^{-i(M+\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A'(0) e^{-i(M-\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} + B'(0) e^{-i(M+\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \right] \\ B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A'(0) e^{-i(M-\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} - B'(0) e^{-i(M+\sqrt{H_{12}H_{12}^*})t} \right] \end{cases}$$

Questo mostra esplicitamente che l'ampiezza per trovare lo stato come  $K^0, \bar{K}^0$  oscilla nel tempo (oscillazioni di stranezza)! Ripensando ai diagrammi di self-energy citati sopra, ci rendiamo conto di come questo sia possibile: accanto ad essi infatti ci sono gli altri diagrammi:



possibili proprio in quanto le interazioni deboli violano la stranezza.

- Se ora vogliamo tenere conto del decadimento degli stati stessi, dobbiamo modificare la forma dell'hamiltoniano efficace, introducendo le larghezze totali degli stati. Questo porta a scrivere  $H$  nella forma seguente, *nella quale assumiamo temporaneamente che CP sia conservata*:

$$\underbrace{\begin{cases} H_{12} = H_{12}^* \\ \Gamma_{12} = \Gamma_{12}^* \end{cases}}_{\text{OK se CP conservata}} \rightarrow H = \begin{pmatrix} M - i\Gamma/2 & H_{12} - i\Gamma_{12} \\ H_{12} - i\Gamma_{12} & M - i\Gamma/2 \end{pmatrix} \equiv M - i\Gamma$$

L'hamiltoniano e' ora scritto come somma di una *matrice di massa* (i cui elementi devono essere reali se T e' rispettato, il che avviene se CP e' conservata assumendo CPT...), e di una matrice di decadimento (come sopra). Nella combinazione scelta,  $H$  risulta essere una matrice non hermitiana, il che e' tuttavia accettabile visto che ora non descrive un sistema dotato di stati stazionari (la norma degli stati anzi tende a zero per tempi grandi: questo perche', come al solito,  $H$  descrive solo una parte del sistema totale, mancando in esso la parte dei prodotti di decadimento...).  $H$  si puo' diagonalizzare come nel caso precedente: introducendo le masse e le vite medie degli stati  $K_1$  e  $K_2$

$$m_1 = M + \sqrt{H_{12}H_{12}^*} = M + H_{12}, \quad \tau_1 = \frac{1}{\Gamma + \Gamma_{12}}$$

$$m_2 = M - \sqrt{H_{12}H_{12}^*} = M - H_{12}, \quad \tau_2 = \frac{1}{\Gamma - \Gamma_{12}}$$

(e' interessante osservare che i dati sperimentali per  $\tau_1$  e  $\tau_2$  indicano che  $\Gamma_{12} = \Delta m/2 \simeq -\Gamma$ ), troviamo l'andamento temporale delle ampiezze per trovare un dato autostato di  $S$  in funzione del tempo:

$$\begin{cases} A(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A'(0) e^{-i(m_1 - \frac{i}{2\tau_1})t} + B'(0) e^{-i(m_2 - \frac{i}{2\tau_2})t} \right] \\ B(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ A'(0) e^{-i(m_1 - \frac{i}{2\tau_1})t} - B'(0) e^{-i(m_2 - \frac{i}{2\tau_2})t} \right] \end{cases}$$

Se consideriamo il caso in cui al tempo  $t=0$  sia prodotto un autostato con  $S=+1$  (p.es. nella reazione  $\pi^- + p \rightarrow K^0 + \Lambda^0$ , le probabilità di osservare  $S=+1$  e  $S=-1$  all'istante  $t$  sono date da:

$$\rightarrow \begin{cases} P_{K^0}(t) = \frac{1}{4} \left[ e^{-\frac{t}{\tau_1}} + e^{-\frac{t}{\tau_2}} + 2e^{-\left(\frac{t}{2\tau_1} - \frac{t}{2\tau_2}\right)} \cos(m_2 - m_1)t \right] \\ P_{\bar{K}^0}(t) = \frac{1}{4} \left[ e^{-\frac{t}{\tau_1}} + e^{-\frac{t}{\tau_2}} - 2e^{-\left(\frac{t}{2\tau_1} - \frac{t}{2\tau_2}\right)} \cos(m_2 - m_1)t \right] \end{cases}$$

Si osservi la presenza dei termini di interferenza, con segno opposto per i due valori di  $S$ . Le osservazioni sperimentali (p.es. il conteggio di eventi del tipo  $\bar{K}^0 + p \rightarrow \pi^+ + \Lambda^0$ , possibili per il  $\bar{K}^0$  ma non per il  $K^0$  - ottenuti p.es. inserendo un bersaglio a idrogeno a diverse distanze lungo la linea di fascio dei  $K$ ) confermano questa straordinaria previsione, fatta da Gell-Mann e Pais negli anni '50. Si noti che in questo modo si puo' anche misurare  $\Delta m \approx 3 \cdot 10^{-6}$  eV, corrispondente a  $\Delta m/m \approx 10^{-14}$ ! Per i  $K$  neutri vale la relazione empirica  $\Delta m \sim \Delta \Gamma$ , che rende il fenomeno di interferenza vistoso

- La grande differenza fra le vite medie di  $K_1$  e  $K_2$  fa sì che, ponendosi a una distanza sufficientemente grande dal bersaglio in cui i  $K$  sono prodotti, si abbia in pratica un fascio di soli  $K_1$ , poiché tutti i  $K_2$  sono decaduti. In queste condizioni, si assiste a un altro paio di fenomeni del tutto inattesi, dei quali si da' qui solo un breve accenno, trattandosi di argomenti complessi che vanno al di là dei limiti di un corso introduttivo:

- Rigenerazione

Poiché l'interazione forte conserva la stranezza, se facciamo interagire il fascio di soli  $K_1$  con un bersaglio dobbiamo considerare la sovrapposizione di  $K^0$  e  $\bar{K}^0$  che esso rappresenta: poiché le interazioni forti delle 2 componenti, con  $S=+1$  e  $-1$ , con il bersaglio sono molto diverse [in particolare le sezioni d'urto per scattering elastico in avanti], quel che accade è che la sovrapposizione coerente costituita dal fascio di  $K_1$  viene alterata dall'interazione con il bersaglio, e il fascio

che emerge in avanti dal bersaglio stesso contiene una componente di  $K_2$ , evidenziata dalla ricomparsa di decadimenti in 2 pioni! Al di là del suo aspetto spettacolare, il fenomeno della rigenerazione dei  $K_2$  è assai complesso nei suoi dettagli, e non verrà approfondito qui.

- Violazione di  $CP$

Sorprendentemente, anche in assenza di un rigeneratore una piccola frazione di decadimenti per il  $K_1$  ( $\approx 10^{-3}$ ) avviene in 2 pioni, violando la simmetria  $CP$ . Questo fenomeno, anch'esso relativamente complesso, fu scoperto da Fitch e Cronin nel 1964, e viene tuttora studiato con grande attenzione.

Per molto tempo i dati sperimentali non hanno potuto sciogliere il dubbio che il fenomeno della violazione di  $CP$ , osservato fino a poco tempo fa soltanto nei  $K$  neutri, fosse dovuto a un nuovo tipo di interazione debole (modellata e chiamata in vario modo, e sopravvissuta da ultimo ai vari test sperimentali nell'incarnazione denominata *superdebole*), i cui piccolissimi effetti, ipoteticamente legati a *transizioni dirette con  $\Delta S=2$* , risultassero per questo motivo osservabili solo per i  $K$  neutri, unico caso nel quale tali transizioni sono effettivamente osservate. Risultati recenti hanno invece definitivamente confermato che la violazione di  $CP$  è una caratteristica propria dell'interazione debole, e non è dovuta a nuove interazioni: quindi essa è presente in linea di principio in tutti i processi deboli, al pari della violazione di  $C$  e  $P$ , ed è solo per un meccanismo di cancellazione che non viene osservata nella gran parte dei casi.

