

# Laboratorio di Relativita'

I – Meccanica, Elettrodinamica e Principio di Relativita'

# La fisica nell '800

Costante progresso nella conoscenza e nell'applicazione delle leggi classiche:

– *Meccanica*

Sistema solare, leggi di conservazione

– *Termodinamica*

Leggi generali, metodi statistici

– *Elettrodinamica*

Concetto di campo, sintesi maxwelliana

*Applicazioni*

# La fisica nel '900

Due terremoti a inizio '900:

*Teoria della relatività*

*Teoria quantistica*

# Relativita'

- Fama di teoria astrusa e incomprensibile
- Per lungo tempo poco compresa da filosofi e affini
- Panico da complicazioni matematiche

In realta':

*Semplice, logica; convalidata da infinite verifiche sperimentali; matematicamente del tutto accessibile, almeno nei suoi fondamenti*

Unico vero problema: *controintuitiva*

# Sull'uso dell'intuizione

Come puo' la corretta descrizione dello spazio e del tempo essere controintuitiva?

Intuizione: basata su idee 'innate' su cosa siano spazio e tempo (Kant etc)

*In realta', derivate dall'esperienza umana  
attraverso l'evoluzione*

*Ma: esperienza umana non include velocita' ~  
velocita' della luce nel vuoto*

*Quindi: l'intuizione ha valore limitato*

# Esempio

*La Terra e' rotonda, e non piatta*

Ma l'esperienza comune (superficiale) ci dice che e' piatta

Modi di risolvere la questione:

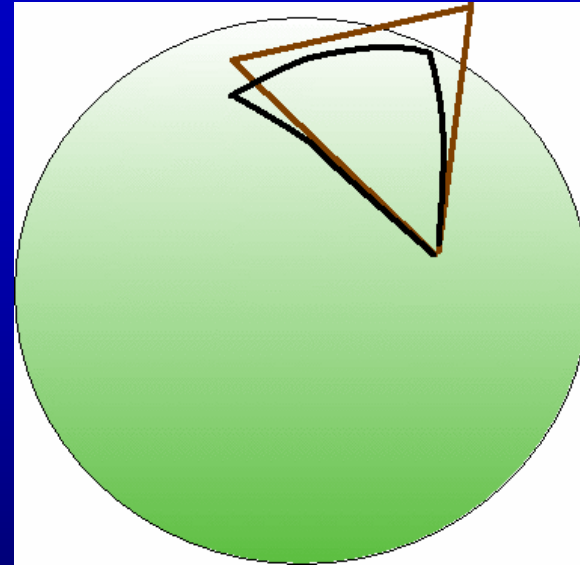
*Dibattito metafisico*

(rotonda e' piu' simmetrica, quindi piu' bella; come fa l'acqua degli oceani a non cadere giu' se e' rotonda? Etc)

*Esperienza*

# Per risolvere la questione...

- Misuriamo  $\sum_{i=1}^3 \alpha_i$  per un triangolo disegnato sulla superficie; se e'  $\neq \pi$ , la Terra non e' piatta...
- Non osserviamo facilmente la sfericita' della Terra perche' le dimensioni che entrano nella esperienza quotidiana sono piccole rispetto a  $R_{Terra}$

