Corso di Laurea in Fisica

A.A. 2015/16

Meccanica

Prova scritta – 13/09/2016

Problema 1

Due punti materiali di ugual massa m vengono lanciati contemporaneamente con la stessa velocita' iniziale $v_0 = 5\ ms^{-1}$ da una stessa posizione O, il primo orizzontalmente lungo il pavimento, il secondo con un angolo $\alpha = \pi/3$ rispetto all'orizzontale; il moto dei due punti si sviluppa nello stesso piano verticale. Trascurando la resistenza dell'aria, e sapendo che, al suo rientro al suolo, il secondo punto si scontra con il primo, determinare:

a) Il tempo di volo del secondo punto e l'altezza max raggiunta
b) Il coefficiente di attrito dinamico μ_d fra il primo punto e il pavimento
c) La componente orizzontale della velocita' dei due punti dopo l'urto, supponendo che l'urto fra essi sia interamente anelastico

$$v_y(t_2) = v_0 \sin\alpha - g t_2 = 0 \rightarrow t_2 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} = \frac{\sqrt{3} v_0}{2g} \quad \text{istante alt. max per n. 2}$$

$$t_{volo} = 2t_2 = \frac{\sqrt{3} v_0}{g} \simeq 0.88\ s$$

$$\rightarrow y_{\max} = v_0 \sin\alpha t_2 - \frac{1}{2} g t_2^2 \simeq 0.96\ \ m$$

$$\rightarrow d = v_0 \cos\alpha t_{volo} = v_0^2 \frac{\sqrt{3}}{2g} \simeq 2.21\ \ m$$

$$d = v_0 t_{volo} - \frac{1}{2} a t_{volo}^2 \rightarrow a = \frac{2 v_0 t_{volo} - 2d}{t_{volo}^2} = \frac{\sqrt{3}}{3} g \quad \text{decelerazione n. 1}$$

$$a = \frac{\mu_d m g}{m} = \mu_d g \rightarrow \mu_d = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

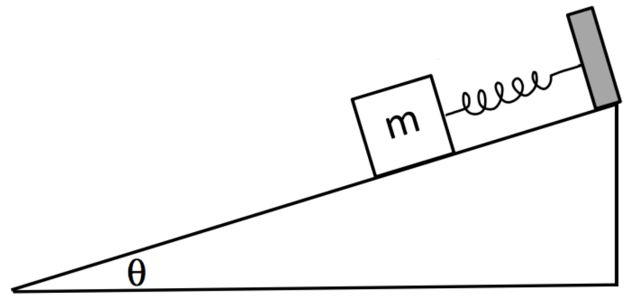
$$v_1(t_{volo}) = v_0 - a t_{volo} = 0 \quad \text{n. 1 fermo all'istante della collisione}$$

$$\rightarrow m v_1(t_{volo}) + m v_{2x}(t_{volo}) = 2m V_x$$

$$\rightarrow V_x = \frac{m v_2(t_{volo}) \cos\alpha}{2m} = \frac{v_0}{4} \simeq 1.25\ \ ms^{-1}$$

Problema 2

Un punto materiale di massa $m = 2.0\ kg$ e' vincolato ad una guida rettilinea, inclinata di $\theta = 30^0$ rispetto all'orizzontale; esso e' inoltre sottoposto all'azione di una molla di massa trascurabile e costante elastica $k = 50\ Nm^{-1}$.



Calcolare:

a) La posizione di equilibrio del punto, rispetto alla lunghezza di riposo della molla, nel caso in cui la guida sia liscia
b) L'intervallo di posizioni di equilibrio del punto, rispetto alla lunghezza di riposo della molla, nel caso in cui la guida sia scabra con coeff. di attrito statico $\mu_s = 0.5$

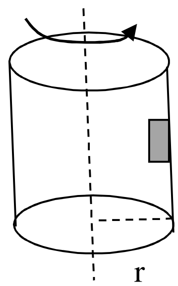
$$kx = mg\sin\theta$$
$$\rightarrow x = \frac{mg}{k}\sin\theta \simeq \frac{2\ 9.81}{50}\frac{1}{2} \simeq 0.196 \quad m$$

$$F_{ris} = mg\sin\theta - kx$$
$$|F_{ris}| = |mg\sin\theta - kx|$$
$$F_{a,\max} = \mu_s mg\cos\theta$$
$$\rightarrow |mg\sin\theta - kx| \le \mu_s mg\cos\theta$$

$$mg\sin\theta - kx > 0 \rightarrow mg\sin\theta - kx \le \mu_s mg\cos\theta$$
$$\rightarrow x \ge \frac{mg}{k}(\sin\theta - \mu_s\cos\theta) \simeq 0.026 \ \ m$$
$$mg\sin\theta - kx < 0 \rightarrow -(mg\sin\theta - kx) \le \mu_s mg\cos\theta$$
$$\rightarrow x \le \frac{mg}{k}(\sin\theta + \mu_s\cos\theta) \simeq 0.366\ m$$
$$\rightarrow \frac{mg}{k}(\sin\theta - \mu_s\cos\theta) \le x \le \frac{mg}{k}(\sin\theta + \mu_s\cos\theta)$$

Problema 3

Un guscio cilindrico di raggio r ruota attorno al suo asse con velocita' angolare costante.



a) Qual e' il massimo periodo di rotazione T_{max} che garantisce che una massa puntiforme m resti bloccata all'interno della parete cilindrica, sapendo che il coefficiente di attrito statico fra massa e parete e' μ_s?
b) Se la massa del guscio cilindrico e' $M = 5m$ e il periodo di rotazione e' T_{max}, calcolare l'energia cinetica del sistema

$$F_c = m\frac{v^2}{r} = m\omega^2 r$$

$$F_a = \mu_s N = \mu_s F_c = \mu_s m\omega^2 r$$

$$\rightarrow mg \leq F_a = \mu_s m\omega^2 r \rightarrow \omega^2 \geq \frac{g}{\mu_s r}$$

$$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \leq 2\pi\sqrt{\frac{\mu_s r}{g}}$$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2$$

$$I = Mr^2 = 5mr^2$$

$$\rightarrow E_k = \frac{1}{2}5mr^2\omega^2 + \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = 3mr^2\omega^2 = 3mr^2\frac{g}{\mu_s r} = \frac{3mgr}{\mu_s}$$