- In linea di principio ci si attende una fenomenologia simile a quella dei  $K$  neutri anche per coppie mesone-antimesone contenenti flavor più pesanti, ossia per le coppie  $D^0\bar{D}^0$  (contenuto in quark  $c\bar{d}, \bar{c}\bar{d}$ ),  $B^0\bar{B}^0$  ( $b\bar{d}, \bar{b}\bar{d}$ ) e  $B_s^0\bar{B}_s^0$  ( $b\bar{s}, \bar{b}\bar{s}$ ). Per capire le differenze che rendono lo studio di questa fenomenologia più complicato di quello dei  $K$  occorrerebbe introdurre molti concetti chiave del modello standard: qui si può solo accennare ai seguenti fatti:

la massa elevata dei quark  $c$  e  $b$  consente un gran numero di modi di decadimento, quindi la vita media degli stati mesonici  $D$  e  $B$  è molto più breve di quella dei  $K$ , e il branching ratio in canali che siano autostati di  $CP$  molto più piccolo, il che aumenta le difficoltà sperimentali

nel caso dei mesoni  $D$  neutri, il fenomeno del mixing chiama in causa elementi della cosiddetta *matrice CKM* (v. dopo) che sono molto piccoli, il che rende il fenomeno stesso minuscolo e probabilmente inosservabile

nel caso dei mesoni  $B$  neutri, il mixing e le oscillazioni di flavor sono state da tempo osservate come per i  $K$ ; per essi tuttavia la relazione fra la differenza di massa e quella di larghezza totale per gli autostati di  $CP$  e  $\Delta m \gg \Delta\Gamma$ , e i fenomeni di interferenza sono molto meno visibili. Il risultato è che anche la violazione di  $CP$  si manifesta sperimentalmente (anche se non fondamentalmente) in modo diverso; al culmine di un grande sforzo sperimentale, essa è stata tuttavia recentemente osservata.

#### 4. Proprieta' dei neutrini

Se consideriamo processi coinvolgenti neutrini (particelle che sentono solo l'interazione debole), dobbiamo considerare le proprieta' di trasformazione degli stati del neutrino rispetto a  $C$ ,  $P$  e  $CP$ . malgrado le recenti, forti indicazioni sperimentalistiche per una massa del neutrino diversa da 0, assumiamo per questo scopo che essa sia nulla. Allora, l'elicità è definita per un autostato dell'impulso (si ricordi che l'elicità è un invariante di Lorentz per una particella a massa nulla), e la violazione massima di  $C$  e  $P$  implica che i neutrini possano esistere con un solo valore di elicità, e non entrambi, fatto confermato dall'esperienza. In effetti, se  $P$  è violata:

$$U_P |\nu_L\rangle = \eta_P |\nu_R\rangle$$

non è uno stato fisico realizzato in natura (se lo fosse,  $P$  sarebbe conservata); e se  $C$  è violata lo stato:

$$U_C |\nu_L\rangle = \eta_C |\bar{\nu}_L\rangle$$

per lo stesso motivo non è realizzato. Per altro, lo stato

$$U_P U_C |\nu_L\rangle = \eta_P \eta_C |\bar{\nu}_R\rangle$$

è viceversa uno stato fisico realizzato. Nella misura in cui piccoli (ma certo per altri versi molto importanti!) effetti legati alla massa del neutrino sono trascurati, esistono in natura quindi solo neutrini sinistrorsi e antineutrini destrorsi: questo fatto è confermato dall'esperienza.

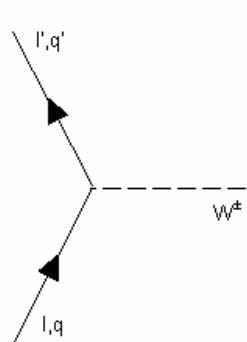
In generale, gli articoli storici sulla violazione della parità e sull'elicità del neutrino (tau-theta puzzle, Lee & Yang, Wu et al., Goldhaber et al.) dovrebbero essere consultati direttamente per meglio comprendere lo spirito di queste ricerche e tutto il modo di ragionare che deve essere adottato ogni volta che si affronta una questione che riguarda le simmetrie discrete.

## 5. I vertici deboli

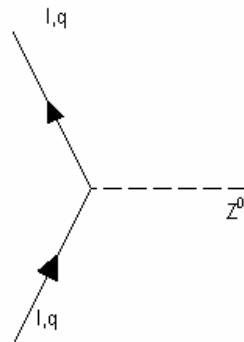
Nella visione moderna, l'interazione debole è unificata, con quella elettromagnetica, nell'interazione *elettrodebole*, della quale rappresenta una manifestazione. Come per l'interazione forte, la struttura dell'interazione elettrodebole deriva dalla richiesta di invarianza rispetto a trasformazioni di gauge locali. Il meccanismo fondamentale di interazione debole è quindi dovuto, come per quelle forte ed elettromagnetica, allo scambio di particelle vettoriali, in questo caso tuttavia - grazie a un tipo particolare di rottura di simmetria, unico per le interazioni deboli - dotate di massa elevata, i bosoni  $W^\pm$  e  $Z^0$ .

Malgrado le somiglianze, la struttura dei vertici deboli racchiude anche notevoli differenze rispetto a quella del vertice elettromagnetico: l'apparente analogia non deve quindi trarre in inganno. In effetti, problemi di consistenza interna e rinormalizzabilità hanno lasciato per molto tempo la convinzione che fosse impossibile introdurre per le correnti cariche l'accoppiamento a un bosone intermedio (il  $W$ , appunto), per altro ipotizzato in una forma o in un'altra già negli anni '50. È stato solo fra la fine degli anni '60 e l'inizio dei '70 che il puzzle è stato risolto, attraverso la costruzione di un modello a *teoria di gauge*, che usava l'ipotesi delle correnti neutre per spiegare la rottura spontanea di simmetria, la prova della rinormalizzabilità della teoria di gauge, e la osservazione sperimentale delle correnti neutre (Weinberg, Salam; Veltman, t'Hooft; esperimenti con fasci di neutrini al CERN).

Ci sono quindi, in analogia al caso elettrodinamico e cromodinamico, alcuni vertici elementari per i processi deboli, che si possono rappresentare come segue:

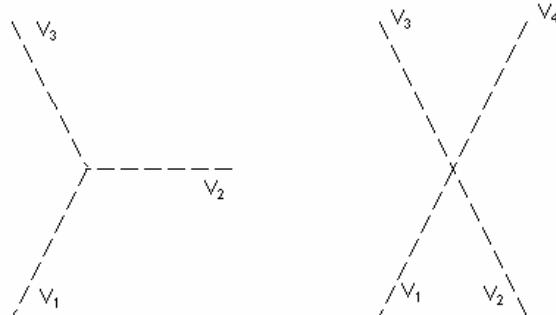


Vertice in corrente carica



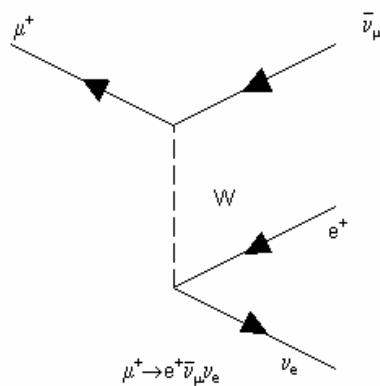
Vertice in corrente neutra

A causa della natura non abeliana del gruppo di simmetria dell'interazione elettrodebole, come per la QCD ci sono poi vertici a 3 e 4 bosoni: tali vertici riflettono la natura essenzialmente non lineare dell'accoppiamento, dovuta al fatto che i bosoni intermedi hanno carica debole.



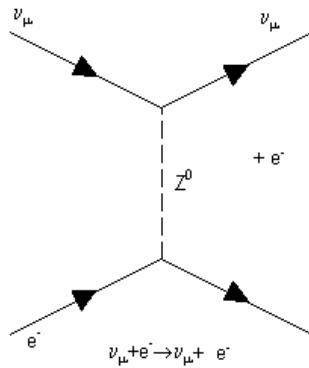
## 6. Le correnti deboli

Fenomenologicamente, i processi deboli cui puo' essere soggetto un fermione (leptone o quark) possono essere con e senza variazione della carica elettrica. Si consideri, a titolo di esempio, il decadimento del  $\mu$ :



Come si vede dal diagramma, l'interazione del  $\mu$  con il campo dell'interazione debole lo cambia in un (anti) neutrino di tipo  $\mu$ : quindi il bosone  $W$  (dotato di carica elettrica esso stesso) induce processi a variazione di carica elettrica. Processi come questo, originati dall'interazione di leptoni e quark con il bosone  $W$ , si chiamano *processi in corrente carica*.

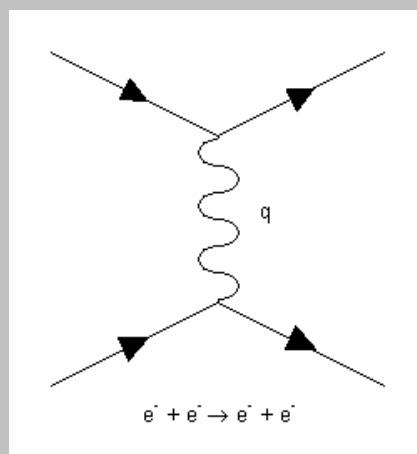
Si consideri invece lo scattering di neutrini su elettroni:



Il bosone  $Z^0$ , che è privo di carica elettrica, induce solo processi che non cambiano la carica: essi si chiamano *processi in corrente neutra*: sotto questo aspetto esso è dunque analogo al fotone.

