Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2013/14

Meccanica

Prova scritta – 12/09/2014

Problema 1

Una moto sta percorrendo un tratto curvilineo *AB* di strada orizzontale, di lunghezza $\Delta s = 120\ m$, da *A* verso *B*. La moto procede con accelerazione tangenziale $a_T = 0.6\ ms^{-2}$ e verso opposto a quello del vettore velocita'. Se la velocita' della moto nel punto *A* ha modulo $v_A = 16\ ms^{-1}$, calcolare:

1. Il modulo della velocita' nel punto *B*
2. Il modulo dell'accelerazione in *B*, sapendo che il raggio di curvatura della strada in *B* e' $\rho_B = 60\ m$

1.

$$\mathbf{v} = v\hat{\mathbf{u}}_T$$

$$\mathbf{a} = \frac{dv}{dt}\hat{\mathbf{u}}_T + \frac{v^2}{R}\hat{\mathbf{u}}_N$$

$$a_T = \frac{dv}{dt} = \text{cost}$$

$$\rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2a_T\Delta s$$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{16^2 - 2\cdot 0.6\cdot 120} \approx 10.6\ \ ms^{-1}$$

2.

$$\rho_B = \frac{v_B^2}{a_N} \rightarrow a_N = \frac{v_B^2}{\rho_B}$$

$$a^2 = \sqrt{a_N^2 + a_T^2} = \sqrt{\frac{v_B^4}{\rho_B^2} + a_T^2} \approx 1.96\ ms^{-2}$$

Problema 2

Un corpo di massa m_1 e' fermo su un piano inclinato di altezza h e inclinazione α, scabro con coefficiente di attrito dinamico μ_d, quando a un certo istante comincia a scivolare lungo il piano. Al termine della discesa prosegue su un tratto orizzontale liscio, finendo poi per urtare elasticamente contro un secondo blocco di massa $m_2>m_1$, fermo e attaccato ad una molla di costante elastica k fissata all'altro estremo ad un muro.
Calcolare:

1. La velocita' con cui m_1 urta contro m_2
2. La velocita' con cui m_2 parte dopo l'urto
3. La massima compressione della molla

1.

$$m_1 gh - F_a s = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$$

$$s = \frac{h}{\sin\alpha}$$

$$F_a = \mu_d m_1 g \cos\alpha$$

$$\rightarrow F_a s = \mu_d m_1 g \cos\alpha \frac{h}{\sin\alpha} = \frac{\mu_d m_1 gh}{\tan\alpha}$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} m_1 v_1^2 = m_1 gh - \frac{\mu_d m_1 gh}{\tan\alpha} = m_1 gh\left(1 - \frac{\mu_d}{\tan\alpha}\right)$$

$$\rightarrow v_1 = \sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu_d}{\tan\alpha}\right)}$$

2.

$$\left.\begin{aligned} m_1 v_1 &= m_1 v_1' + m_2 v_2' \\ m_1 v_1^2 &= m_1 v_1'^2 + m_2 v_2'^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow \begin{cases} v_1' = \dfrac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 < 0 \\ v_2' = \dfrac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 > 0 \end{cases}$$

$$\rightarrow v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu_d}{\tan\alpha}\right)}$$

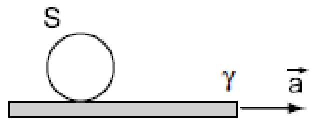
3.

$$\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

$$\rightarrow \Delta x = \sqrt{\frac{m_2}{k}}\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{2gh\left(1 - \frac{\mu_d}{\tan\alpha}\right)} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}\sqrt{\frac{8m_2 gh}{k}\left(1 - \frac{\mu_d}{\tan\alpha}\right)}$$

Problema 3

Una sfera omogenea S e' ferma su una tavola orizzontale γ. All'istante $t=0$ la tavola comincia ad accelerare orizzontalmente con accelerazione a.



1. Trovare il minimo valore del coefficiente di attrito fra sfera e tavola che garantisce puro rotolamento della sfera relativamente alla tavola.

1.

Nel riferimento della tavola (non inerziale):

$F_{app} = -ma$ F. apparente

$F_{att} = \mu_s^{\min} mg$ F.attrito statico

Eq. cardinali:

1) $F = F_{att} + F_{app} = ma_c \rightarrow -ma + \mu_s^{\min} mg = ma_c$, a_c acc. CM

2) $-F_{att}R = I\alpha$, α acc. angolare, R raggio;

Prod. esterno -vo perche' angolo percorso per sovrapporre **r** a **F** e' -vo

Rotolamento:

$a_c = \alpha R$

$$\rightarrow \begin{cases} a_c = -a + \mu_s^{\min} g \\ -\mu_s^{\min} mgR = \frac{2}{5} mR^2 \frac{a_c}{R} = \frac{2}{5} mRa_c \end{cases} \rightarrow \mu_s^{\min} mg = \frac{2}{5} m\left(a - \mu_s^{\min} g\right)$$

$$\rightarrow \mu_s^{\min} g\left(1 + \frac{2}{5}\right) = \frac{2}{5} a \rightarrow \mu_s \geq \frac{2}{7}\frac{a}{g}$$