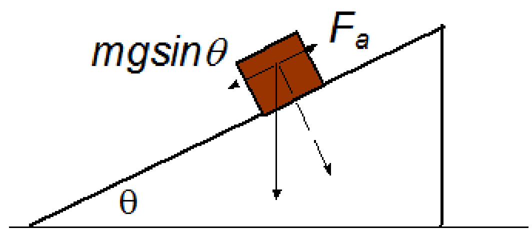
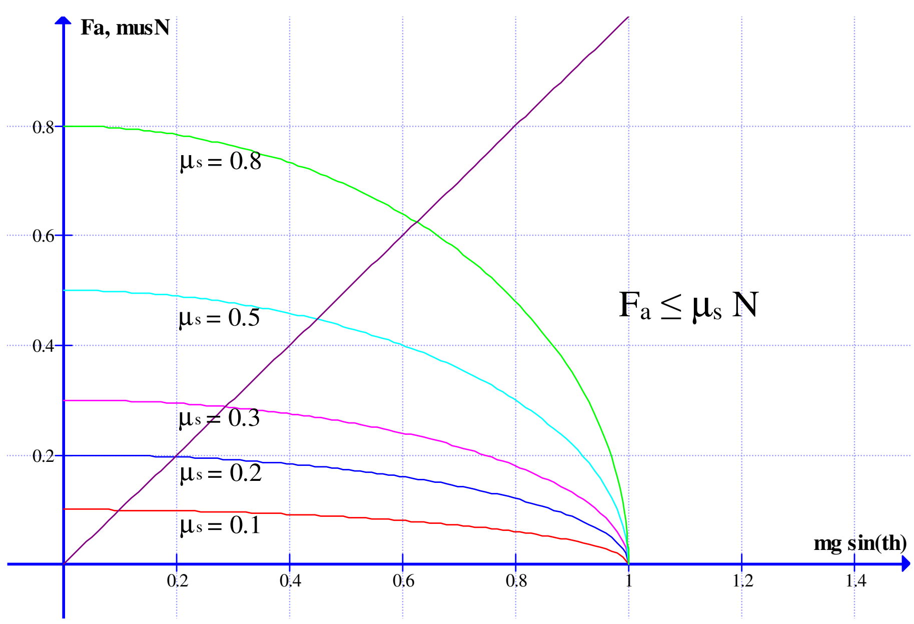
Sulla risoluzione dei problemi sulla forza di attrito statico

1) Si consideri prima di tutto un caso estremamente semplice, quello di un blocco su un piano inclinato scabro: come leggere la condizione di equilibrio?



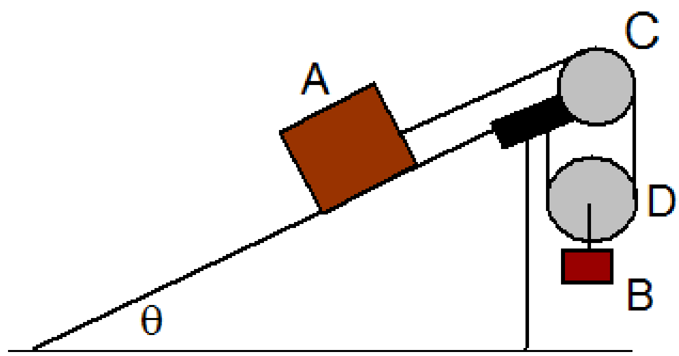
Sappiamo che la condizione di equilibrio si scrive:

$$F_a = mg\sin\theta$$
$$F_a \le \mu_s N = \mu_s mg\cos\theta = \mu_s mg\sqrt{1-\sin^2\theta}$$
$$\rightarrow F_a \le \mu_s\sqrt{m^2g^2 - m^2g^2\sin^2\theta}$$
$$\rightarrow mg\sin\theta \le \mu_s\sqrt{m^2g^2 - m^2g^2\sin^2\theta}$$



La figura mostra come la condizione venga realizzata: la retta a 45^0 che passa per l'origine rappresenta il valore della forza di attrito statico in funzione di $mg\sin\theta$, la componente parallela al piano inclinato della forza di gravita' (' forza motrice'), quando il blocco e' in equilibrio statico; si e' scelto per comodita' $mg=1$. Le curve colorate rappresentano il valore $\mu_s N$, che e' il valore max F_{amax} della forza di attrito statico secondo la formula empirica di Coulomb, sempre in funzione della componente di cui sopra. Si vede che per ogni valore di μ_s c'e' un range di angoli fra 0 e θ_{max} in cui $F_a \leq F_{amax}$ e il blocco e' in equilibrio. Si vede anche che, per un dato angolo del piano inclinato, la condizione di blocco in quiete non determina μ_s: si puo' solo stabilire qual e' il valore minimo di μ_s necessario per l'equilibrio.