Vale la pena di ricordare qualche punto importante a proposito del concetto di corrente, che dovrebbe essere familiare dallo studio introduttivo alla QED e in generale dalle proprietà di conservazione conseguenti alle simmetrie in teoria dei campi (teorema di Noether): quello che segue è solo un brevissimo richiamo, l'argomento essendo relativamente complesso e difficile da riassumere in breve.

Come si ricorderà, nei processi di scattering elettromagnetico l'elemento di matrice per la transizione si scrive, nell'approssimazione a 1 fotone:



$$T_{fi} = \underbrace{(-e)^2}_{\alpha} \left( \bar{u}_f^{(e)} \gamma^\mu u_i^{(e)} \right) \left( -\frac{1}{q^2} \right) \left( \bar{u}_f^{(\mu)} \gamma^\mu u_i^{(\mu)} \right)$$

La quantita'  $j_\mu^{(em)} = \bar{u}_f^{(e)} \gamma^\mu u_i^{(e)}$  si chiama (*densita' di corrente elettromagnetica (di transizione)*), in questo caso per l'elettrone; una definizione analoga si ha per la corrente del  $\mu$  o del  $\tau$ .

Il nome di corrente deriva dal fatto che essa e' una generalizzazione al caso di uno stato di scattering della densita' di corrente di probabilita' per uno stato stazionario soluzione dell'eq. di Dirac

$$j_\mu = \bar{\psi} \gamma_\mu \psi$$

Si ricordi che per l'equazione di Schrodinger le densita' di probabilita' e di corrente di probabilita' per uno stato stazionario sono date da

$$\left. \begin{aligned} \rho &= \psi^* \psi \\ \mathbf{j} &= -\frac{i\hbar}{2m} \nabla (\psi^* \psi) \end{aligned} \right\} \rightarrow \nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Usando questo linguaggio, possiamo dire che l'interazione e.m. avviene fra correnti (neutre – cioe' senza variazione della carica elettrica), tramite lo scambio di un bosone, a carica nulla, spin 1 e massa nulla (fotone).

## 7. Le correnti cariche leptoniche

Rispetto alla corrente e.m., le correnti deboli presentano alcune importanti differenze: consideriamo quelle cariche per i leptoni

*Struttura V-A per le correnti cariche*

La corrente debole carica, fra stati di leptone, si scrive in generale:

$$j^\mu = \bar{u}_f \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} u_i$$

Si noti come, in conseguenza del carattere carico della corrente di transizione, gli stati di leptone iniziale e finale debbano essere diversi. La conseguenza principale di questa struttura e' la non conservazione della parita' nel processo. Infatti, come si vede, la corrente totale e' la somma di 2 termini:

un termine con le proprieta' di trasformazione di un 4-vettore (V)

$$j_V^\mu = \frac{1}{2} \bar{u}_f \gamma^\mu u_i$$

un termine con le proprieta' di trasformazione di un 4-vettore assiale (A)

$$j_A^\mu = -\frac{1}{2} \bar{u}_f \gamma^\mu \gamma^5 u_i$$

Nell'elemento di matrice per il processo, che coinvolge 2 correnti, compaiono i prodotti  $VV'$ ,  $AA'$ ,  $VA'$  e  $A'V$ : questi ultimi 2 non sono invarianti per parita', che quindi non viene conservata; si potrebbe vedere che lo stesso vale per la coniugazione di carica.

Brevissimo richiamo su alcuni concetti relativi all'eq. di Dirac

Come si trasforma uno spinore di Dirac (che *non e'* un 4-vettore, ovviamente) rispetto a una trasformazione di Lorentz? La regola, come si ricordera', e':

$$\psi \rightarrow \psi' = S\psi$$

$$S = a_+ + a_- \gamma^0 \gamma^1 = a_+ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + a_- \begin{pmatrix} 0 & \sigma_1 \\ \sigma_1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_+ & a_- \sigma_1 \\ a_- \sigma_1 & a_+ \end{pmatrix}$$

$$a_\pm = \pm \sqrt{\frac{1}{2}(\gamma \pm 1)}, \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

essendo

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

nella rapp. di Dirac-Pauli. Ora, quello che si vuole e' che p.es. la norma di uno spinore sia invariante rispetto a TdL.

Una possibile definizione per la la norma e':

$$(\bar{\psi}\psi)_{scalare} = \psi^\dagger \gamma^0 \psi, \text{ in cui}$$

$$\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0 \equiv (\psi_1^*, \psi_2^*, -\psi_3^*, -\psi_4^*)$$

che si dimostra facilmente essere effettivamente invariante rispetto a TdL. Come si trasforma la norma rispetto a  $P$ ?  $P$  cambia il segno delle 3 componenti spaziali di un 4-vettore, e lascia invariata la componente temporale; quindi  $P$  agisce p.es. su un'onda piana come:

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} \chi \\ \frac{\sigma \cdot (-\mathbf{p})}{E+m} \chi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \chi \\ -\frac{\sigma \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi \end{pmatrix} = \gamma^0 \psi$$

$$\rightarrow P = \gamma^0$$

Allora rispetto a  $P$  la norma definita sopra si trasforma così:

$$(\bar{\psi}\psi)_{scalare} = \psi^\dagger \gamma^0 \psi \xrightarrow{P} \psi^\dagger \gamma^0 \psi = \psi^\dagger P^\dagger \gamma^0 P \psi = \psi^\dagger \gamma^{0\dagger} \gamma^0 \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \gamma^0 \psi = (\bar{\psi}\psi)_{scalare}$$

→invariante.

Un'altra possibile definizione di norma e':

$$(\bar{\psi}\psi)_{pseudosc} = \bar{\psi} \gamma^5 \psi$$

Anche questa quantita' e' invariante rispetto a TdL, ma non lo e' rispetto a  $P$ : infatti

$$(\bar{\psi}\psi)_{pseudosc} = \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^5 \psi \xrightarrow{P} \psi^\dagger \gamma^0 \gamma^5 \psi = \psi^\dagger P^\dagger \gamma^0 \gamma^5 P \psi$$

$$= \psi^\dagger \gamma^{0\dagger} \gamma^0 \gamma^5 \gamma^0 \psi = -\psi^\dagger \gamma^5 \gamma^0 \psi = -(\bar{\psi}\psi)_{pseudosc}$$

→non invariante.

Quindi le 2 quantita'  $\bar{\psi}\psi$  e  $\bar{\psi}\gamma^5\psi$  hanno proprietà opposte di trasformazione rispetto a  $P$ : se in un'espressione compare una qualsiasi combinazione lineare delle 2, l'espressione non è invariante per  $P$ .

Questa proprietà si estende al caso in cui le espressioni non siano 4-scalari, ma 4-vettori: abbiamo così *correnti vettoriali* e *correnti assiali*. Ogni volta che in un'espressione (hamiltoniano o lagrangiana) compare una combinazione lineare dei 2 tipi di quantità, l'espressione stessa non è invariante rispetto a  $P$ , e  $P$  non è conservata nei processi fisici da essa descritti.

*Un diverso modo di vedere la cosa: fermioni chirali*

Un modo alternativo di vedere la cosa è dire che all'interazione debole partecipano solo le parti "sinistrorse" dei fermioni e quelle "destrorse" degli

antifermioni, chiamate anche le parti a *chiralita'* (leggi: autovalori della matrice  $\gamma^5$ ) definita. Questo punto di vista, per quanto sostanzialmente equivalente a quello citato sopra (in cui si definisce, in base all'esperienza, la forma della corrente debole carica come  $V-A$ ) e' piu' adatto alla descrizione dell'interazione debole come teoria fondamentale, parte del modello standard: in particolare, nel modello standard l'interazione elettrodebole delle parti *Left* e delle parti *Right* dei fermioni e' diversa a livello fondamentale .

### *Stati chirali per i fermioni*

L'operatore di spin e' dato, per spinori di Dirac, da:

$$\mathbf{S} = \frac{\boldsymbol{\Sigma}}{2}, \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix}$$

L'operatore elicità e':

$$\Lambda = \frac{\boldsymbol{\Sigma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}$$

Si consideri uno stato  $u^{(+)}$  in cui lo spin e' allineato con  $\mathbf{p}$ : per esso:

$$\Lambda u^{(+)} = +u^{(+)}$$

e similmente per uno stato  $u^{(-)}$  in cui lo spin e' antiallineato con  $\mathbf{p}$ :

$$\Lambda u^{(-)} = -u^{(-)}$$

Gli stati  $u^{(+)}, u^{(-)}$  sono dunque definiti come autostati dell'elicità  $\Lambda$ .

