Disco che rotola senza strisciare lungo un percorso rettilineo in un SRI

Mom. angolare:

a) Primo modo

Mom. riferito a polo fisso

$\mathbf{L}_{CM}, \mathbf{L}'$ mom. angolare del moto del CM, mom. angolare della rotazione attorno al CM

$\mathbf{L} = \mathbf{L}_{CM} + \mathbf{L}' \rightarrow L = L_{CM} + L'$ $\quad \mathbf{L}_{CM}, \mathbf{L}'$ paralleli

$$L' = I\omega = \frac{1}{2} mR^2 \omega$$

$$L_{CM} = |\mathbf{r}_{CM} \times \mathbf{P}| = RP = mRv = mR^2\omega$$

$$\rightarrow L = L_{CM} + L' = \frac{3}{2} mR^2 \omega$$

b) Secondo modo

Mom. riferito ad asse di istantanea rotazione

$\mathbf{L}''$ mom. angolare dovuto alla rotazione attorno all'asse per il punto istantaneo di contatto

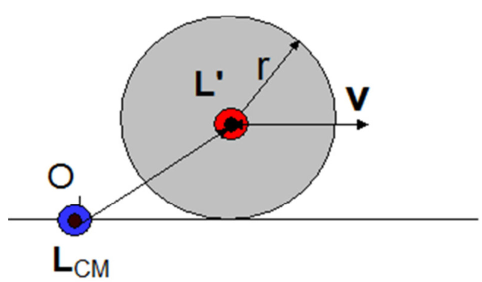
$$L'' = I'\omega$$

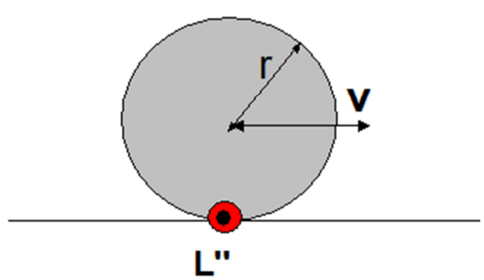
$$I' = I + mR^2 = \frac{1}{2} mR^2 + mR^2 = \frac{3}{2} mR^2$$

$$L'' = \frac{3}{2} mR^2 \omega$$

Vel. angolare: stessa nei due modi

(1 rotazione completa porta allo stesso spostamento e avviene nello stesso tempo)





Disco che rotola senza strisciare lungo un percorso circolare in un SRI

NB: Questo moto richiede ovviamente una forza (centripeta), e anche un mom. meccanico non nullo, come e' evidente dal fatto che il mom. angolare totale **L** non e' costante, ma *precede* attorno a **Ω**

Mom. angolare: 3 contributi

Orbita del CM, frequenza Ω
Rotazione attorno a un asse che passa per il CM, ortogonale al disco, frequenza ω
Rotazione attorno a un asse che passa per il CM, parallelo al disco, frequenza Ω

$\mathbf{L}_1 = mRv\hat{\mathbf{k}} = mR^2\Omega\hat{\mathbf{k}}$ Direzione fissa asse z

$\mathbf{L}_2 = I'\omega\hat{\mathbf{i}}\mathbf{j} = \frac{1}{2}mr^2\omega\hat{\mathbf{i}}\mathbf{j}$ Direzione mobile rotante nel piano xy

[Necessaria conseguenza della condizione di rotolamento]

$v = \omega r = \Omega R$

$\rightarrow \mathbf{L}_2 = \frac{1}{2}mr^2\Omega\frac{R}{r}\hat{\mathbf{i}}\mathbf{j} = \frac{1}{2}mrR\Omega\hat{\mathbf{i}}\mathbf{j}$

$\mathbf{L}_3 = \frac{1}{4}mr^2\Omega\hat{\mathbf{k}}$ Direzione fissa asse z

[Poco intuitivo, ma reale:
dopo un'orbita, il disco ha ruotato di 2π attorno al suo diametro verticale]

$\rightarrow \mathbf{L} = \mathbf{L}_1 + \mathbf{L}_2 + \mathbf{L}_3 = m\Omega\left[\left(R^2 + \frac{1}{4}r^2\right)\hat{\mathbf{k}} + \frac{1}{2}rR\hat{\mathbf{i}}\mathbf{j}\right]$