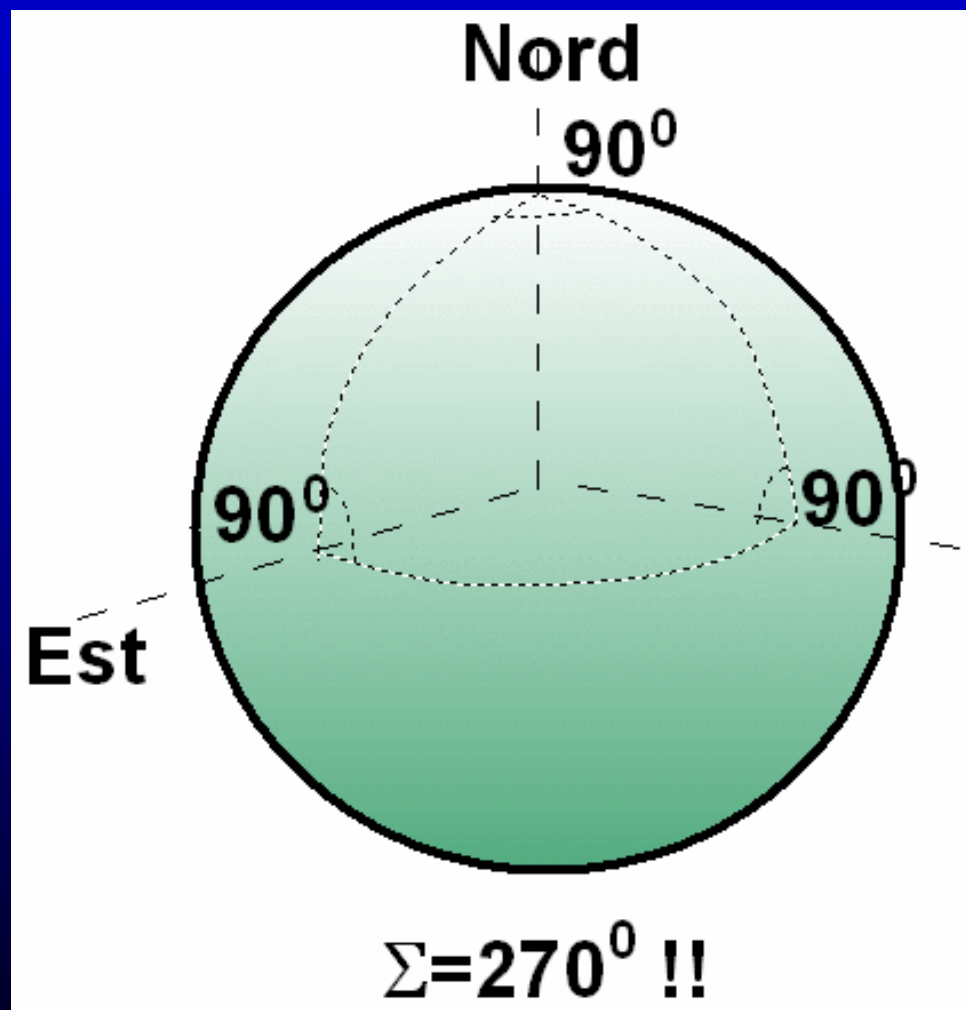


Ci vuole precisione...

$$\sum_{\text{neri}} \alpha_i > \sum_{\text{marroni}} \alpha_i$$

..la differenza e' piccola  
se  $L_{\text{triangolo}} \ll R_{Terra}$

# Caso limite...





# Principio di Relativita'

Meccanica newtoniana:

*Il moto uniforme e' equivalente all'assenza di moto*

Ossia

*I Sistemi di Riferimento Inerziali (SRI: quelli in cui un corpo non soggetto a forze si muove di m. uniforme) sono tutti equivalenti*

# Relativita' galileiana

Conforme a esperienza (da Galilei in poi)

Assenza di velocita' caratteristiche (costanti universali)

Difficolta' di principio a definire cosa sia un SRI (occorrerebbe conoscere tutte le forze...)

# Trasformazioni di Galilei

Relazioni matematiche fra coordinate misurate in due diversi SRI ( $\rightarrow$  in moto relativo uniforme)

Caso particolare in cui Assi paralleli nei 2 SRI  
 $v$  = vel. relativa diretta lungo  $x$

$$x' = x - vt$$

$$\rightarrow y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = t$$

TdG:

Conformi all'esperienza (a piccole  $v$ )

Quasi 'auto-evidenti'

# Invarianza leggi della meccanica

Per sistemi descrivibili con un potenziale

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \nabla_i \left[ U \left( \left| \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j \right| \right) \right]$$

*Distanze invariate rispetto a TdG*

*Accelerazioni invariate rispetto a TdG*

*→ Eq. del moto invariante rispetto a TdG*

# Cosa significa??

Vuol dire che *la legge fondamentale della dinamica viene scritta nello stesso modo* dai due osservatori, che riferiscono il moto ognuno al proprio SRI. Ossia:

Osservatori  $O$ ,  $O'$ :

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}_i}{dt^2} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \nabla_i [U(|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|)]$$

$$m_i \frac{d^2 \mathbf{r}'_i}{dt'^2} = - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n \nabla_i [U(|\mathbf{r}'_i - \mathbf{r}'_j|)]$$

*La legge del moto e' matematicamente identica in tutti i SRI.*

*Ogni osservatore inerziale deduce dalle sue osservazioni la stessa legge fisica.*