Consideriamo ora gli operatori:

$$P_{\pm} = \frac{1 \mp \Lambda}{2}$$

Essi hanno le proprietà di operatori di proiezione:

$$\begin{aligned}
P_+ P_+ &= \left( \frac{1-\Lambda}{2} \right) \left( \frac{1-\Lambda}{2} \right) = \frac{1}{4} (1-\Lambda - \Lambda + \Lambda^2) \\
\Lambda^2 &= \frac{(\Sigma \cdot \mathbf{p})^2}{|\mathbf{p}|^2} = 1 \rightarrow P_+ P_+ = \frac{1}{4} (1 - 2\Lambda + 1) = \left( \frac{1-\Lambda}{2} \right) = P_+ \\
P_- P_- &= P_- \\
P_+ P_- &= \left( \frac{1-\Lambda}{2} \right) \left( \frac{1+\Lambda}{2} \right) = \frac{1}{4} (1 + \Lambda - \Lambda - \Lambda^2) = 0 = P_- P_+
\end{aligned}$$

Scrivendo:

$$1 = \frac{1-\Lambda}{2} + \frac{1+\Lambda}{2} = P_+ + P_-$$

si conclude che uno stato qualsiasi si puo' sempre scomporre:

$$\begin{aligned}
1u &= (P_+ + P_-)u = u_+ + u_-, \text{ con:} \\
\begin{cases} P_+ u = u_+ \\ P_- u = u_- \end{cases}
\end{aligned}$$

Che cosa sono le componenti  $u_+$ ,  $u_-$  dello stato  $u$  secondo gli operatori  $P_+$ ,  $P_-$ ? Le componenti sono le parti a elicità definita: in effetti, è evidente che  $P_\pm, \Lambda$  commutano; ogni stato puo' quindi essere scomposto in parti a elicità definita.

Questa scomposizione non è tuttavia invariante per TdL, come è facile vedere osservando che l'elicità non è un invariante di Lorentz: eseguendo una TdL, è possibile mettersi in un riferimento in cui l'impulso della particella inverte la sua direzione ("sorpassando" la particella), e quindi in cui l'elicità cambia segno. Di conseguenza, le componenti a elicità definita di un dato stato sono diverse in diversi riferimenti.

Alternativamente, si puo' scomporre lo stato in parti a *chiralità* definita, essendo la chiralità l'autovalore della matrice  $\gamma_5$ :

$$\begin{aligned}
P_L &= \frac{1-\gamma^5}{2} \\
P_R &= \frac{1+\gamma^5}{2}
\end{aligned}$$

Anche  $P_L$ ,  $P_R$  sono operatori di proiezione, quindi qualsiasi stato puo' essere scomposto in parti a chiralità definita:

$$\begin{aligned}
1u &= (P_L + P_R)u = u_L + u_R, \text{ con:} \\
\begin{cases} P_L u = u_L \\ P_R u = u_R \end{cases}
\end{aligned}$$

La scomposizione in questo caso e' invariante per TdL, e rappresenta dunque una proprietà intrinseca dello stato (o meglio, del campo) considerato. Si noti che uno stato a chiralità definita non ha in generale elicità definita, e viceversa.

Nel limite di alta energia le cose diventano piu' semplici: infatti, l'operatore elicità si scrive:

$$\Lambda = \frac{\Sigma \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \gamma^5 \frac{\gamma^0 \boldsymbol{\gamma} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|} = \gamma^5 \frac{\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p}}{|\mathbf{p}|}, \text{ essendo}$$

$$\gamma^0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \gamma^5 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \boldsymbol{\gamma} = \begin{pmatrix} 0 & \boldsymbol{\sigma} \\ -\boldsymbol{\sigma} & 0 \end{pmatrix}$$

Usando l'eq. di Dirac:

$$\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} = E - \beta m$$

si ha:

$$\Lambda = \gamma^5 \frac{E + m \cdot \beta}{p} \xrightarrow{E \gg m} \gamma^5$$

e quindi:

$$P_{\pm} = \frac{1 \mp \Lambda}{2} \xrightarrow{E \gg m} \frac{1 \mp \gamma^5}{2} = P_{L,R}$$

In conclusione, gli autostati dell'elicità tendono a quelli della chiralità a energia elevata, e coincidono con questi ultimi per particelle massless, che hanno dunque sempre valore definito di elicità. Questo e' conforme all'intuizione, visto che, per esse, non e' possibile, come per le altre, eseguire una TdL tale da invertire la direzione dell'impulso.

Gli stati "left" e "right" si definiscono nel seguente modo per particelle e antiparticelle

*Particella:*

$$u_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)u$$

$$u_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)u$$

$$\bar{u}_L = \bar{u} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

$$\bar{u}_R = \bar{u} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

*Antiparticella:*

$$v_L = \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)v$$

$$v_R = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)v$$

$$\bar{v}_L = \bar{v} \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)$$

$$\bar{v}_R = \bar{v} \frac{1}{2}(1 + \gamma^5)$$

Qual e' l'utilita' degli stati chirali? Essa ha origine dall'idea che l'interazione elettromagnetica e quella debole siano aspetti diversi di un'unica interazione. Ora, apparentemente uno degli ostacoli principali all'unificazione risiede nella diversa struttura di Lorentz della corrente elettromagnetica e di quella debole: limitandoci alla corrente carica, abbiamo infatti:

$$j^\mu = \bar{u} \gamma^\mu u \quad \text{elettromagnetica}$$

$$j^\mu = \bar{u}_f \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u_i \quad \text{debole carica}$$

Tuttavia, si puo' fare questa osservazione:

$$\begin{aligned} (1 - \gamma^5)^2 &= (1 - 2\gamma^5 + 1) = (2 - 2\gamma^5) = 2(1 - \gamma^5) \\ \rightarrow \left[ \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \right]^2 &= \frac{2(1 - \gamma^5)}{4} = \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \\ \rightarrow \bar{u}_f \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u_i &= \bar{u}_f \gamma^\mu \left[ \frac{(1 - \gamma^5)}{2} \right]^2 u_i = \underbrace{\bar{u}_f}_{\bar{u}_{fL}} \frac{(1 + \gamma^5)}{2} \gamma^\mu \underbrace{\frac{(1 - \gamma^5)}{2}}_{u_{iL}} u_i \\ \rightarrow \bar{u}_f \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2} u_i &= \bar{u}_{fL} \gamma^\mu u_{iL} \end{aligned}$$

In questo modo, la corrente debole carica ha la stessa struttura di Lorentz di quella elettromagnetica (pura corrente vettoriale), anche se agisce fra stati

chinali dei fermioni: in concreto, *solo la parte sinistra* dei fermioni, e *quella destra* degli antifermioni, partecipano alla corrente carica. Questa resta naturalmente una notevole differenza rispetto alla corrente elettromagnetica; si puo' pero' usare, per quest'ultima, la seguente espressione:

$$\begin{aligned} j_\mu^{em} &= \bar{e} \gamma_\mu e \\ e \equiv & \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) e + \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) e = e_L + e_R \\ \rightarrow j_\mu^{em} &= \bar{e} \gamma_\mu e = (\bar{e}_L + \bar{e}_R) \gamma_\mu (e_L + e_R) = \bar{e}_L \gamma_\mu e_L + \bar{e}_R \gamma_\mu e_R \end{aligned}$$

Infatti i termini misti vanno a zero, p.es.:

$$\begin{aligned} \bar{e}_L \gamma_\mu e_R &= e \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) \gamma_\mu \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) e = e \gamma_\mu \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) e = 0 \\ \left( \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) \left( \frac{1 + \gamma_5}{2} \right) &= 0 \quad \text{prop. operatori di proiezione} \end{aligned}$$

L'espressione trovata per la corrente e.m. assomiglia ora molto di piu' a quella della corrente carica, l'unica differenza rimasta essendo che accoppia stati L a stati L e stati R a stati R, mentre quella carica accoppia *solo* stati L a stati L.