2) Si consideri ora un sistema leggermente piu' complicato:



In questo caso non sappiamo a priori se, all'equilibrio, il verso della forza di attrito statico e' concorde o discorde con quello della componente della forza di gravita' parallela al piano inclinato: dobbiamo quindi considerare separatamente i due casi.

$T_A - m_A g \sin\theta = F_a$ Attrito concorde a forza di gravita'

$\to T_A - m_A g \sin\theta \le \mu_s m_A g \cos\theta$

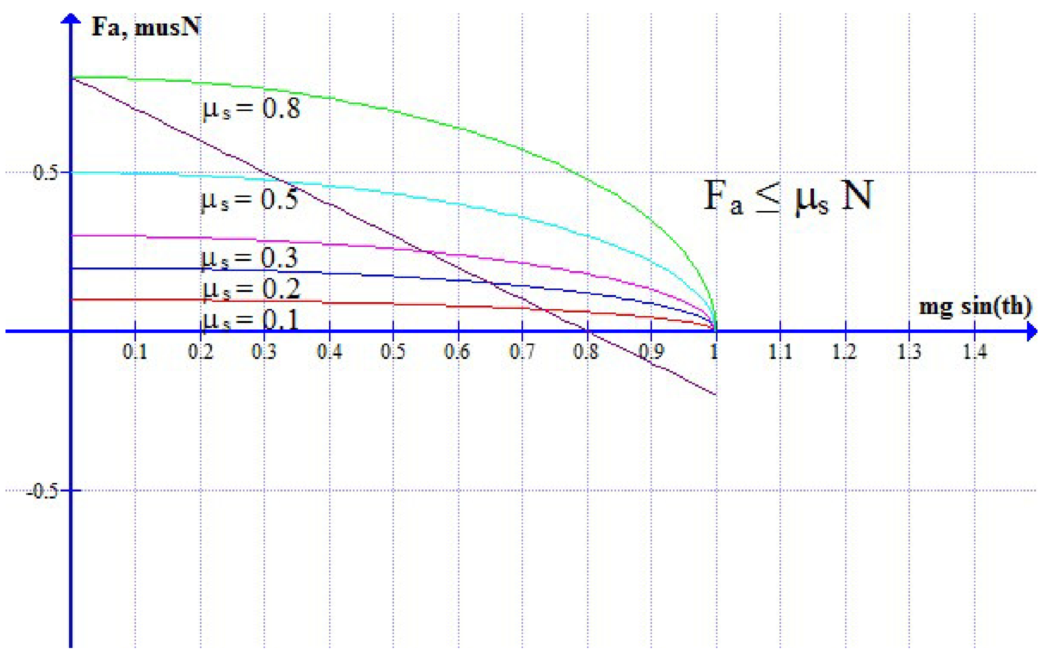
$m_B a_B = m_B g - T_B = 0$

$T_B = 2T_A$ puleggia D

$$\to T_B = m_B g \to T_A = \frac{m_B g}{2}$$

$$\to \frac{m_B g}{2} - m_A g \sin\theta \le \mu_s m_A g \cos\theta = \mu_s m_A g \sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$\to \mu_s \ge \left(\frac{m_B g}{2} - m_A g \sin\theta\right)\frac{1}{m_A g \cos\theta} = \left(\frac{m_B}{2m_A \cos\theta} - \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) \approx 0.35$$



μ_s e' il valore minimo necessario a garantire l'equilibrio statico al blocco; il valore numerico ≈ *0.35* corrisponde al caso $\theta = 30^0$, $m_B = 1.6\ m_A$

$T_A - m_A g \sin\theta = -F_a \geq -\mu_s m_A g \cos\theta$ Attrito concorde a tensione fune

$m_B a_B = m_B g - T_B = 0$

$T_B = 2T_A$ puleggia D

$$\rightarrow T_B = m_B g \rightarrow T_A = \frac{m_B g}{2}$$

$$\rightarrow \frac{m_B g}{2} - m_A g \sin\theta \geq -\mu_s m_A g \cos\theta = -\mu_s m_A g \sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$\rightarrow -\frac{m_B g}{2} + m_A g \sin\theta \leq \mu_s m_A g \sqrt{1-\sin^2\theta}$$

$$\rightarrow \mu_s \geq \left(-\frac{m_B g}{2} + m_A g \sin\theta\right)\frac{1}{m_A g \cos\theta} = \left(-\frac{m_B}{2m_A \cos\theta} + \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\right) \approx -0.35 \text{ non fisico}$$