

Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2012/13

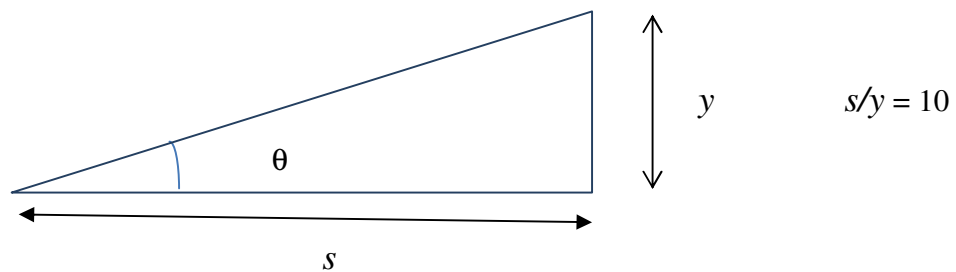
Meccanica

Prova scritta – 02/09/2013

Problema 1

In una gara ciclistica due concorrenti (A e B) devono affrontare una salita con una pendenza costante del 10% (vedi figura). Supponendo che i due ciclisti siano in grado di esercitare sui pedali una potenza costante per tutta la salita, rispettivamente pari a $W_A = 300 \text{ W}$ e $W_B = 295 \text{ W}$, e sapendo che le masse dei due ciclisti sono rispettivamente $m_A = 60 \text{ kg}$ ed $m_B = 58 \text{ kg}$, mentre le biciclette hanno entrambe massa $m_0 = 8 \text{ kg}$, calcolare (trascurando gli effetti dovuti agli attriti):

1. Le velocità v_A e v_B con cui i due ciclisti percorrono la salita.
2. La potenza che dovrebbe erogare il ciclista A per salire con la stessa velocità del ciclista B



Per ciascun ciclista valgono le relazioni:

$$W = Fv \rightarrow v = W/F \quad \text{con} \quad F = (m + m_0) g \sin \theta \rightarrow v = W / (m + m_0) g \sin \theta$$

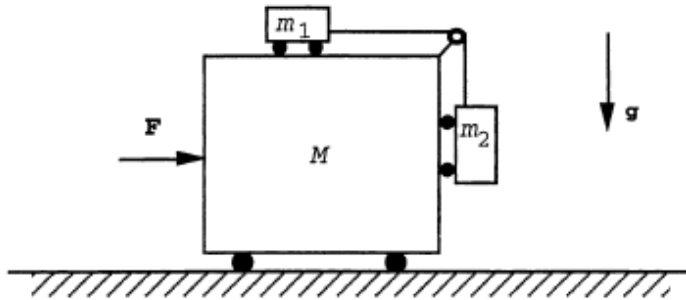
$$\sin \theta = y / (y^2 + s^2)^{1/2} \rightarrow \theta = 5.71^\circ$$

1. $v_A = 300 / (68 \cdot 9.81 \sin 5.71) = 4.52 \text{ m/s} = 16.27 \text{ km/h};$
 $v_B = 295 / (66 \cdot 9.81 \sin 5.71) = 4.58 \text{ m/s} = 16.49 \text{ km/h}$

2. $W'_A = v_B (m_A + m_0) g \sin \theta = 4.58 (68) 9.8 \sin 5.71 = 304 \text{ W}$

Problema 2

F e' una forza costante che agisce ortogonalmente alla parete del carrello grande di massa M , sul quale possono scorrere i due carrelli piccoli di masse m_1 e m_2 , uniti da una fune inestensibile e priva di massa. Tutti gli attriti sono trascurabili.



1. Determinare il valore di F per il quale i due carrelli piccoli restano fermi rispetto a M
2. Determinare la forza P esercitata da M su m_2

Carrelli piccoli fermi rispetto a carrello grande: Stessa accelerazione a

Unica forza orizzontale su m_1 : Tensione fune T

$$m_1 a = T$$

$$m_2 b = m_2 g - T, \quad b \text{ acc. verticale di } m_2$$

$$b = 0 \rightarrow T = m_2 g$$

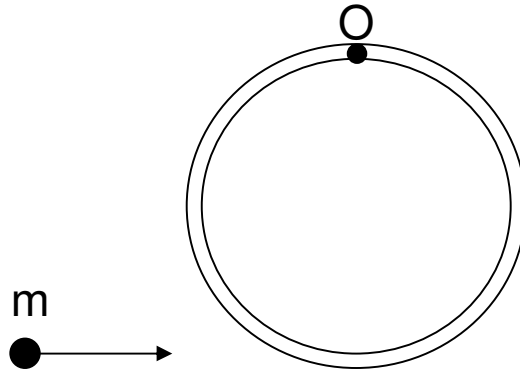
$$\rightarrow a = \frac{m_2}{m_1} g$$

$$\rightarrow F = (m_1 + m_2 + M) a = \frac{m_2}{m_1} g (m_1 + m_2 + M)$$

$$P = m_2 a = \frac{m_2^2}{m_1} g$$

Problema 3

Un anello sottile omogeneo di massa M e raggio $R = 25\text{cm}$ è inizialmente sospeso in quiete in un piano verticale ad un perno orizzontale O attorno al quale può ruotare senza attrito. Una massa puntiforme $m = M/8$ in moto con velocità orizzontale $v = 10\text{ m/s}$ urta l'anello nel suo punto più basso (vedi figura) rimanendovi attaccata.



1. Calcolare la posizione del baricentro del sistema subito dopo l'urto
2. Calcolare la velocità angolare subito dopo l'urto e determinare il valore della massima deflessione angolare del sistema dopo l'urto.

Coordinate riferite al centro dell' anello prima dell' urto:

$$x_{CM} = 0$$

$$y_{CM} = \frac{0 - mR}{m + M} = -\frac{m}{m + M} R = -\frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{8} + 1} = -\frac{1}{9} 0.25 \approx -0.028 \text{ m} = -\delta$$

$m2Rv = I\omega$, I e ω riferite ad asse che passa per il perno O

$$I = I_{anello} + m(2R)^2$$

$$I_{anello} = I_{anello}^{(centro)} + MR^2 = 2MR^2$$

$$\rightarrow I = 2MR^2 + 4mR^2 = 2MR^2 + \frac{1}{2}MR^2 = \frac{5}{2}MR^2$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2mRv}{\frac{5}{2}MR^2} = \frac{4\frac{1}{8}MRv}{5MR^2} = \frac{v}{10R}$$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 = \Delta U = (m + M)g\Delta y_{CM} = (m + M)g(R + \delta)(1 - \cos\theta_{\max})$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \frac{5}{2} MR^2 \left(\frac{v}{10R} \right)^2 = \frac{5}{4} \frac{1}{100} Mv^2 = \frac{9}{8} Mg(R + \delta)(1 - \cos\theta_{\max})$$

$$\rightarrow 1 - \cos\theta_{\max} = \frac{5}{4} \frac{1}{100} v^2 \frac{8}{9(R + \delta)g} = \frac{5}{4} \frac{8v^2}{900(R + \delta)g} = \frac{v^2}{90(R + \delta)g}$$

$$\rightarrow \cos\theta_{\max} = 1 - \frac{v^2}{90(R + \delta)g} \simeq 1 - \frac{10}{9 \cdot (0.25 + 0.028) \cdot 9.81}$$

$$\rightarrow \cos\theta_{\max} \simeq 1 - 0.407 = 0.593 \rightarrow \theta_{\max} \simeq 53.6^\circ$$