# Campo gravitazionale

Campo newtoniano:

$$\mathbf{g} = G \frac{M}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Campo statico; azione a distanza, istantanea;  
*indipendente* da velocità della sorgente

Forza gravitazionale su una massa puntiforme:

$$\mathbf{F}_{grav} = m\mathbf{g}$$

Nessuna velocità

Invariante per TdG:

*La forza gravitazionale e' la stessa in tutti i SRI*

# Campo elettromagnetico - I

Campo elettromagnetico: *Eq. di Maxwell*

Campi statici + onde elettromagnetiche;

*B* dipendente dalla velocità della sorgente

Forza el.magnetica su una carica puntiforme:

$$\mathbf{F} = q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

Compare la velocità: ???

# Campo elettromagnetico - II

Apparentemente *non* invariante per TdG:

*La forza elettromagnetica  
sembra essere diversa in SRI diversi*

In realta', l'apparenza inganna...



# Campo elettromagnetico - III

- Le leggi dell'elettromagnetismo fanno prevedere l'esistenza di un tipo speciale di campo e.m.
- In effetti, da esse discende *l'eq. delle onde*, che contiene una velocità  $c$  (costante universale)
- Essa rappresenta la vel. di propagazione della luce nello spazio vuoto
- Secondo le TdG, questa velocità deve cambiare se cambia il SRI usato

*Ma allora qual è il SRI in cui la velocità vale  $c$ ?*

# La velocità della luce

Situazione diversa per onde meccaniche

Es.: onde sonore nell'aria

Anch'esse soddisfano a un'eq. delle onde, in cui compare la velocità del suono

Questa è la velocità di propagazione *nel SRI in cui l'aria è globalmente ferma*

*In altri SRI la velocità di propagazione cambia*

Ma le onde e.m. si propagano *nel vuoto....*

# Alternative

Sembra che ci sia qualche incompatibilita'...  
Che si puo' fare?

- *Le leggi dell'elettromagnetismo devono essere modificate*

La forma con cui le conosciamo e' solo approssimata

- *Il principio di relativita' non vale in elettrodinamica*

Non tutti i SRI sono equivalenti; le eq. di Maxwell valgono in un unico SRI, che si puo' identificare come quello in cui la luce ha velocita'  $c$

- *Cinematica e dinamica devono essere modificate*

Le trasformazioni di Galilei non sono esatte, e di conseguenza anche le leggi di Newton sono solo approssimate

# Modifica equazioni di Maxwell?

Piu' interessanti: teorie emissive (Ritz e altri)

In generale, in tutte  $c$  ha il significato di velocita' della luce *relativa alla sorgente che la emette*

Compare la velocita' composta alla Galilei,  $c+v$

Ipotesi incompatibile con la forma delle eq. di Maxwell

# Verifica teorie emissive

Modifica elettrodinamica: molte conseguenze...

Ma: vanno d'accordo con le osservazioni?

Misure terrestri Riflessione da uno specchio, sorgente in moto  
con vel.  $v$

Tempo totale

$$\Delta t = \frac{2l}{c(1 - v^2/c^2)}$$

teoria emissiva

Differenza  $\propto v^2/c^2$ , difficile da osservare con esperimenti sulla Terra

$$\Delta t = \frac{2l}{c}$$

eq. di Maxwell

Misure astronomiche De Sitter e altri : si dovrebbero osservare anomalie nell'orbita ricostruita di *stelle binarie*

Anche: Michelson e altri, differenze fra *misure interferometriche* eseguite con luce solare e con sorgenti terrestri

***Nessun effetto osservato***

# Rinuncia al Principio di Relativita'?

Diciamo che esiste un SRI privilegiato, nel quale valgono le eq. di Maxwell

(Inoltre: Ipotesi coerente con le idee iniziali, molto 'meccaniciste', su come funziona la propagazione delle onde e.m.: come quella delle onde meccaniche in un mezzo elastico...)