### *Propagatore per il bosone massivo*

Diversamente dal caso del fotone, il propagatore per il W si scrive:

$$-i \frac{g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_W^2}{q^2 - M_W^2}$$

Nell'approssimazione in cui  $q^2 \ll M_W^2$ , il propagatore diventa:

$$\approx i \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

ed e' quindi una costante

Si noti che il propagatore del W non va in quello del fotone per  $M_W \rightarrow 0$ : questo problema e' legato al fatto che i gradi di liberta' di spin (leggi: stati di polarizzazione) passano da 3 a 2 quando  $M = 0$ , quindi ci vuole un trattamento speciale per tener conto della discontinuita'. In generale, la rappresentazione data per il propagatore del W non e' l'unica possibile, visto che dipende dal gauge usato

### *Costante di accoppiamento*

Invece della costante  $\alpha$ , caratteristica delle interazioni elettromagnetiche, avremo una costante  $\alpha_w$  per l'interazione debole: essa è legata al vertice leptonico debole (in corrente carica) nello stesso modo con cui  $\alpha$  è legata al vertice e.m., quindi avremo  $\alpha_w = g_w^2$ . In sostanza,  $g_w$  è la carica debole del leptone. Convenzionalmente, ogni vertice contiene in più un fattore  $1/2\sqrt{2}$

### **8. Processi a bassa energia e interazione corrente-corrente**

Abbiamo visto che a bassa energia, quando  $q^2 \ll M_W^2$ , il propagatore del W si può approssimare con:

$$i \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2}$$

ossia con una quantità costante. Inserita nell'elemento di matrice di transizione, l'approssimazione fornisce:

$$T_{fi} \cong \left( \frac{1}{2\sqrt{2}} \right)^2 g_w^2 \left( \bar{u}_f^{(1)} \frac{1}{2} \gamma^\mu (1 - \gamma^5) u_i^{(1)} \right) i \frac{g_{\mu\nu}}{M_W^2} \left( \bar{u}_f^{(2)} \frac{1}{2} \gamma_\nu (1 - \gamma_5) u_i^{(2)} \right) = i \frac{1}{8} 4\sqrt{2} G_F j^{\mu(1)} j_\mu^{(2)}$$

avendo definito con

$$G_F = \frac{\sqrt{2}}{8} \left( \frac{g_w}{M_W} \right)^2$$

una costante fenomenologica, nota come *costante di Fermi*. Si noti come, in linea di principio,  $G_F$  abbia lo stesso valore per ogni processo leptonico in corrente carica, in conseguenza all'uguaglianza della carica debole per tutti i leptoni (universalità dell'interazione debole per i leptoni).

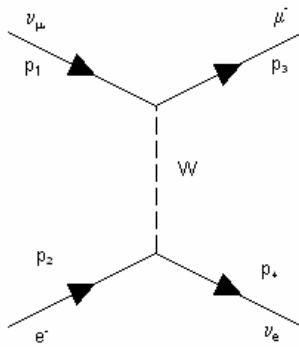
Questa forma di elemento di matrice si può far derivare da una interazione semplificata, che, data la struttura, è nota come *corrente-corrente*: essa costituì, al tempo in cui Fermi la propose, il primo esempio di applicazione della teoria dei campi alla fisica delle particelle. Questa forma di interazione soffre del difetto di non essere rinormalizzabile, e quindi non è accettabile dal punto di vista di una teoria fondamentale: tuttavia, spiega molto bene i dati sperimentali di tutti i processi a energie basse nei confronti della massa del W, o della  $Z^0$ .

*Decadimento inverso del  $\mu$  (leptonico) = scattering  $\nu_e$ -e in corrente carica*

Si consideri il processo in corrente carica

$$\nu_\mu + e \rightarrow \nu_e + \mu$$

Ad esso corrisponde il diagramma



Se la reazione avviene a energia non troppo alta, possiamo usare l'approssimazione corrente-corrente. Allora abbiamo:

$$T_{fi} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma_5)u(2)]$$

Per calcolare la sezione d'urto, dobbiamo calcolare  $|T_{fi}|^2$ , sommando sugli spin finali e mediando su quelli iniziali: questo perche' lo stato iniziale in genere non e' polarizzato, ne' si misura la polarizzazione dello stato finale. Si arriva quindi ad un'espressione

$$\sum_{spin} T_{fi} T_{fi}^* = \sum_{spin} \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(3)\gamma^\mu(1-\gamma^5)u(1)][\bar{u}(3)\gamma_\nu(1-\gamma_5)u(1)]^* [\bar{u}(4)\gamma_\mu(1-\gamma_5)u(2)][\bar{u}(4)\gamma^\nu(1-\gamma^5)u(2)]^*$$

Come e' noto, vale la relazione:

$$\sum_{spin} [\bar{u}(a)\Gamma_1 u(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 u(b)]^* = Tr[\Gamma_1(\not{p}_b + m_b)\bar{\Gamma}_2(\not{p}_a + m_a)]$$

in cui

$$\not{p} = p^\mu \gamma_\mu = p^0 \gamma_0 - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\gamma}$$

Nel ns. caso:

$$\sum_{\text{spin}} |T_{fi}|^2 = 64G_F^2 (p_1 \cdot p_2)(p_3 \cdot p_4)$$

che si puo' calcolare nel CM della reazione, trascurando ad alta energia la massa dell'elettrone:

$$\sum_{\text{spin}} |T_{fi}|^2 = 256G_F^2 E^4 \left[ 1 - \left( \frac{m_\mu}{2E} \right)^2 \right]$$

La sezione d'urto differenziale viene:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{G_F^2}{\pi^2} E^4 \left[ 1 - \left( \frac{m_\mu}{2E} \right)^2 \right]^2$$

ed e' isotropa, mentre quella totale:

$$\sigma = \frac{4G_F^2}{\pi} E^2 \left[ 1 - \left( \frac{m_\mu}{2E} \right)^2 \right]^2$$

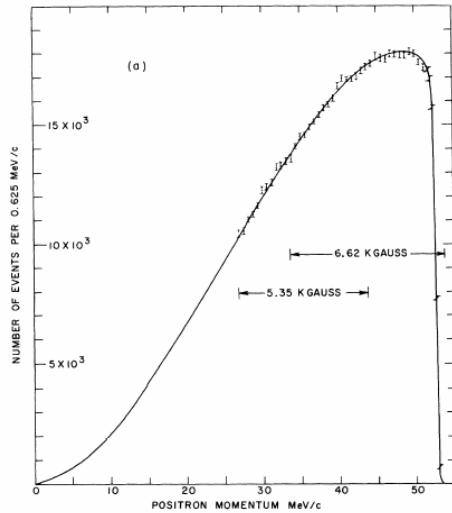
Si osservi come ad alta energia la sezione d'urto totale cresca come  $E^2$ : questo e' chiaramente un risultato non fisico, visto che porterebbe a prevedere una sezione d'urto senza limiti ad energie elevate. La ragione sta nell'approssimazione corrente-corrente: si puo' mostrare che con l'inserimento del propagatore del W la divergenza viene corretta

### *Decadimento del $\mu$*

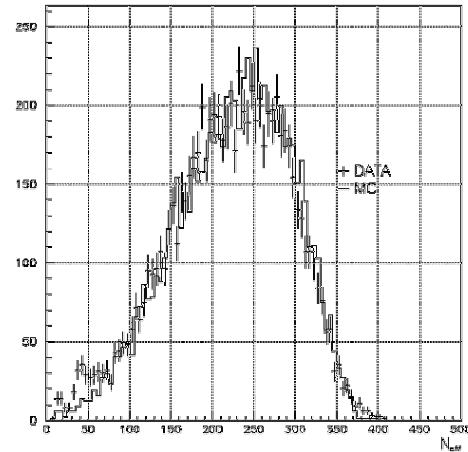
Questo processo, il cui diagramma e' stato visto prima, e' simile a quello appena discusso; la sola complicazione viene dal fatto che questa volta lo spazio delle fasi e' a 3 corpi. Il risultato dei calcoli (laboriosi) per il rate di decadimento, differenziale nell'energia dell'elettrone (unica particella misurabile) porta a :

$$\frac{d\Gamma}{dE} = 32G_F^2 \frac{m_\mu^2 E^2}{2(4\pi)^3} \left(1 - \frac{4E}{3m_\mu}\right)$$

Si osserva una perfetta rispondenza fra lo spettro misurato e la previsione:



Un esperimento di precisione



SuperKamiokande

La figura di destra mostra come lo spettro di decadimento del  $\mu$  venga utilizzato come calibrazione a SuperKamiokande.

Il rate totale (inverso della vita media) viene invece:

$$\Gamma = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{d\Gamma}{dE} dE = \frac{32G_F^2 m_\mu^5}{12(8\pi)^3} \rightarrow \tau = \frac{192\pi^3}{G_F^2 m_\mu^5}$$

La dipendenza del rate dalla 5° potenza del Q-valore (in questo caso, avendo trascurato la massa dell'elettrone, ed essendo i neutrini massless, coincidente con la massa della particella madre) e' caratteristica dei decadimenti in 3 corpi, e si chiama *regola di Sargent*

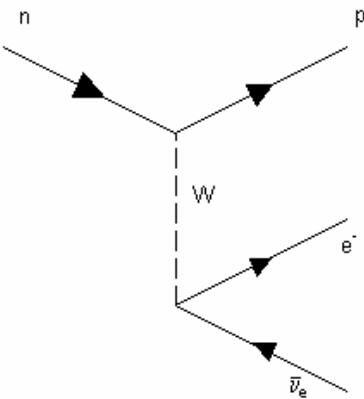
La misura della vita media da' una misura della costante di Fermi.

