Meccanica – A.A. 2010/11

Esercizi – 4

4-1) Due muli tirano una barca di massa $m = 1700\ kg$ lungo un canale, tramite due funi legate alla prua della barca. L'angolo fra le funi e' 40^0, e le tensioni nelle funi sono rispettivamente $2500\ N$ e $2000\ N$. Se la barca si muove a velocita' costante, qual e' la resistenza esercitata dall'acqua?

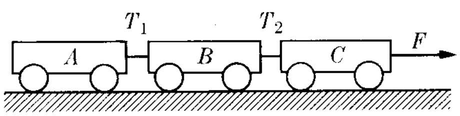
$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{R} = 0$$

$$\begin{cases} F_1 \sin\theta_1 = F_2 \sin\theta_2 \\ \theta_1 + \theta_2 = a \end{cases} \rightarrow \theta_1, \theta_2$$

$$F_1 \cos\theta_1 + F_2 \cos\theta_2 = F$$

$$R = -F$$

4-2)



Masse dei carrelli:
$m_{A,} = 10$ kg, $m_B = 15$ kg, $m_C = 20$ kg
Forza trainante:
F = 50 N

Trovare accelerazione del sistema e tensioni nelle funi

$$F = Ma = (m_A + m_B + m_C)a$$

$$\rightarrow a = \frac{F}{m_A + m_B + m_C}$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{F_C}{m_C} = \dfrac{F - T_2}{m_C} \\ a = \dfrac{F_B}{m_B} = \dfrac{T_2 - T_1}{m_C} \\ a = \dfrac{F_A}{m_A} = \dfrac{T_1}{m_A} \end{cases}$$

4-3)

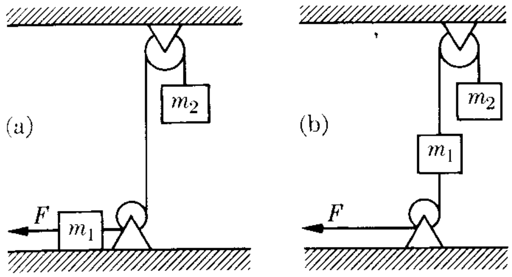


Figure 7–31

Masse: m_1, m_2

Forza trainante: F

Trovare accelerazione del sistema e la tensione nella fune nei due casi

$$a)\quad F = Ma$$

$$\rightarrow F - m_2 g = (m_1 + m_2)a$$

$$\rightarrow a = \frac{F - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$\rightarrow F - T = m_1 a = m_1 \frac{F - m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$\rightarrow T = F - m_1 \frac{F - m_2 g}{m_1 + m_2} = F - \frac{m_1 F - m_1 m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$\rightarrow T = \frac{Fm_1 + Fm_2 - m_1 F + m_1 m_2 g}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}(F + m_1 g)$$

$$b)\quad F = Ma$$

$$\rightarrow F + (m_1 - m_2)g = (m_1 + m_2)a$$

$$\rightarrow a = \frac{F + (m_1 - m_2)g}{m_1 + m_2}$$

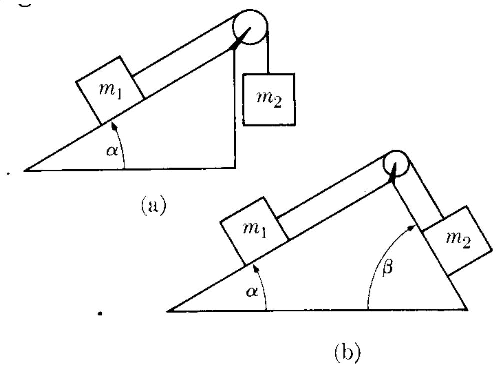
$$F + m_1 g - T = m_1 a$$

$$\rightarrow T = F + m_1(g - a)$$

$$T - m_2 g = m_2 a$$

$$\rightarrow T = m_2(a + g)$$

4-4)