→ Il SRI privilegiato, che e' anche sede di un mezzo di supporto alla propagazione, e' quello dell' *etere luminifero*

Mezzo assai peculiare (privo di massa, trasparente, e di fatto non osservabile)

# Conseguenze - I

L'unico 'segno particolare' nella carta d'identità dell'etere sarebbe la sua unicità, in quanto unico SRI in cui la luce ha velocità  $c$ . Secondo la fisica classica (TdG), in ogni altro SRI la luce avrebbe una velocità diversa

Qual è il SRI in cui l'etere è a riposo? Si suppone (fine '800) sia quello 'universale' delle stelle fisse, Sole incluso, rispetto al quale la Terra invece si muove

*Quindi, ogni laboratorio dotato di sorgenti di luce terrestri dovrebbe misurare valori diversi per la velocità della luce in direzione collineare/anticollineare alla velocità della Terra*

# Conseguenze - II

Quindi deve essere possibile mettere in evidenza il moto della Terra rispetto all'etere (in contrasto con il Principio di Relativita')

Si noti:

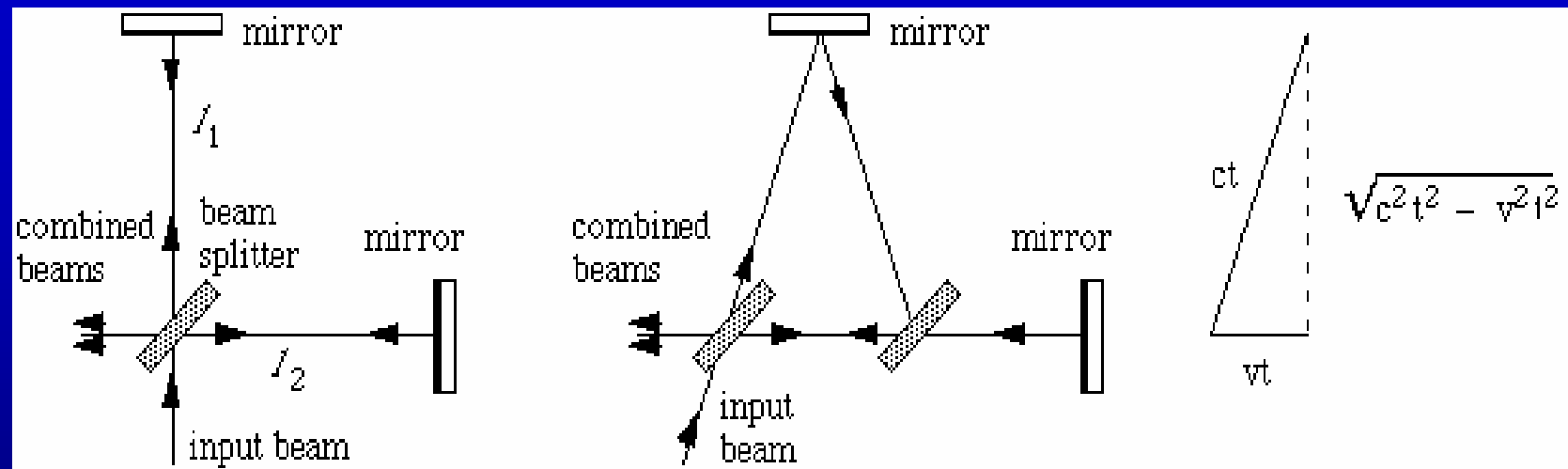
$$\left. \begin{array}{l} v_{\text{Terra}} \sim 30 \text{ km/s} \\ c \sim 300000 \text{ km/s} \end{array} \right\} \rightarrow v_{\text{Terra}}/c \sim 10^{-4}$$

Misura della velocita' della luce : *metodo interferometrico*

Esperienze eseguite da Michelson e collaboratori fra il 1881 e il 1887



# Michelson-Morley - I



Qualche spiegazione:

“Input beam” = sorgente di luce; “Beam splitter” = specchio semiargentato

La velocità della Terra è *orizzontale*

Gli schemi rappresentano il percorso della luce *visto dall'etere* nei due casi

Schema di sinistra: LAB=Terra *fermo rispetto all'etere*

Schema di destra: LAB=Terra *in moto verso destra con velocità  $v$*

*I fasci combinati interferiscono sempre (unica sorgente → coerenza)*

# Michelson-Morley - II

Differenza fra i tempi di transito:

$$t = t_1 - t_2 = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} = \frac{2}{c} \left( \frac{l_1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - \frac{l_2}{1-v^2/c^2} \right)$$