### *Decadimento del neutrone (semileptonico)*

In questo caso, abbiamo (in principio) una situazione analoga a quella del decadimento del  $\mu$ :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$$

Ovviamente, sappiamo fin da subito che puo' esserci una differenza importante, nel senso che protone e neutrone sono adroni, ossia particelle composte, a differenza dei leptoni del caso precedente; in realta', infatti, il punto di vista corretto sarebbe quello di trattare il problema a livello di quark. Tuttavia, essendo il processo a energie molto basse confrontate con le masse di  $p$  e  $n$ , si puo' inizialmente pensare che gli effetti di dimensione finita dei nucleoni siano piccoli, e trattare il problema come se essi fossero particelle di Dirac. A questa approssimazione corrisponde il diagramma:

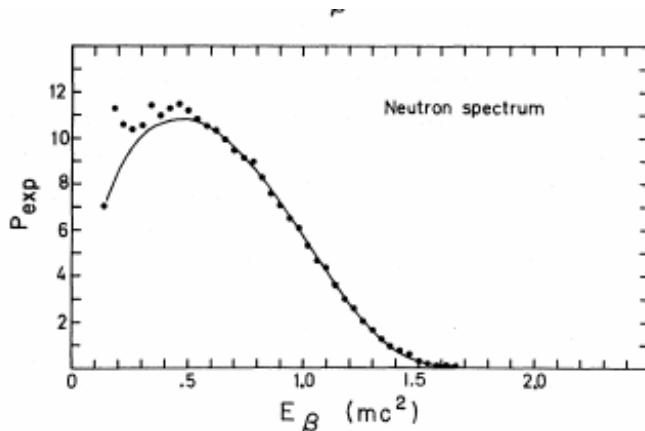


La sola differenza rispetto al  $\mu$  e' che ora una delle due particelle a massa 0 e' diventata un protone. Si puo' fare quindi un calcolo, altrettanto laborioso quanto il precedente, per ottenere lo spettro di energia dell'elettrone (si osservi che, con le energie in gioco, l'energia portata via dal protone e' trascurabile), ottenendo:

$$\frac{d\Gamma}{dE} = \frac{32G_F^2}{(4\pi)^3} J(E)$$

$$J(E) \cong 4E\sqrt{E^2 - m_e^2} \left[ (m_n - m_p) - E \right]^2$$

Anche in questo caso lo spettro misurato e' in ottimo accordo con le previsioni:



Il rate totale risulta allora dato da:

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi^3} 2G_F^2 m_e^5 \left[ \frac{1}{15} (2a^4 - 9a^2 - 8) \sqrt{a^2 - 1} + a \ln(a + \sqrt{a^2 - 1}) \right]$$

$$a = \frac{m_n - m_p}{m_e} \cong$$

La vita media così trovata è troppo lunga di circa il 40%: tuttavia, il trovare comunque un risultato del corretto ordine di grandezza (e anzi meglio) induce a credere che l'interazione debole abbia veramente caratteristiche di universalità sia per i leptoni sia per i quark.

## 9. CVC e PCAC

Come nel caso della distribuzione di carica elettrica, il nucleone dovrebbe in realtà essere trattato come una particella composta, attraverso l'introduzione di *fattori di forma (deboli)*, analoghi a quelli elettromagnetici ed essenzialmente fenomenologici, visto che non ci sono a priori molte informazioni sulla distribuzione della sua carica debole. L'osservazione centrale è però questa:

*Se consideriamo la carica elettrica, sappiamo che essa è conservata: ossia, tutta l'attività interna al nucleone, dovuta alla sua struttura di colore (si pensi alla continua creazione e distruzione di gluoni e coppie virtuali quark-antiquark, dovuta alle fluttuazioni del vuoto, etc) non modifica la carica elettrica del nucleone, perché la carica elettrica è conservata in tutte le interazioni.*

*Se ora consideriamo la situazione analoga per la carica debole, siamo in condizioni di assoluta ignoranza: non sappiamo se la carica debole totale sia modificata o no dall'attività interna di un adrone: questo dipende dalle proprietà di conservazione della carica debole, che sono appunto sconosciute! Quindi, le 2 cariche ("vettoriale" e "assiale") possono o no essere conservate.*

Per essere generali, dobbiamo allora prevedere un cambiamento alla struttura del vertice

$$(1 - \gamma^5) \rightarrow (c_V - c_A \gamma^5)$$

perche' in generale le proprieta' della carica vettoriale e di quella assiale possono essere diverse . Cosi' e' infatti, dato che si trova (p.es. attraverso lo studio del decadimento beta dei nuclei)

$$c_V = 0.986 \pm 0.001$$

$$c_A = 1.22 \pm 0.006$$

quindi con errore intorno a 1 o 2 per mille.

Il significato delle 2 costanti e' quello di indicare quanto le 2 cariche deboli del nucleone sono diverse da quelle di una particella puntiforme (per la quale sono, come sappiamo, +1 e -1 in unita' di  $g_W$ : v. qualsiasi leptone). In linea di principio, i fattori di forma deboli sono funzioni di  $q^2$ , come quelli elettromagnetici: per i processi di bassa energia di cui si sta parlando,  $q^2$  e' tuttavia circa 0.

Quindi, in fondo sorprendentemente, scopriamo che la carica vettoriale e' quasi esattamente conservata, e quella assiale abbastanza: ossia, una particella composta come il neutrone (e questo vale in realta' per tutti gli adroni), si comporta quasi come una particella puntiforme, sia per cio' che riguarda la corrente vettoriale, sia per cio' che riguarda la corrente assiale. Questa deve essere evidentemente una proprieta' derivante da una legge universale di quasi conservazione ( o di conservazione approssimata, per la corrente assiale) analoga a quella della carica elettrica, che garantisce, come detto prima, che la carica elettrica del protone non sia modificata dalle interazioni forti. Le due ipotesi secondo cui questo risultato vale per tutti i processi deboli coinvolgenti adroni si chiamano rispettivamente CVC (*Conserved Vector Current*), e PCAC (*Partially Conserved Axial Current*). Gran parte della discrepanza (ma non tutta !) fra valore sperimentale e teorico per la vita media del neutrone sparisce con la sostituzione indicata sopra nell'elemento di matrice .

#### NOTE

Occorre aggiungere che l'ipotesi di CVC, che non e' basata su alcuna proprieta' fondamentale per la teoria fenomenologica corrente-corrente, e' invece una proprieta' immediata del modello standard, nel quale le parti vettoriali delle correnti cariche e della parte isovettoriale ( $I=1$ ) della corrente neutra e di

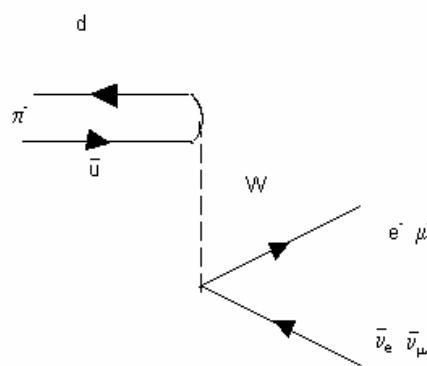
quella elettromagnetica costituiscono un tripletto di isospin debole, e sono quindi automaticamente conservate in base all'invarianza di gauge globale

L'ipotesi di PCAC non è viceversa riconducibile a proprietà fondamentali del modello standard: in sostanza, per l'accoppiamento della corrente assiale del nucleone si assume che il contributo dominante (alla correzione allo stato di nucleone 'bare') sia quello in cui il nucleone stesso emette un  $\pi$ , ed è quest'ultimo ad accoppiarsi al  $W$  (o alla coppia di leptoni, nell'approssimazione corrente-corrente). Questo è abbastanza ragionevole da un punto di vista fenomenologico: si osservi che nel vertice forte deve conservarsi la parità, quindi la corrente assiale deve accoppiarsi con un altro vettore assiale (nel caso del  $\pi$ , la derivata del campo pseudoscalare è quindi OK); d'altra parte, la richiesta di conservazione di isospin e  $G$ -parità porta a concludere che il diagramma con 1 pionne dovrebbe dominare. Quindi il problema dell'accoppiamento del nucleone 'vestito' al  $W$  è spostato a quello dell'accoppiamento del  $\pi$ . Si può mostrare che, nell'approssimazione in cui la massa del  $\pi$  è piccola (tendente a zero), la corrente assiale risulta conservata.

## 10. Decadimento del $\pi$ e del $K$ ; angolo di Cabibbo

### *Decadimento del $\pi$*

I decadimenti del pionne,  $\pi \rightarrow \mu + \nu_\mu$ ,  $\pi \rightarrow e + \nu_e$  possono essere considerati facendo riferimento al diagramma:



Il modo di trattare questo caso è un po' diverso dall'altro, e in un certo senso più semplice: anche qui dobbiamo supporre che ci sia un "fattore di forma debole", che rende conto della struttura delle cariche deboli nel pionne. In generale, ci aspettiamo una quantità costante, visto che il  $q^2$  del  $W$  virtuale questa volta deve coincidere con  $m_\pi^2$  (si dice che "il pionne è sul mass-shell"). In sostanza, l'elemento di matrice si scrivera':

$$T_f = \frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{u}(3) \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v(2)] F_\mu$$

dove non abbiamo potuto scrivere la solita corrente per lo stato iniziale, visto che abbiamo a che fare non con un vero stato di scattering, ma con uno stato legato.