Come sopra

$$a)F = Ma = (m_1 + m_2)a$$

$$F = m_1 g \sin\alpha - m_2 g$$

$$\rightarrow a = \frac{(m_1 \sin\alpha - m_2)}{m_1 + m_2} g$$

$$m_2 a = T - m_2 g$$

$$\rightarrow T = m_2 (a + g)$$

$$b)a = \frac{(m_1 \sin\alpha - m_2 \sin\beta)}{m_1 + m_2} g$$

$$T = m_2 (a + g \sin\beta)$$

4-5)

Punto in moto circolare uniforme orizzontale, con raggio R, senza attriti.
Trovare tensione T della corda

$a_c = -\omega^2 R \rightarrow F_c = -m\omega^2 R$ forza centripeta

Segno $-$: diretta verso le r decrescenti

$$\rightarrow T = F_c = -m\omega^2 R$$

4-6) Modello di Bohr dell'atomo di H: elettrone in orbita circolare attorno al protone. Trovare accelerazione angolare e forza centripeta.
m_e=9.1 10^{-31} kg, R=0.53 10^{-10} m, ν=6.6 10^{15} Hz

Come sopra:

$$a_c = -\omega^2 R \rightarrow F_c = -m\omega^2 R \quad \text{forza centripeta}$$

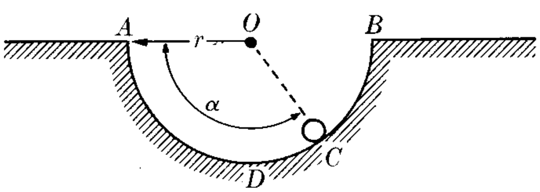
$$a_c = -\omega^2 R = -(2\pi\nu)^2 R = -\left(6.28\cdot 6.6\,10^{15}\right)^2 0.53\,10^{-10} ms^{-2}$$

$$\rightarrow a_c = 41.4\,10^{30} 0.53\,10^{-10} \approx 2.2\,10^{21} ms^{-2} \quad (!)$$

$$\rightarrow F_c = m_e a_c = 9.1\,10^{-31} 2.2\,10^{21} N \approx 2\,10^{-9} N$$

Invece della tensione della fune, forza elettrostatica

4-7)



Trovare vel. angolare e forza normale all'angolo α

$$a_r = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 \rightarrow a_r = -r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$$

$$a_\theta = 2\frac{dr}{dt}\frac{d\theta}{dt} + r\frac{d^2\theta}{dt^2} \rightarrow a_\theta = r\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\rightarrow mg\sin\theta = mr\frac{d^2\theta}{dt^2}$$

$$\alpha = \theta + \frac{\pi}{2} \rightarrow \sin\theta = -\cos\alpha, \frac{d\theta}{dt} = \frac{d\alpha}{dt}, \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\alpha}{dt^2}$$

$$\rightarrow -g\cos\alpha = r\frac{d^2\alpha}{dt^2} = r\frac{d\omega}{dt} = r\frac{d\omega}{d\alpha}\frac{d\alpha}{dt} = r\frac{d\omega}{d\alpha}\omega$$

$$\rightarrow \frac{g}{r}\cos\alpha d\alpha = \omega d\omega$$ relazione fra i valori assoluti

$$\rightarrow \frac{g}{r}\int_0^{\alpha}\cos\alpha d\alpha = \int_0^{\omega}\omega d\omega$$

$$\rightarrow \frac{g}{r}\sin\alpha = \frac{1}{2}\omega^2$$

$$\rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g\sin\alpha}{r}}$$

$$ma_r = -m\omega^2 r = -N + mg\cos\theta = -N + mg\sin\alpha$$

$$\rightarrow N = mg\sin\alpha + m\omega^2 r = mg\sin\alpha + 2mg\sin\alpha$$

$$\rightarrow N = 3mg\sin\alpha$$