Ruotando di  $90^\circ$  l'apparato,  $l_2 \leftrightarrow l_1$

$$t' = t_1' - t_2' = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-v^2/c^2} - \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \frac{2}{c} \left( \frac{l_1}{1-v^2/c^2} - \frac{l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right)$$

Differenza delle differenze:

$$\Delta t = t - t' = \frac{2}{c} \left( \frac{l_1 + l_2}{1-v^2/c^2} - \frac{l_1 + l_2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right) \simeq \frac{2(l_1 + l_2)}{c} \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{v^2}{2c^2} \right) = \frac{2(l_1 + l_2)}{c} \frac{v^2}{c^2}$$

# Michelson-Morley - III

Differenza di cammino ottico → Differenza di fase  
→ *Atteso uno spostamento di frange*

Lunghezza totale:  $l_1 + l_2 = 22 \text{ m}$   
Lunghezza d'onda:  $\lambda = 550 \text{ nm}$

$$\delta\phi = 2\pi \Delta t c / \lambda = 2.3 \text{ radianti} = 0.4 \text{ frange}$$

Esperimento ripetuto diverse volte da Michelson, con sensibilità finale dello strumento = 0.01 frange...

***Nessuno spostamento osservato***

# Vie d'uscita

## Possibilita' 'classiche' di interpretare M-M:

- *Trascinamento dell'etere, totale o parziale*
- *Contrazione di Lorentz-FitzGerald*
- (Teoria emissiva: gia' confutata. Tuttavia, per lungo tempo oggetto di controversie sull'azione delle atmosfere stellari, che potrebbe cancellare gli effetti previsti; infine definitivamente abbandonata dopo test sul decadimento dei mesoni  $\pi^0$  – CERN, 1964)

# Trascinamento dell'etere

Ipotesi:

*L'etere viene trascinato (totalmente o parzialmente) nel moto dei corpi ponderabili → Si spiega M-M, perché la luce si propaga sempre in etere immobile*

Ma:

*Aberrazione stellare, osservata dalla metà del '700, consistente con il moto della Terra rispetto all'etere*

*Esperimento di Fizeau, consistente con assenza di trascinamento*

# Aberrazione stellare

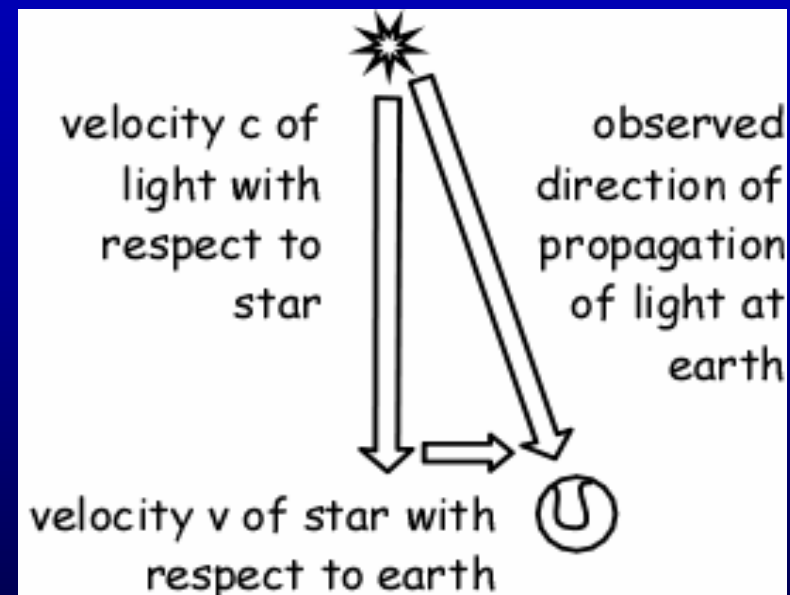
Se si compongono le velocità della Terra e della luce, per una stella osservata allo zenit:

$$\tan \theta_{ab} = \frac{v}{c}$$

(espressione non relativistica, e non priva di ambiguità nell'ambito della teoria ondulatoria della luce!)