Come sappiamo, i due casi sono in realtà simili sotto molti aspetti, la sola differenza essendo che per uno conosciamo lo stato iniziale dei fermioni (onda piana), mentre per l'altro non abbiamo molte informazioni (funzione d'onda quark-antiquark nel mesone). Nel secondo caso, la costante fenomenologica che compare nell'espressione di  $F^\mu$  contiene in sé appunto la caratteristica spaziale della funzione d'onda

La quantità  $F^\mu$ , che deve essere un 4-vettore per contrarsi con la corrente debole dello stato finale, non può dipendere che dall'unico 4-vettore a disposizione, il 4-impulso del pion

$$F_\mu = f_\pi p_\mu$$

Procedendo come nei casi precedenti (si noti che in questo caso il decadimento è a 2 corpi, quindi lo spettro di energia del muone o dell'elettrone è null'altro che una  $\delta$  di Dirac sul valore - unico - di  $p_{CM}$ ), si trova per il rate totale

$$\Gamma = \frac{f_\pi^2}{8m_\pi^3} G_F^2 m_l^2 (m_\pi^2 - m_l^2)^2$$

La quantità incognita  $f_\pi$  si cancella nel rapporto:

$$\frac{\Gamma(e)}{\Gamma(\mu)} = \frac{m_e^2 (m_\pi^2 - m_e^2)^2}{m_\mu^2 (m_\pi^2 - m_\mu^2)^2} = 1.3 \cdot 10^{-4}$$

Non si può fare a meno di essere sorpresi da questo risultato, che fra l'altro è in ottimo accordo con l'esperienza: il decadimento in elettrone è fortemente sfavorito, quasi soppresso rispetto a quello in muone, anche se lo spazio delle fasi lo favorirebbe molto. Spiegazione:

il  $\pi$  ha spin 0, quindi leptone e neutrino devono uscire (back to back) con elicità uguali; l'antineutrino è sempre  $R$ , e il neutrino sempre  $L$ , quindi l'elettrone è forzato ad essere  $R$ , e il positrone  $L$ . Ora, la massa dell'elettrone e del positrone è molto piccola, quindi in questo decadimento essi sono molto relativistici: allora la loro componente dominante, per l'interazione debole, è rispettivamente  $L$  e  $R$ , opposta quindi a quella in cui

sono forzati dalla conservazione del momento angolare. Questo spiega la soppressione del modo, che e' molto ridotta nel caso del decadimento in  $\mu$ , la cui massa e' vicina a quella del piona e che quindi non e' molto relativistico.

### *Decadimento del K*

Il decadimento in  $\mu\nu$ ,  $e\nu$  dei mesoni  $K$  carichi e' analogo, per molti versi, a quello del piona, e puo' essere trattato nello stesso modo: l'unica differenza e' la costante di decadimento del  $K$ , che in principio e' diversa da quella del  $\pi$ . Si troverebbe allora:

$$\frac{\Gamma(K \rightarrow l + \nu_l)}{\Gamma(\pi \rightarrow l + \nu_l)} = \frac{f_K^2 m_\pi^3 (m_K^2 - m_l^2)^2}{f_\pi^2 m_K^3 (m_\pi^2 - m_l^2)^2} = \begin{cases} (\text{exp.}) 1.34 \text{ } l=\mu \\ (\text{exp.}) 0.19 \text{ } l=e \end{cases}$$

Appare certamente interessante il fatto che il rapporto non sia lontano da 1 per il decadimento in  $\mu$ , per il quale sono ridotte le complicazioni relative all'elicità.

### **11. Angolo di Cabibbo**

Nello schema generale del modello standard, i leptoni vengono classificati nel seguente schema:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}$$

Ogni doppietto rappresenta una generazione di leptoni, ed e' un fatto sperimentale che *non si osservino transizioni in corrente carica fra doppietti* (ossia, transizioni con "violazione del flavor leptonico"): questo fatto viene codificato nella conservazione separata dei 3 numeri leptonici.

Le recenti, forti indicazioni sperimentali per il fenomeno delle oscillazioni dei neutrini invalidano questa affermazione; tuttavia per lo scopo della presente discussione esse possono essere trascurate (anche se in assoluto sono di enorme interesse, come e' ovvio !)

Lo schema puo' essere adottato anche per i quark, ottenendo:

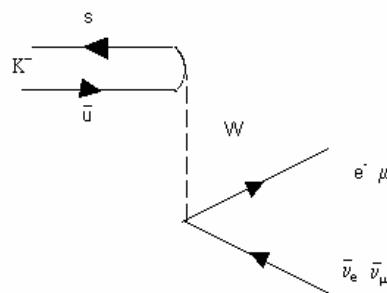
$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

In questo caso, però, sono come è noto osservate consistenti violazioni del flavor nelle transizioni in corrente carica, p.es. la violazione della stranezza nei decadimenti semileptonici o non leptonici delle particelle strane. L'interpretazione di questo comportamento opposto a quello dei leptoni, dovuta a Cabibbo, è estremamente ingegnosa, e rappresenta in effetti il prototipo esemplare del fenomeno del *mixing* a livello di costituenti, uno degli aspetti più misteriosi del modello standard.

Al tempo in cui non si ipotizzava ancora l'esistenza dei quark (1963), Cabibbo propose un'idea rivoluzionaria, che tradotta nel linguaggio del modello standard si esprime così: i vertici deboli in corrente carica sono moltiplicati, nel caso dei quark, per un fattore universale, indipendente dall'adrone che si considera:

$$\begin{aligned} \cos \theta_c & \text{ nel caso del vertice } d \rightarrow u + W^- \\ \sin \theta_c & \text{ nel caso del vertice } s \rightarrow u + W^- \end{aligned}$$

L'angolo di Cabibbo è dunque una nuova costante della natura, e vale circa  $13.1^\circ$ . Esso può p.es. essere ottenuto dal decadimento del neutrone (transizione  $d \rightarrow u$ , Amp.  $\propto \cos \theta_c$ ), e verificato nel decadimento del  $K$  (transizione  $s \rightarrow u$ , Amp.  $\propto \sin \theta_c$  - v. diagramma):



Considerando di nuovo il decadimento del  $K$  in leptoni, si può ora ipotizzare che fra la costante  $f_K$  e l'altra  $f_\pi$  ci sia la relazione semplicissima:

$$\begin{aligned} f_K &= f \sin \theta_c \\ f_\pi &= f \cos \theta_c \end{aligned}$$

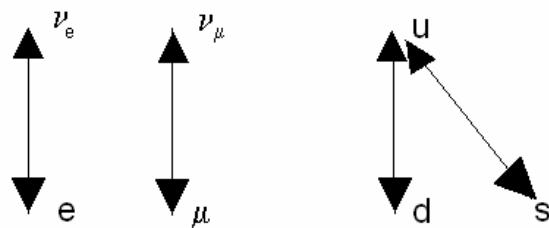
Allora si prevede per il rapporto di prima:

$$\frac{\Gamma(K \rightarrow l + \nu_l)}{\Gamma(\pi \rightarrow l + \nu_l)} = \tan^2 \theta_c \frac{\frac{m_\pi^3 (m_K^2 - m_l^2)^2}{m_K^3 (m_\pi^2 - m_l^2)^2}}{=} \begin{cases} (\text{teo.}) 0.96 \quad l = \mu \\ (\text{teo.}) 0.19 \quad l = e \end{cases}$$

Come si vede, l'accordo e' buono anche nel caso del decadimento in  $\mu$ ; occorre tener conto del fatto che in questo caso si ha una transizione di pura corrente assiale, e quel che abbiamo non e' CVC, ma solo PCAC: quindi le correzioni forti non sono trascurabili.

Questo e' solo un esempio delle decine di relazioni fra decadimenti spiegate con ottima approssimazione in base all'ipotesi di Cabibbo, anche nel settore dei decadimenti non leptonici e semileptonici.

Confrontando la situazione dei leptoni con quella dei quark, prima del 1970 avevamo questo diagramma:



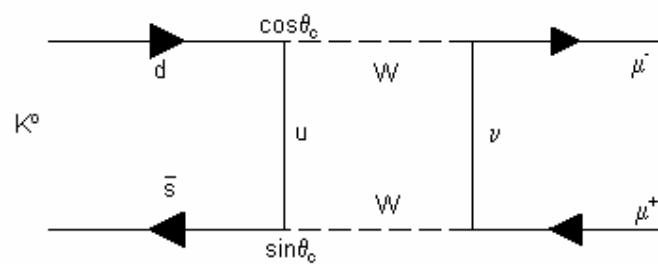
Le transizioni  $u \leftrightarrow d$ , per le quali l'ampiezza risulta proporzionale a  $\cos\theta_C$ , si chiamano *Cabibbo-favorite*; quelle  $u \leftrightarrow s$ , con ampiezza proporzionale a  $\sin\theta_C$ , si chiamano *Cabibbo-sfavorite*.

