

Razzi e voli interplanetari/interstellari

Andamento della velocità di un razzo:

$$\rightarrow v(t) = v_0 + v_e \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) - gt = v_0 - \underbrace{v_e}_{<0} \underbrace{\ln\left(\frac{m_0}{m}\right)}_{>0} - gt$$

$$m_0 = m_p + m_F$$

$$R = \frac{dm}{dt} = \text{cost} \rightarrow m = m_0 - Rt$$

$$F_0 = Rv_e$$

$$\rightarrow v(t) = v_e \ln\left(\frac{m}{m_0}\right) - gt \approx - \underbrace{v_e}_{<0} \underbrace{\ln\left(\frac{m_0}{m_0 - Rt}\right)}_{>0}$$

$$\rightarrow v(\infty) \approx |v_e| \ln\left(\frac{m_0}{m_p}\right)$$

Distanza percorsa:

$$x(t) = \int_0^t v(t) dt = \int_0^t |v_e| \ln\left(\frac{m_0}{m_0 - Rt}\right) dt = -|v_e| \int_0^t \ln\left(1 - \frac{Rt}{m_0}\right) dt$$

$$\int \ln x dx = ?$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \ln x \rightarrow dv = \frac{dx}{x} \\ du = dx \rightarrow u = x \end{array} \right\} \rightarrow \int \ln x dx = x \ln x - \int x \frac{dx}{x} = x \ln x - x$$

$$\rightarrow x(t) = |v_e| \frac{m_0}{R} \left[\left(1 - \frac{Rt}{m_0}\right) \ln\left(1 - \frac{Rt}{m_0}\right) + \frac{Rt}{m_0} \right]$$

$$T = \frac{m_0 - m_p}{R} \quad \text{tempo di burnout} \rightarrow RT = m_0 - m_p$$

$$\rightarrow x(T) = |v_e| \frac{m_0}{R} \left[\left(1 - \frac{m_0 - m_p}{m_0}\right) \ln\left(1 - \frac{m_0 - m_p}{m_0}\right) + \frac{m_0 - m_p}{m_0} \right]$$

$$\rightarrow x(T) = |v_e| \frac{m_0}{R} \left[\frac{m_p}{m_0} \ln\left(\frac{m_p}{m_0}\right) + 1 - \frac{m_p}{m_0} \right] = -|v_e| \frac{m_0}{R} \left[-\frac{m_p}{m_0} \ln\left(\frac{m_0}{m_p}\right) + 1 - \frac{m_p}{m_0} \right]$$

$$\rightarrow x(T) = |v_e| \frac{m_0}{R} \left[1 - \frac{m_p}{m_0} \left(1 + \ln\left(\frac{m_0}{m_p}\right)\right) \right] \sim |v_e| T$$

Saturn V:

$$\left. \begin{array}{l} v_e = 3 \text{ km s}^{-1} \\ T = 150 \text{ s} \\ m_p/m_0 = 0.3 \end{array} \right\} \rightarrow x(T) \sim 110 \text{ km}$$

Approssimazione cruda, in realta' $x(T) \sim 70 \text{ km}$

Dove si puo' arrivare?

1) Viaggi interstellari: $\alpha_{Centauri}$

$$D = 4.4 \text{ AL} = 3 \cdot 10^5 \text{ km s}^{-1} * 86400 \text{ s d}^{-1} * 365 \text{ d y}^{-1} * 4.4$$

$$\rightarrow D \sim 4 \cdot 10^{13} \text{ km}$$

$$v(\infty) \sim 10 \text{ km s}^{-1}$$

$$T_{\text{viaggio}} \sim 4 \cdot 10^{12} \text{ s} \sim \frac{4 \cdot 10^{12}}{3.110^7} \text{ y} \sim 1.3 \cdot 10^5 \text{ y}$$

\rightarrow KO

Per i viaggi interstellari, il razzo chimico non serve

2) Viaggi interplanetari: Marte, Venere

$$D = 5 \cdot 10^8 \text{ km}$$

$$T_{\text{viaggio}} \sim 1.5 \text{ y}$$

In realta', inferiore a causa di diversi fattori $\sim 1 \text{ y}$

\rightarrow OK

Per viaggi interplanetari vicini con equipaggio umano, il razzo chimico puo' andar bene (Usato in sonde senza equipaggio - Pioneer e altre, alcune in viaggio da 40+ anni - per esplorare *tutto* il Sistema Solare)

Nota: Vari effetti, di solito vantaggiosi, non considerati (es fionda gravitazionale):

Pioneer 10 vicino a Nettuno ($4.5 \cdot 10^9 \text{ km}$) in 11 anni

Si osservi:

$$\frac{1}{2}mv_e^2 = E_k \quad \text{En. cinetica del gas espulso}$$

$$\rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$$

$$\rightarrow v_e \text{ dipende dall'en. cinetica specifica } \frac{E_k}{m}$$

$$\text{Kerosene: } \frac{E_k}{m} \sim 43 \cdot 10^6 \text{ J / kg}$$

[$\sim 1000 \text{ kcal / hg} \sim 2 \times$ cioccolato: idrocarburi vs carboidrati]

Tenendo conto della massa dell'ossigeno (necessario!)

e dell'efficienza $< 100\%$ della combustione

$$\frac{E_k}{m} \sim 3.5 \cdot 10^6 \text{ J / kg} \rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} \sim 2.65 \text{ kms}^{-1} \quad (\text{Saturn V})$$

Proviamo con un motore termonucleare?

Fusione del deuterio: 0.635% della massa converte in energia

$$\Delta E = \Delta mc^2 = 0.00635mc^2 \rightarrow \frac{\Delta E}{m} = 0.00635c^2 \sim 5.710^{14} \text{ Jkg}^{-1}$$

$$\rightarrow v_e = \sqrt{\frac{2\Delta E}{m}} \sim 3.410^7 \text{ kms}^{-1} \sim .11c \quad \text{! OK..}$$

Per $\alpha - \text{Centauri}$:

$$T_{\text{viaggio}} \sim 16 \text{ y!}$$

Ma..Enorme dissipazione di calore!

\rightarrow Occorre limitare enormemente il rate di 'combustione'

\rightarrow Spinta, accelerazione *molto* ridotte

$\rightarrow T \sim$ parecchi secoli

Niente viaggi interstellari