Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2010/11

Meccanica

Prova scritta – 5/9/2011

Problema 1

Un blocco di ghiaccio scivola partendo da fermo su un piano irregolare (cioè in cui l'attrito non è trascurabile) inclinato di *33°* rispetto all'orizzontale. Il tempo impiegato dal blocco a percorrere tale piano è pari al doppio di quello impiegato a percorrere un piano del tutto identico, ma privo di attrito.

a) Trovare il coefficiente di attrito dinamico tra il blocco di ghiaccio ed il primo piano inclinato.

$$s = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 = \frac{1}{2} a_2 t_2^2 \rightarrow a_1 t_1^2 = a_2 t_2^2$$

$$a_1 = g\left(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha\right), \quad a_2 = g\sin\alpha$$

$$2t_2 = t_1$$

$$\rightarrow a_1 4 t_2^2 = a_2 t_2^2 \rightarrow a_1 = \frac{a_2}{4}$$

$$\rightarrow g\left(\sin\alpha - \mu_d \cos\alpha\right) = \frac{1}{4} g \sin\alpha$$

$$\rightarrow \sin\alpha - \mu_d \cos\alpha = \frac{1}{4}\sin\alpha$$

$$\rightarrow \frac{3}{4}\sin\alpha = \mu_d \cos\alpha \rightarrow \mu_d = \frac{3}{4}\tan\alpha = 0.75 \cdot 0.649 = 0.487$$

b) Se i piani hanno lunghezza *l = 5 m*, calcolare la velocità del blocco al termine della discesa sul piano con attrito

$$l = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \rightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2l}{a_1}}, \qquad v = a_1 t_1 \rightarrow v = a_1 \sqrt{\frac{2l}{a_1}} = \sqrt{2a_1 l}$$

$$a_1 = g\left(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha\right) \rightarrow v = \sqrt{2a_1 l} = \sqrt{2g\left(\sin\alpha - \mu_d\cos\alpha\right)l}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{2\ 9.81\left(\sin 33 - 0.487\cos 33\right)5} = \sqrt{98.1\left(0.545 - 0.408\right)}$$

$$\rightarrow v = \sqrt{98.1\ 0.137} \approx \sqrt{13.44} = 3.67 ms^{-1}$$

Problema 2

Il rotore (cioè la parte mobile) di un motore elettrico ha momento di inerzia $I_m = 2.47 \cdot 10^{-3}\ kg\ m^2$ rispetto al suo asse di rotazione. Il motore viene montato su una sonda spaziale, avente momento di inerzia $I_s = 12.6\ \ kg\ m^2$ rispetto al suo asse. Il montaggio avviene in modo che l'asse di rotazione del motore e quello della sonda coincidano.

a) Si calcoli il numero di giri che deve compiere il motore perché la sonda ruoti di 25° attorno al suo asse.

$$L = 0 = L_s + L_r \rightarrow L_s = -L_r$$

$$L = I\omega \rightarrow L_s = I_s\omega_s, L_m = I_m\omega_m \rightarrow I_s\omega_s = -I_m\omega_m$$

$$\rightarrow I_s\omega_s = -I_m\omega_m$$

$$\rightarrow N_m = \frac{\omega_m}{2\pi}\Delta T, N_s = \frac{\omega_s}{2\pi}\Delta T$$

$$\rightarrow N_m = N_s\frac{\omega_m}{\omega_s} = -N_s\frac{I_s}{I_m} = -N_s\frac{12.5}{2.4710^{-3}} \approx -N_s 5.0610^3$$

$$\rightarrow N_m \approx -\frac{25}{360}5.0610^3 \approx -351$$

b) Calcolare l'en. meccanica totale del sistema se il numero di giri del motore calcolato in a) viene completato nel tempo $\Delta T=10\ s$

$$E_k = E_s + E_m = \frac{1}{2}\left(I_s\omega_s^2 + I_m\omega_m^2\right)$$

$$\omega_s = \omega_m\frac{I_m}{I_s}$$

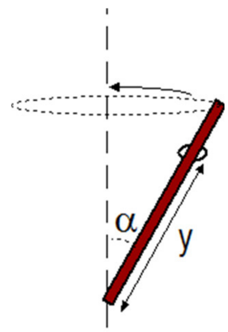
$$\rightarrow E_k = \frac{1}{2}\left(\omega_m^2\frac{I_m^2}{I_s} + I_m\omega_m^2\right) = \frac{1}{2}I_m\omega_m^2\left(1 + \frac{I_m}{I_s}\right)$$

$$\rightarrow E_k = \frac{1}{2}2.4710^{-3}\left(\frac{2\pi 351}{10}\right)^2\left(1 + \frac{2.4710^{-3}}{12.5}\right)$$

$$\rightarrow E_k = \frac{1}{2}2.4710^{-3}4.8610^4\left(1 + 1.9810^{-4}\right) \approx 60\ J$$

Problema 3

Un'asta rettilinea incernierata nel suo estremo inferiore ad un asse verticale, rispetto a cui forma un angolo fisso $\alpha<\pi/2$, ruota attorno a tale asse con velocità angolare costante ω. Sull'asta è infilato un anello di massa m che può scorrere lungo essa.



a) Determinare la posizione di equilibrio dell'anello in assenza di attrito

$r = y\sin\alpha$

$a_c = \omega^2 y\sin\alpha$

Senza attrito:1 pos. di equilibrio

Equilibrio delle forze :

Lungo z : $mg = N\sin\alpha$

Lungo r : $m\omega^2 y\sin\alpha = N\cos\alpha$

$$\rightarrow \omega^2 y\sin\alpha = g\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \rightarrow y = \frac{g}{\omega^2}\frac{\cos\alpha}{\sin^2\alpha}$$

b) Calcolare le posizioni di equilibrio dell'anello in presenza di attrito statico con coefficiente $\mu_s < \tan\alpha$

Con attrito: 2 pos. estreme di equilibrio

Equilibrio delle forze nelle pos. estreme:

Lungo z : $mg = N\sin\alpha \pm F_a\cos\alpha$

Lungo r : $m\omega^2 y\sin\alpha = N\cos\alpha \mp F_a\sin\alpha$

$F_a = N\mu_s$

$$\rightarrow \begin{cases} mg = N\left(\sin\alpha \pm \mu_s\cos\alpha\right) \\ m\omega^2 y\sin\alpha = N\left(\cos\alpha \mp \mu_s\sin\alpha\right) \end{cases}$$

$$\rightarrow y = \frac{g}{\omega^2\sin\alpha}\frac{\cos\alpha \mp \mu_s\sin\alpha}{\sin\alpha \pm \mu_s\cos\alpha} = \left\{y_{\min}, y_{\max}\right\}$$

Tutte le posizioni fra le 2 estreme sono di equilibrio