Effetto annuo:  $\pm 20.5''$ , *come osservato*

Se l'etere è trascinato, nessuna aberrazione



# Esperimento di Fizeau

Osservazione di frange di interferenza in I, causate dalla diversa velocità della luce nei due tratti verticali in cui l'acqua scorre in senso inverso

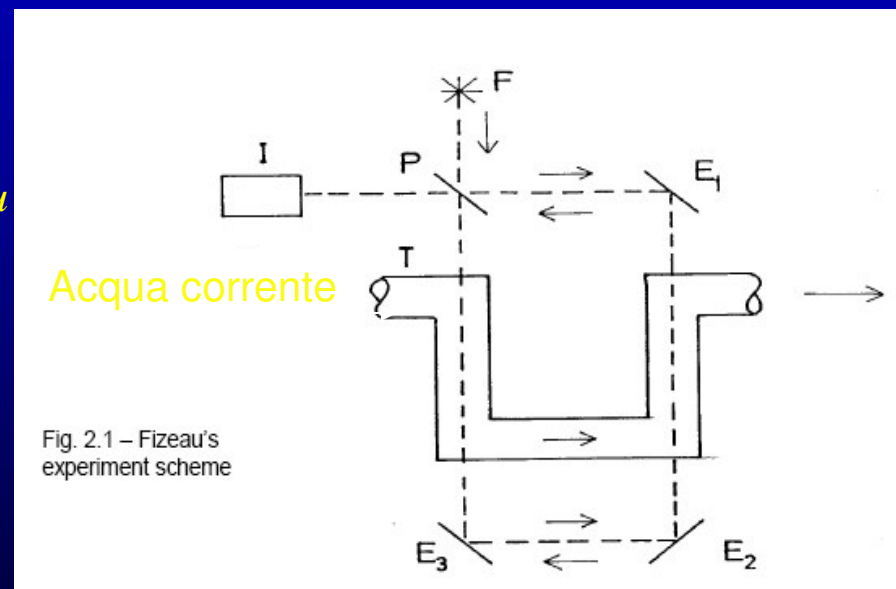
Previsione 'classica' e conferma sperimentale:

$$v_{luce} = \frac{c}{n} \pm \underbrace{\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)}_{\text{Coeff. di trascinamento}} v_{acqua} \quad \text{Fresnel - Fizeau}$$

non dovuto all'etere, ma al moto del dielettrico...

Se l'etere fosse trascinato:

$$v_{luce} = \frac{c}{n} \pm v_{acqua}$$



# Contrazione di Lorentz-FitzGerald

Ipotesi ad hoc, parzialmente giustificata da modelli (in realtà incompleti e poco realistici) della struttura atomica della materia:

*La dimensione longitudinale di un corpo in movimento con velocità  $v$  è contratta del fattore*

$$\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

(Contraddetta in seguito da un esperimento di Kennedy e Thorndike, eseguito con un interferometro di Michelson a bracci di lunghezza molto diversa, in cui si cercava uno spostamento diurno/stagionale delle frange di interferenza)



# Teoria ed esperienza

TABELLA 1-2 Basi sperimentali della teoria della relatività ristretta.

Teoria		Esperimenti di propa- gazione della luce						Esperimenti in altri campi						
		Aberrazione	Coefficiente di convezione di Fizeau	Michelson-Morley	Kennedy-Thorndike	Sorgenti e specchi in moto	Stelle doppie di De Sitter	Michelson-Morley, con luce solare	Variazione della massa colla velocità	Equivalenza generale di massa e energia	Radiazione da cariche in movimento	Decadimento dei mesoni di alte velocità	Trouton-Noble	Induzione unipolare con magneti permanenti
Teorie dell'etere	Etere stazionario, nessuna contrazione	A	A	D	D	A	A	D	D	N	A	N	D	D
	Etere stazionario, contrazione di Lorentz	A	A	A	D	A	A	A	A	N	A	N	A	D
	Etere connesso ai corpi ponderabili	D	D	A	A	A	A	A	D	N	N	N	A	N
Teorie emissive	Sorgente d'origine	A	A	A	A	A	D	D	N	N	D	N	N	N
	Balistica	A	N	A	A	D	D	D	N	N	D	N	N	N
	Nuova sorgente	A	N	A	A	D	D	A	N	N	D	N	N	N
Teoria ristretta della relatività		A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

Leggenda A, la teoria è in accordo coi risultati sperimentali  
D, la teoria è in disaccordo coi risultati sperimentali  
N, la teoria non è applicabile all'esperimento

Fonte. Da Panofsky e Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (2nd ed.), Addison-Wesley, New York (1962).

*Da Panofsky-Phillips*

Un esempio di come funziona il metodo scientifico