## 12. GIM

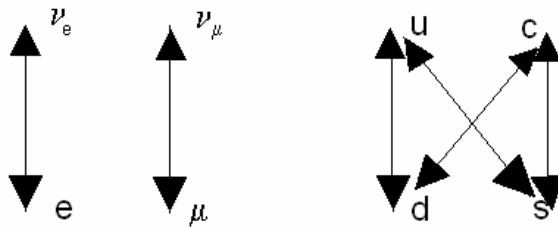
Moltissimi aspetti dei decadimenti deboli delle particelle strane vengono spiegati dall'ipotesi di Cabibbo; tuttavia alcuni fatti rimangono inspiegati. Il piu' importante e misterioso e' il decadimento

$$K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

che dovrebbe essere descritto dal diagramma



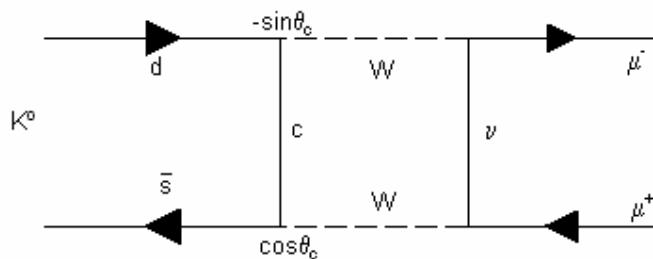
quindi con un'ampiezza proporzionale a  $\sin \theta_c \cos \theta_c$ . Per quanto si tratti di una transizione al II ordine perturbativo ( $2 W$ ), il branching ratio dovrebbe essere molto superiore al limite sperimentale  $< 10^{-8}$ , quindi qualcosa non torna. Nel 1970 Glashow, Iliopoulos e Maiani (GIM) proposero un'altra idea rivoluzionaria, proponendo per i quark uno schema parallelo a quello dei leptoni: l'esistenza cioè di un quarto quark (chiamato *charm*, o *c*), che completa il secondo doppietto:



In questo modo, si prevede per esso accoppiamenti simili a quelli del quark *u*, ma scambiati in quanto all'angolo di Cabibbo:

$$\begin{aligned} \cos \theta_c &\text{ nel caso del vertice } s \rightarrow c + W^- \\ -\sin \theta_c &\text{ nel caso del vertice } d \rightarrow c + W^- \end{aligned}$$

Per il decadimento problematico considerato sopra, si deve allora aggiungere un diagramma a quello mostrato prima, ossia:



ad esso corrisponde un'ampiezza analoga alla prima ma proporzionale a  $-\sin \theta_c \cos \theta_c$ . Quindi, nel limite in cui si trascurano le differenze di massa fra i quark virtuali *u* e *c*, le due ampiezze si cancellano, e la soppressione del modo è spiegata.

Questo meccanismo spiega dunque la *soppressione delle correnti neutre a variazione di stranezza* (si noti che il termine *corrente neutra* è usato in questo caso in un senso diverso da quello usuale: non c'è scambio di  $Z^0$ , tuttavia lo scambio di  $2 W$  consente una transizione - al II ordine - senza variazione di carica elettrica). Il prezzo è alto, ossia quello dell'introduzione di un nuovo quark, del quale è anche possibile, entro certi limiti, prevedere la massa. Entro

pochi anni, il nuovo quark viene come e' noto rivelato (scoperta del charmonio, e subito dopo dei mesoni con charm), nel corso di quella che viene chiamata la Rivoluzione di Novembre (mese in cui, nel 1974, fu annunciata la scoperta della  $J/\psi$ ).

Il modo piu' semplice di rappresentare questa fenomenologia e' quello di accettare l'idea che le correnti deboli dei quark non sono a flavor definito, ma contengono miscele: gli autostati dell'interazione debole sono "ruotati", nello spazio del flavor, rispetto a quelli dell'interazione forte, che sono invece a flavor definito:

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} c \\ -d \sin \theta_c + s \cos \theta_c \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}$$

Si noti che l'aver assegnato il mixing ai soli quark di "tipo down" e' solo una convenzione (anche se universalmente accettata): si potrebbe benissimo assegnarlo invece ai soli quark di tipo up, o suddividerlo fra i 2 tipi: il risultato non cambierebbe. La "matrice di rotazione", per 4 quark (2 doppietti) e' dunque definita da 1 solo angolo di mixing:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix}$$

L'idea puo' essere estesa anche al terzo doppietto ( $b$  e  $t$ ), ottenendo cosi' una matrice di rotazione  $3 \times 3$  (*matrice CKM*, dalle iniziali di Cabibbo, Kobayashi e Maskawa), contenente 3 angoli indipendenti + 1 fase (numero complesso di modulo 1): questa estensione, proposta nel 1973 da Kobayashi e Maskawa, consente di spiegare (anche se solo fenomenologicamente, ossia senza una comprensione veramente soddisfacente) la violazione di CP , che si presenta se appunto la fase e' complessa.

### 13. Corrente neutra (cenni)

L'esistenza delle correnti neutre e' una necessita' nel modello standard, per garantire la possibilita' della rottura spontanea di simmetria che da' massa al  $W$  e alla  $Z$ : quando furono previste nella forma oggi accettata, alla fine degli anni '60, non c'era tuttavia per esse alcuna evidenza sperimentale , anche se in realta' ci si aspetterebbe che contribuiscano praticamente ad ogni processo elettromagnetico (con il segno distintivo, quindi rivelabile, della violazione della parita'), interferendo con la corrente elettromagnetica. La ragione principale per cui l'interferenza corrente neutra - corrente elettromagnetica

non e' stata osservata per molto tempo e' che gli effetti a basse energie sono piccoli (a causa dell'enorme massa dello Z), e spesso sepolti sotto l'effetto preponderante della corrente elettromagnetica. Nel caso di reazioni con neutrini, nelle quali non ci sono effetti elettromagnetici, le difficolta' sperimentali sono molto piu' grandi, e c'e' voluto un certo tempo per riuscire ad osservarle (CERN 1973). In seguito, effetti di interferenza debole-elettromagnetica sono stati osservati in moltissimi fenomeni, a bassa e ad alta energia, culminando nella scoperta sperimentale di  $W$  e  $Z$  (CERN 1983) e nella fisica a  $LEP$  (CERN) e  $SLC$  (SLAC).

### Vertice

Come si ricordera', il vertice per la corrente carica viene scritto:

$$-i \frac{g_w}{\sqrt{2}} \gamma^\mu \frac{(1 - \gamma^5)}{2}$$

Quello per la corrente neutra si scrive invece

$$-ig_z \gamma^\mu \frac{(C_V^f - C_A^f \gamma^5)}{2}$$

dove la costante  $g_z$  e' una nuova costante universale, mentre le costanti  $C_V$ ,  $C_A$  dipendono dal tipo di fermione considerato. Si noti che l'accoppiamento dei fermioni alle correnti neutre non e' del tipo  $(1 - \gamma^5)$ .

Il modello standard prevede relazioni precise fra tutte queste costanti, che sono riassunte nella tabella di seguito:

$$g_w = \frac{e}{\sin \theta_W}$$

$$g_z = \frac{e}{\sin \theta_W \cos \theta_W}$$

$f$	$C_V$	$C_A$
$\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau$	+1/2	+1/2
$e, \mu, \tau$	$-1/2 + 2 \sin \theta_W$	$-1/2$
$u, c, t$	$+1/2 - 4/3 \sin^2 \theta_W$	+1/2
$d, s, b$	$-1/2 + 2/3 \sin^2 \theta_W$	-1/2

dove  $e$  e' la carica elementare e  $\theta_W$  e' una nuova costante universale, l'angolo di Weinberg. Si vede dunque come nel modello standard venga stabilita una relazione a livello fondamentale fra l'intensita' e gli accoppiamenti delle

cariche elettrica e debole: in effetti, tutti numeri della tabella riportata sopra sono previsti dal modello standard in base al gruppo di simmetria dell'interazione elettrodebole e alla costante universale  $\theta_W$ .

### *Propagatore della $Z^0$*

La struttura e' la stessa di quella del  $W$ :

$$-i \frac{\left( g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / M_Z^2 \right)}{q^2 - M_Z^2}$$

e anche in questo caso il modello standard prevede una relazione precisa fra le masse dei bosoni intermedi:

$$M_W = M_Z \cos \theta_W$$